

ネットワーク科学最前線 2017

-インフルエンサーと機械学習からの接近-

林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学

平成 29 年 8 月

- インフルエンサーの影響力
 - メッセージ伝搬に基づく新たな脅威と解析法の可能性
 - Collective Influencer (CI) Attacks
 - Belief Propagation (BP) Attacks
- 国際研究前線：源泉は過去の but 気づけば急速
- 最適耐性を持つ玉葱状構造
 - 頑健で効率的な逐次成長する玉葱状ネット 構築法

インフルエンサー + 機械学習 + 玉葱状ネットの関連性

1. 口コミ 情報拡散ビジネス

「インフルエンサーマーケティングが企業プロモに効果的な 5 つの理由」

下手な芸能人より稼ぐインフルエンサー

- ① ミレニアル世代からの絶大な支持: 1/3
- ② 消費者の購買欲の鍵を握る: 倍の宣伝効果, 半数が信用
- ③ より多くのフォロワーにリーチ可能
- ④ ならではのオリジナルコンテンツの力: クリエイティビティ
- ⑤ 様々な目的のコラボレーションが可能: 実際に体験

<http://blog.btrax.com/jp/2016/06/13/influencer-marketing/>

絶大な影響を与えた例: ▶ Justin Bieber の推奨で全世界に広まった ▶ PPAP

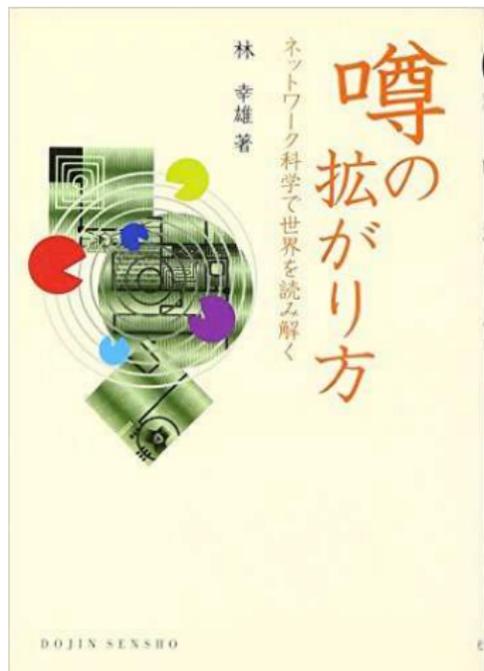
インフルエンサー ≈ 市場の達人 in 消費

市場の達人: 複数の商品カテゴリや小売店などについて熟知し、話を自ら主導すると同時に、人から情報源として頼りにされてる。広く浅く情報収集するだけでなく、それを増幅して遠心的に発信する傾向。

▶ market maven

オピニオンリーダー: 自分が詳しいある限られた分野のみで影響を発揮。特定の領域について強い関心や豊富な知識・経験を持ち、集めた情報を噛み砕いて加工する傾向。

呉著「『市場の達人』とインターネット:『オピニオンリーダ』との比較」, 池田謙一編
「インターネット・コミュニティと日常世界」, 誠心書房, 2005



インフルエンサーの影響力

- 草の根インフルエンサー

「一般消費者は、高度な専門知識を持つインフルエンサーのクチコミを求めているのではなく、「少し上」の人の意見を聞きたい」

▶ 「インフルエンサー」は本当に使えるのか？

▶ インフルエンサーマーケティング

- ソーシャルスコアリング：インフルエンサー度

「スコアリング手法について明らかにしていないが、ソーシャルメディアごとに、スコアリングに用いる変数については公開している場合が多い。例えば、▶ Klout では、Twitterなら、被リツイート数、メンション（自分が発言したことに対して、何らかの意見をもらうこと）数、フォロワー数、リプライ数等。Facebookなら、メンション数、いいね数、コメント数、ウォール投稿数、友人の数といった具合だ。」

▶ ソーシャルメディアにおける影響力を測る

▶ ユーザーチャート

- 宣伝効果等を測る為に、企業やブランドに対する愛着・信頼の度合いを数値化：▶ NPS Net Promoter Score/System

KCORE ANALYTICS

Searching - KCORE ANALYTICS - Mozilla Firefox

www.kcore-analytics.com/searching/?keyword=Network+Scier

Results for : Network Science

SORT BY INFLUENCE

SORT BY FOLLOWERS **SHOW NETWORK**

	GdnVoluntary	1	7.46	48949
	guardian	2	6.21	5980554
	barabasi	3	4.29	8440
	michaeldsimmons	4	3.57	13620
	autismspeaks	5	3.40	219000
	pau1kirby	6	2.76	12220



<http://ww.kcore-analytics.com>

CIと PageRank では似た現象?

当時の2大注目 WWW 検索技術は、高度 AI 言語理解, リコメンデーション/協調フィルタリング

AltaVista, Infoseek, NTT(風間), 日立(高野),

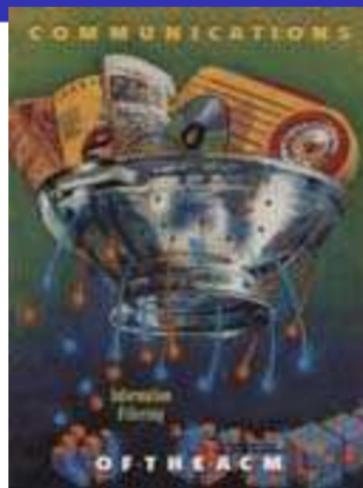
...

全く異なる発想で、理論的裏付けもある、リンク構造を用いた中心性: PageRank が覇者に

⇒ インフルエンサーの抽出でも同様となるか?

補足: Inferring personal economic status from social network location, nature comm.

5/16 2017



Comm. of the ACM,
Special Issue on Info.
Filtering, 35(12), Dec.
1992

2. 機械学習の本質はメッセージ伝搬

- 階層型ニューラルネットにおける誤差逆伝搬学習

2. 機械学習の本質はメッセージ伝搬

- 階層型ニューラルネットにおける誤差逆伝搬学習
- 遺伝的アルゴリズム (GA): マルコフ連鎖

2. 機械学習の本質はメッセージ伝搬

- 階層型ニューラルネットにおける誤差逆伝搬学習
- 遺伝的アルゴリズム (GA): マルコフ連鎖
- ターボ符号復号や画像修復, 因果関係の推論などにおける確率伝搬法 (BP)

2. 機械学習の本質はメッセージ伝搬

- 階層型ニューラルネットにおける誤差逆伝搬学習
- 遺伝的アルゴリズム (GA): マルコフ連鎖
- ターボ符号復号や画像修復, 因果関係の推論などにおける確率伝搬法 (BP)
- スピングラス統計物理手法による組み合わせ最適化問題の近似解法

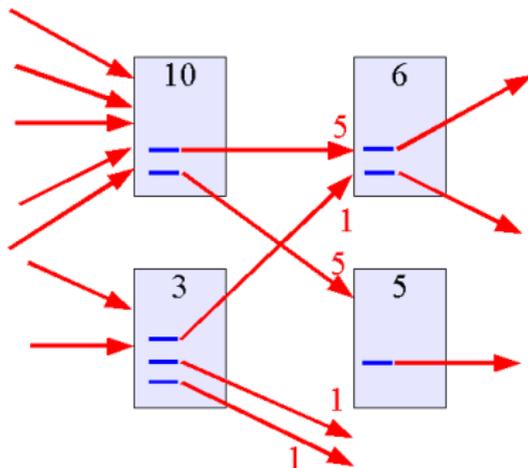
2. 機械学習の本質はメッセージ伝搬

- 階層型ニューラルネットにおける誤差逆伝搬学習
- 遺伝的アルゴリズム (GA): マルコフ連鎖
- ターボ符号復号や画像修復, 因果関係の推論などにおける確率伝搬法 (BP)
- スピングラス統計物理手法による組み合わせ最適化問題の近似解法
- 非負値行列/テンソルの因子分析, 補助関数を用いた反復計算法

2. 機械学習の本質はメッセージ伝搬

- 階層型ニューラルネットにおける誤差逆伝搬学習
- 遺伝的アルゴリズム (GA): マルコフ連鎖
- ターボ符号復号や画像修復, 因果関係の推論などにおける確率伝搬法 (BP)
- スピングラス統計物理手法による組み合わせ最適化問題の近似解法
- 非負値行列/テンソルの因子分析, 補助関数を用いた反復計算法

Google PageRank



準備 1 Nonbacktracking Matrix B

$$\begin{array}{c} \vdots \\ k \rightarrow i \\ k \leftarrow i \\ \vdots \end{array} \begin{bmatrix} \vdots & i \rightarrow j & i \leftarrow j & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & n_i & 0 & \dots \\ \dots & 0 & n_j & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \end{bmatrix},$$

有限グラフの伊原 Zeta 関数

$$\zeta_G(z) = \det(I - zB)^{-1} = \exp\left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} z^m \text{Tr} B^m\right).$$

K.Hashimoto, Advanced Studies in Pure Math. 15, 1989

NB random walks mix faster

N.Alon et al., Comm. Contemp. Math. 9(4), 2007

$$\mathrm{Tr} B^m = \lambda_1^m + \lambda_2^m + \dots + \lambda_N^m,$$

$$\log(1 - x) = \log(1 + (-x)) = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{x^m}{m},$$

を用いて

$$\begin{aligned} \text{(右辺)} &= \exp\left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m}(\lambda_1^m z^m + \dots + \lambda_N^m z^m)\right) \\ &= \exp\left(-\log(1 - \lambda_1 z) - \dots - \log(1 - \lambda_N z)\right) \\ &= \exp\left(\sum_{l=1}^N \log \frac{1}{1 - \lambda_l z}\right) \\ &= \exp\left(\log \prod_{l=1}^N \frac{1}{1 - \lambda_l z}\right) \\ &= \frac{1}{(1 - \lambda_1 z) \dots (1 - \lambda_N z)} = \det(I - zB)^{-1}. \end{aligned}$$

現代数学の広がり 1, 砂田著 第3章, 岩波書店, 1996

準備2 不動点 $F(\mathbf{a}) = \mathbf{a}$ の安定性

$$\mathbf{x}^{t+1} = F(\mathbf{x}^t) \approx F(\mathbf{a}) + \left[\frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right] (\mathbf{x}^t - \mathbf{a}) + \dots,$$

$$\frac{\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{a}}{\mathbf{x}^{t-1} - \mathbf{a}} = \frac{\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{a}}{\mathbf{x}^t - \mathbf{a}} \times \frac{\mathbf{x}^t - \mathbf{a}}{\mathbf{x}^{t-1} - \mathbf{a}} \approx \left[\frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^2.$$

$$\mathbf{x}^0 - \mathbf{a} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 + \dots + \mathbf{u}_n$$

の固有ベクトル \mathbf{u}_i の和で表わすと, $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$ より $t \rightarrow \infty$ の反復 $F(F(F(\dots F(\mathbf{x}^0)\dots)))$ の近似値は

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^t (\mathbf{x}^0 - \mathbf{a}) &= \lambda_1^t \mathbf{u}_1 + \lambda_2^t \mathbf{u}_2 + \dots + \lambda_n^t \mathbf{u}_n \\ &= \lambda_1^t \mathbf{u}_1 + \lambda_1^t \left\{ \sum_{i=2}^n \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1} \right)^t \mathbf{u}_i \right\} \rightarrow \lambda_1^t \mathbf{u}_1. \end{aligned}$$

$|\lambda_1| > 1$ ならば発散, $|\lambda_1| < 1$ ならば零に収束

2-1 インフルエンサー除去で GC 崩壊

リンク $i \rightarrow j$ で情報伝搬する確率: **メッセージ伝搬式**

$$\nu_{i \rightarrow j} = n_i \left[1 - \prod_{k \in \partial i \setminus j} (1 - \nu_{k \rightarrow i}) \right].$$

ノード除去率 q に対して, 上記の反復写像の安定性は右辺の線形近似における Jacobian 行列 \mathcal{M} の最大固有値 $\lambda(n; q)$ が 1 より小さい時に満足.

$$\left. \frac{\partial \nu_{i \rightarrow j}}{\partial \nu_{k \rightarrow l}} \right|_{\nu_{i \rightarrow j}=0} = n_i B_{k \rightarrow l, i \rightarrow j}.$$

$\mathbf{w}_l(n) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{M}^l \mathbf{w}_0$ に対する Power Method:

$$\lambda(n; q) = \lim_{l \rightarrow \infty} \left[\frac{|\mathbf{w}_l(n)|}{|\mathbf{w}_0|} \right]^{1/l},$$

F.Morone, and H.A.Makse, Nature 524, 65-68, 2015

$\min \lambda(n; q)$ に関する $2l$ -体問題

$\min \lambda(n; q)$ に関する $2l$ -体問題を Greedy に解くと, 順に除去するインフルエンサーは $Cl_l(i)$ 値が最大のノード i

$$|\mathbf{w}_2(n)|^2 = \sum_{i,j,k \neq i, l \neq j} A_{ij} A_{jk} A_{kl} (k_i - 1)(k_l - 1) n_i n_j n_k n_l,$$

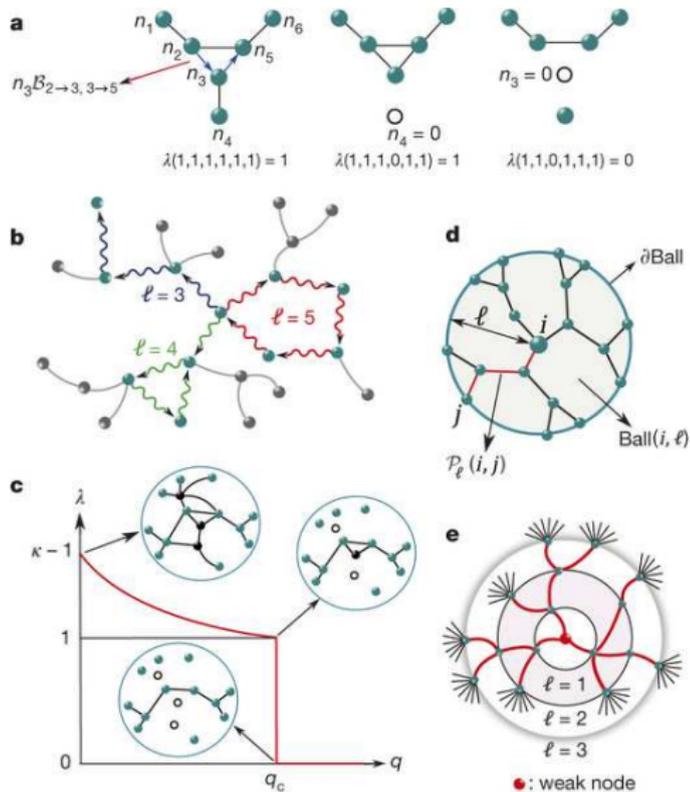
$$|\mathbf{w}_l(n)|^2 \approx \sum_{i=1}^N (k_i - 1) \sum_{j \in \partial \text{Ball}(i, 2l-1)} (\prod_{k \in P_{2l-1}(i,j)} n_k) (k_j - 1),$$

$$Cl_l(i) \stackrel{\text{def}}{=} (k_i - 1) \sum_{j \in \partial \text{Ball}(i, l)} (k_j - 1).$$

$P_{2l-1}(i, j)$ は $2l - 1$ ホップで i と j を繋ぐパス,
 $\partial \text{Ball}(i, l)$ は i から l ホップ先のノード 集合

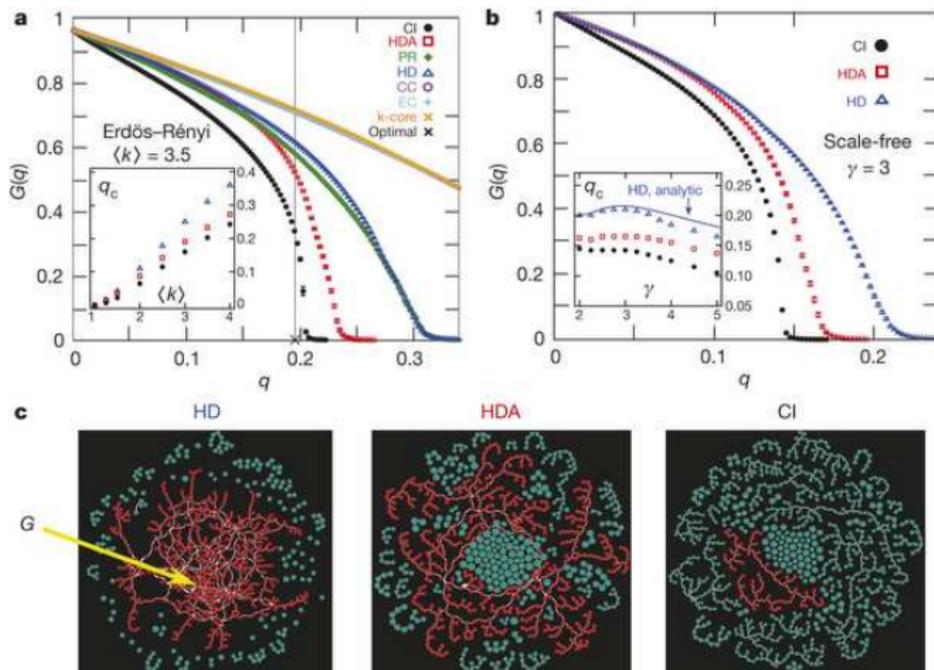
F. Morone, and H.A. Makse, Nature 524, 65-68, 2015

CI: Collective Influence



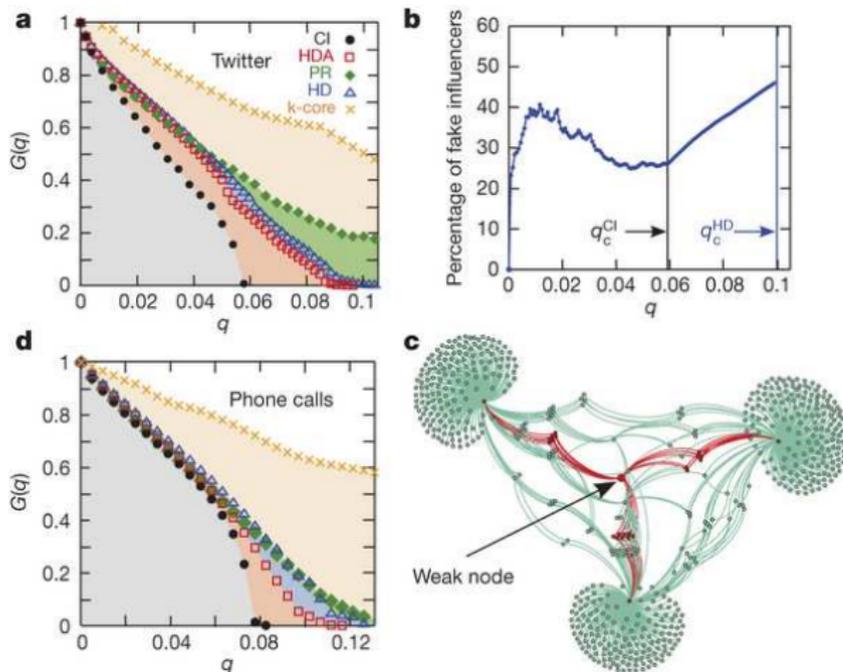
F. Morone, and H.A. Makse, Nature 524, 65-68, 2015

新たな脅威：ハブ攻撃より深刻な CI 攻撃



F. Morone, and H.A. Makse, Nature 524, 65-68, 2015

Twitter 等でも



F.Morone, and H.A.Makse, Nature 524, 65-68, 2015

2-2 多数決の情報伝搬 LTM

種 $n_i = 1$, $k_i - 1$ 本中で m_i 本が active なら $i \rightarrow j$ 伝搬

$$\nu_{i \rightarrow j} = n_i + (1 - n_i) \left[1 - \prod_{P_h \in P_{\partial i \setminus j}^{m_i}} (1 - \prod_{p \in P_h} \nu_{p \rightarrow i}) \right],$$
$$\nu_i = n_i + (1 - n_i) \left[1 - \prod_{P_h \in P_{\partial i}^{m_i}} (1 - \prod_{p \in P_h} \nu_{p \rightarrow i}) \right].$$

上記の線形近似 $\nu^{t+1} = \mathbf{n} + F^t \nu^t$, $F^t = \partial G / \partial \nu |_{\nu^t}$,

$F_{k \rightarrow l, i \rightarrow j}^t = (1 - n_i) I_{k \rightarrow l, i \rightarrow j}^t$ から **最大情報拡散の種** を順に選ぶ

$$CI-TM_1(i) = k_i + \sum_{j \in \partial i} (1 - n_j) \sum_{k \in \partial j \setminus i} I_{ijk}^0,$$

\vdots

$$I_{k \rightarrow l, i \rightarrow j} = 1 \text{ if } l = i, k \neq j, \sum_{p \in \partial i \setminus \{k, j\}} \nu_{p \rightarrow i} = m_i - 1.$$

S.Peï et al., [Scientific Reports 7, 45240, 3/28 2017](#)

2-3 / ホップ先の恣意性がない Cl_p 攻撃

固有値問題 $L^T M = \lambda L^T$, $M R = \lambda R$ のメッセージ伝搬式

$$\text{incoming to } i: L_{i \rightarrow j}^t = \frac{1}{|L^t|} \sum_{k \in \partial i \setminus j} L_{k \rightarrow i}^{t-1} = \frac{1}{|L^t|} (L^T M)_{i \rightarrow j},$$

$$\text{outgoing from } j: R_{i \rightarrow j}^t = \frac{1}{|R^t|} \sum_{k \in \partial j \setminus i} R_{j \rightarrow k}^{t-1} = \frac{1}{|R^t|} (M R)_{i \rightarrow j}.$$

$$\delta \lambda = \frac{L(\delta M R)}{L^T R} = \frac{1}{L^T R} \sum_{i \rightarrow j, k \rightarrow l} L_{i \rightarrow j} \delta M_{i \rightarrow j, k \rightarrow l} R_{k \rightarrow l},$$

$k \rightarrow i \rightarrow j$, $k \leftarrow i \leftarrow j$, $i \rightarrow k \rightarrow j$, $i \leftarrow k \leftarrow j$ が i に関与

$$Cl_p(i) = \sum_{j, l} (L_{i \rightarrow j} R_{j \rightarrow l} + L_{j \rightarrow i} R_{i \rightarrow l}) + \sum_{k, j} L_{k \rightarrow j} R_{j \rightarrow i}.$$

F. Morone et al., Scientific Reports 6, 2016

2-4 Bond-Percolation Threshold

無相関 $p_c = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle}$, R.Cohen, D.S.Callaway PRL 2000

密結合 $p_c = \left[\max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbf{v}^T A \mathbf{v}}{\mathbf{v}^T \mathbf{v}} \right]^{-1}$, B.Bollobás Ann.Probab. 2010

疎結合 $p_c = \left[\max_{\mathbf{w}} \frac{\mathbf{w}^T M \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{w}} \right]^{-1} = \frac{1}{\lambda_M}$, F.Radicchi PRE 2015

$$M \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} A & 1 - D \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad M \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{pmatrix} = \lambda_M \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{pmatrix}.$$

B の固有値 $\Leftrightarrow M$ の固有値 λ_M , $\mathbf{u} = (1, \dots, 1)$, $\mathbf{d} = (k_1, \dots, k_n)$

$$\lambda_M = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{w}_1}{\mathbf{u}^T \mathbf{w}_1} - 1.$$

ハブ核でなく非局在化 NB 中心性 $x_j \stackrel{\text{def}}{=} \sum_i A_{ij} R_{i \rightarrow j}$

T.Martin, X.Zhang, M.E.J.Newman, Phys.Rev. E 90, 2014

Percolation on Sparse Nets

$$\pi_i(s) = \sum_{s_j: j \in \mathcal{N}_i} [\prod_{j \in \mathcal{N}_i} \pi_{j \leftarrow i}(s_j)] \delta(s - 1, \sum_{j \in \mathcal{N}_i} s_j),$$

$$G_i(z) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_s \pi_i(s) z^s = z \prod_{j \in \mathcal{N}_i} H_{i \leftarrow j}(z), \quad \sum_s \pi_i(s) = G_i(1).$$

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [1 - G_i(1)] = 1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \prod_{j \in \mathcal{N}_i} H_{i \leftarrow j}(1)$$

$$H_{i \leftarrow j}(1) = 1 - p + p \sum_{k \in \mathcal{N}_j \setminus i} H_{j \leftarrow k}(1).$$

$$\langle s \rangle = \frac{\sum_s s \pi_i(s)}{\sum_s \pi_i(s)} = \frac{G'_i(1)}{G_i(1)} = 1 + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{H'_{i \leftarrow j}(1)}{H_{i \leftarrow j}(1)},$$

$$H'_{i \leftarrow j}(1) = p \left[1 + \sum_{k \in \mathcal{N}_j \setminus i} \frac{H'_{j \leftarrow k}(1)}{H_{j \leftarrow k}(1)} \right] \prod_{k \in \mathcal{N}_j \setminus i} H_{j \leftarrow k}(1).$$

B.Karrer, M.E.J.Newman, L.Zdeborová, Phys.Rev.Lett. 113, 2014

Beyond the locally treelike approx.

ノードやリンクの占有確率

$$s_i = p [1 - \prod_{j \in \mathcal{N}_i} (1 - t_{i \rightarrow j})], \quad t_{i \rightarrow j} = p [1 - \prod_{k \in Q_{i \rightarrow j}} (1 - t_{j \rightarrow k})].$$

$\Rightarrow \mathbf{t} = p \mathbf{G} \mathbf{t}$ に線形化して近似, 行列 \mathbf{G} としては

A-based $Q_{i \rightarrow j} = \mathcal{N}_j$, $G_{i \rightarrow j, l \rightarrow k} = \delta_{j, l}$: 隣接リンク

M-based $Q_{i \rightarrow j} = \mathcal{N}_j \setminus i$,
 $G = M$, $M_{i \rightarrow j, l \rightarrow k} = \delta_{j, l} (1 - \delta_{i, k})$: nonbacktrack

W-based $Q_{i \rightarrow j} = \mathcal{N}_j \setminus [i \cup (\mathcal{N}_j \cap \mathcal{N}_i)]$,
 $G = W$, $W_{i \rightarrow j, l \rightarrow k} = \delta_{j, l} (1 - \delta_{i, k}) (1 - A_{ik})$: 三角排除

サイトパーコレーション: ランダム故障に対する頑健性がより正確に得られる F.Radicchi, C.Castellano, [Phys.Rev. E 93, 2016](#)

G.Timár, R.A. da Costa, S.N.Dorogovtev, and J.F.F.Mendes, Non-backtracking expansion of finite graphs, Phys.Rev. E 95, 2017

2-5 NP 困難問題における等価性

Decycling グラフ G の decycling 数 $\theta_{dec}(G)$ は **ループ無グラフにする** 為に除去するノードの最小比

Dismantling(剥ぎ取る, 裸にする) グラフ G の dismantling 数 $\theta_{dis}(G)$ は GC のサイズが定数 C より小さくなる為に除去するノードの最小比

次数分布 $\{p_k\}$ のランダム疎グラフにおいて

$$\theta_{dec}(p_k) = \lim_{N \rightarrow \infty} E[\theta_{dec}(G)], \quad \theta_{dis}(p_k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{C \rightarrow \infty} E[\theta_{dis}(G, C)].$$

- 任意の次数分布で $\theta_{dis}(p_k) \leq \theta_{dec}(p_k)$
- $\langle k^2 \rangle < \infty$ なら, $\theta_{dis}(p_k) = \theta_{dec}(p_k)$

A. Braunstein et al., PNAS 113(44), 12368-12373, 2016

2-6 Feedback Vertex Set 問題

NP 困難: 最少ノード集合の除去でループ無にする問題

INPUT: Digraph H , positive integer k

PROPERTY: There is a set $R \subseteq V$ such that every (directed) cycle of H contains a node in R .

R.M.Karp, Reducibility among combinatorial problems, In Complexity of Computer Communications, E.Miller et al.(eds), pp.85-103, NY Plenum Press, 1972

⇒ 近似解法として例えば, ループに関与する辺数を重視

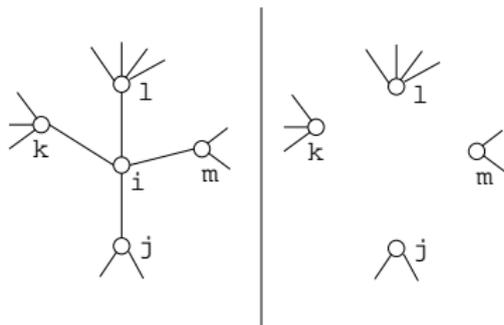
$$k_v - comp(G - v)$$

の大きいノード v を再帰的に選ぶ

V.V.Vazirani, Approximation Algorithm, Chapter 6, pp.54-60, Springer, 2002

Cavity(空洞) グラフ近似とループ無化

Bethe-Peierls 近似:
独立積



joint prob.

$$\mathcal{P}_{\setminus i}(A_j : j \in \partial i) \approx \prod_{j \in \partial i} q_{j \rightarrow i}^{A_j}$$

- ① $A_i = 0$: i は非占有の状態: 木の根として不要
⇒ 木以外のループ形成の為のノード
- ② $A_i = i$: i 自身が根. i が追加結合された時, 隣接 $j \in \partial i$ の状態 $A_j = j$ は, i が j の根の状態 $A_j = i$ に変化可
- ③ $A_i = l$: i が追加結合された時, ある隣接 $l \in \partial i$ が存在して, 他の全ての $k \in \partial i$ が非占有 or 根なら, l が i の根

H.-J.Zhou, Euro.Phys. J. B 86, 2013

Marginal Probability

① i が非占有の確率: $q_i^0 = \frac{1}{z_i}$,

② j が非占有 or 根で i が根の確率:

$$q_i^j = \frac{e^x \prod_{j \in \partial i} (q_{j \rightarrow i}^0 + q_{j \rightarrow i}^j)}{z_i},$$

③ l が占有かつ他の k は非占有 or 根で i の根が l の確率:

$$q_i^l = \frac{e^x (1 - q_{l \rightarrow i}^0) \prod_{k \in \partial i} (q_{k \rightarrow i}^0 + q_{k \rightarrow i}^k)}{z_i},$$

正規化条件 $q_i^0 + q_i^j + \sum_{l \in \partial i} q_i^l = 1$ より

$$z_i \stackrel{\text{def}}{=} 1 + e^x \left[\prod_{j \in \partial i} (q_{j \rightarrow i}^0 + q_{j \rightarrow i}^j) + \sum_{l \in \partial i} (1 - q_{l \rightarrow i}^0) \prod_{k \in \partial i \setminus l} (q_{k \rightarrow i}^0 + q_{k \rightarrow i}^k) \right].$$

今のところ最強のBP攻撃：ループ破壊

数ラウンド反復からなる毎ステップ t で、**確率伝搬法 (BP)** に従う q_i^0 が最大のノードを除去

$$q_i^0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{1 + e^x \left[\sum_{k \in \partial i(t)} \frac{1 - q_{k \rightarrow i}^0}{q_{k \rightarrow i}^0 + q_{k \rightarrow i}^k} \prod_{j \in \partial i(t)} \left[q_{j \rightarrow i}^0 + q_{j \rightarrow i}^j \right] \right]}$$

$$q_{i \rightarrow j}^0 = \frac{1}{z_{i \rightarrow j}(t)}, \quad q_{i \rightarrow j}^i = \frac{e^x \prod_{k \in \partial i(t) \setminus j} \left[q_{k \rightarrow i}^0 + q_{k \rightarrow i}^k \right]}{z_{i \rightarrow j}(t)},$$

$$q_{i \rightarrow j}^0 + q_{i \rightarrow j}^i + \sum_{l \in \partial i} q_{i \rightarrow j}^l = 1,$$

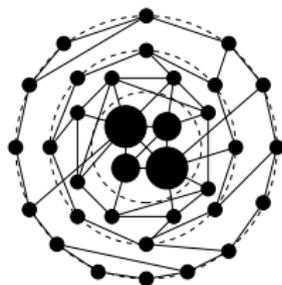
$\partial i(t)$ は時刻 t における i の隣接ノード集合, $\partial i(t) \setminus j$ は $\partial i(t)$ から j を除いた集合, $x > 0$ は逆温度パラメータ.

S.Mugisha, H.-J.Zhou, Phy.Rev. E 94, 2016

3 世界初の逐次成長構築法

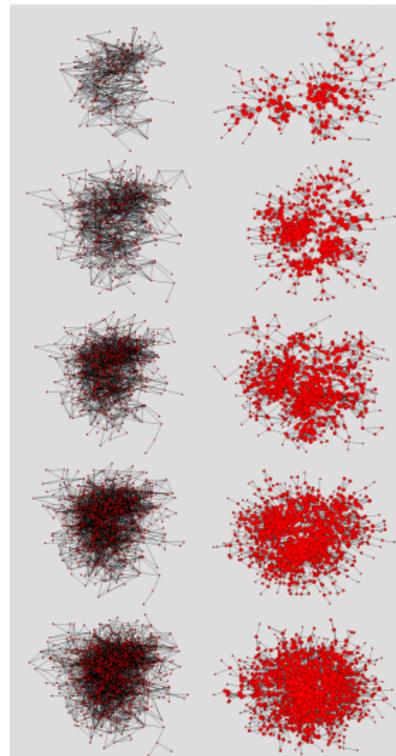
攻撃に最適な結合耐性 = 正次数相関
を持つ玉葱状構造 C.M.Shneider et al.,
PNAS 810, 2011, T.Tanizawa, S.Havlin, and
H.E.Stanley, PRE 85, 046109, 2012

⇒ リンク全体張り替えのみ Z.-X.Wu,
and P.Holme, PRE 84, 026116, 2011



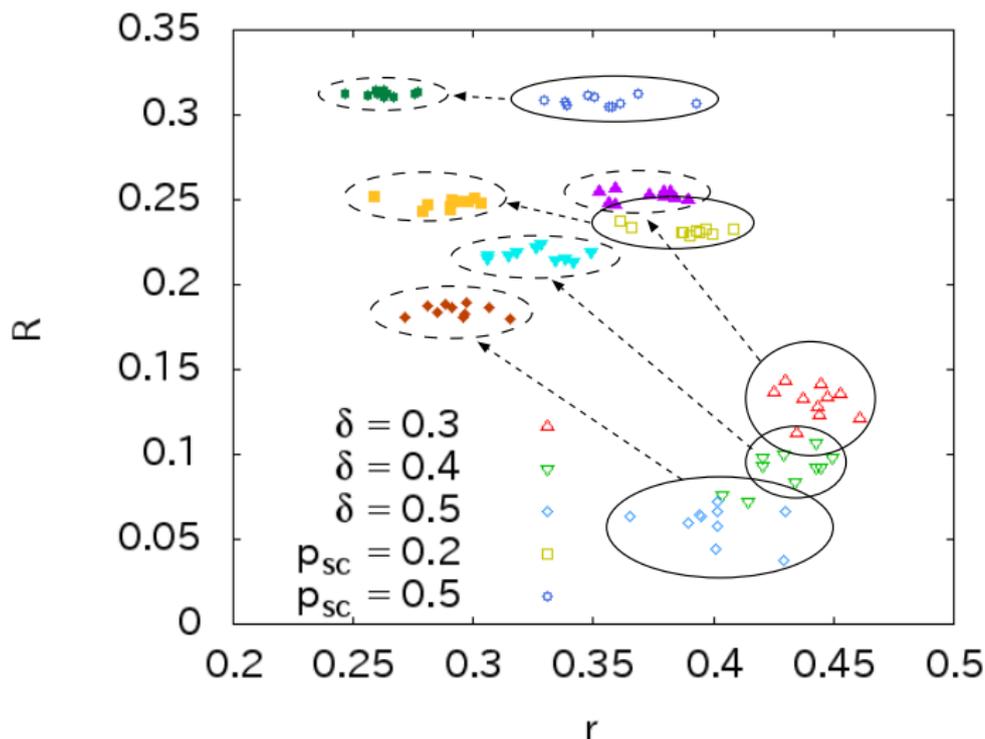
逐次成長法: Y.Hayashi, IEEE Xplore Digital
Library SASO 2014

成長しながら構築!



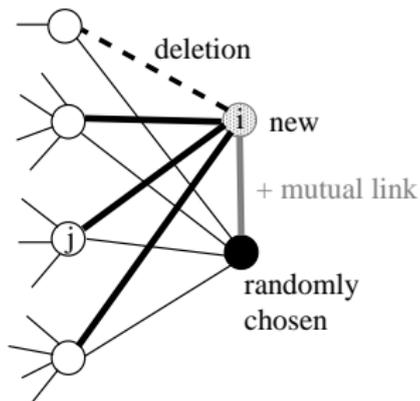
近似最適耐性：リワイヤとの比較

Rewired ← Onion-like(□, ○) and Tree-like(△, ▽, ◇)

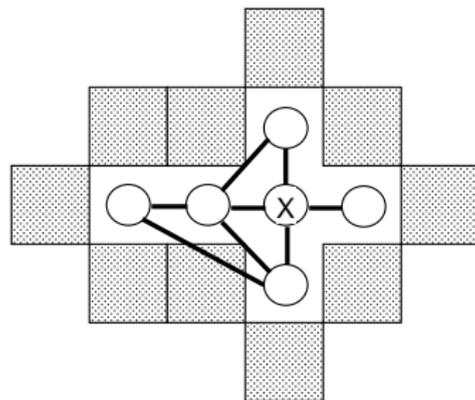


Y.Hayashi, IEEE Xplore Digital Library SASO 2014 pp.50-59

界面成長による制約が付くと



部分コピー操作の 基本モデル



界面 (表面) 上の限られた位置のみに新ノード追加: 界面に隣接するノードのみが部分コピー操作対象として選択可

Y.Hayashi, Physica A 457 pp.255-269, 2016

空間上の自己増殖

局所情報のみによる空間上の分散処理で増殖するシステムとして

Diffusion Limited Aggregation:

バクテリアコロニー等における樹状成長, 拡散的な空間成長

Invasion Percolation:

所々穴ができる地面への水や油の浸透,
地形や人口分布等で回避あるいは優先接続する空間成長

Eden Model:

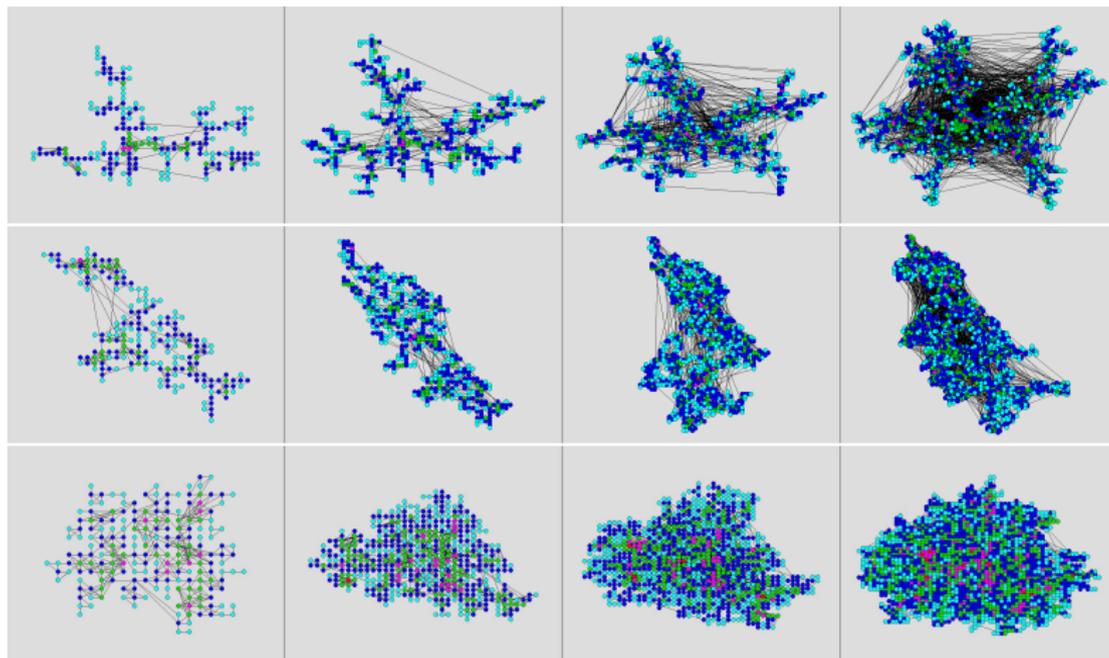
塊状になる細胞分裂的な隣接への成長, 単純な最近接位置への空間成長

⇒ 空間的にはフラクタル, トポロジ的には玉葱状, のネットワークを創発: 逐次成長させる

Y.Hayashi, Physica A 457 pp.255-269, 2016

典型的な表面成長：DLA,IP,Eden

高次数ノードが空間的に自己組織化されて点在



Y.Hayashi, Physica A 457 pp.255-269, 2016

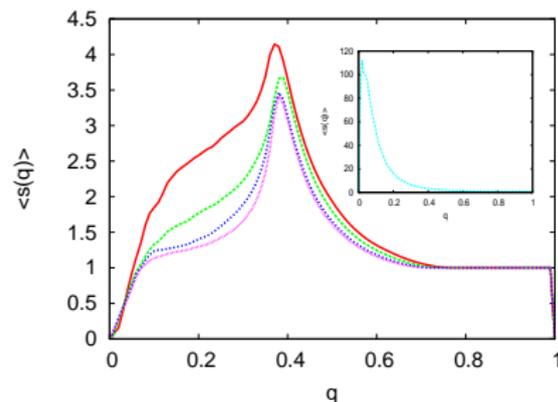
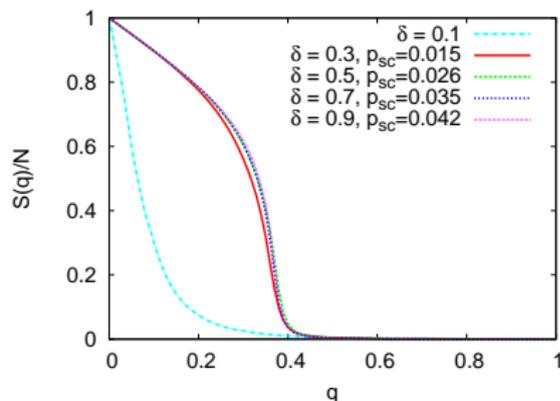
頑健な玉葱状構造の創発

$S(q)$: 攻撃率 q に対する最大連結成分 GC のサイズ, $\langle s(q) \rangle$: GC 以外の平均クラスターサイズ

頑健性指標:

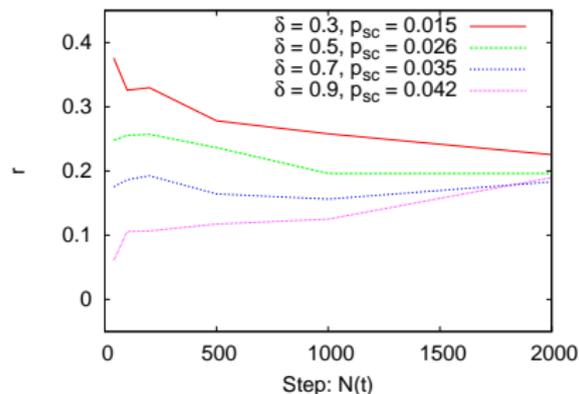
$$R \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \sum_{q=1/N}^1 S(q)$$

表面成長 (DLA) の制約があっても, 悪意のある攻撃に対して近似最適な強耐性



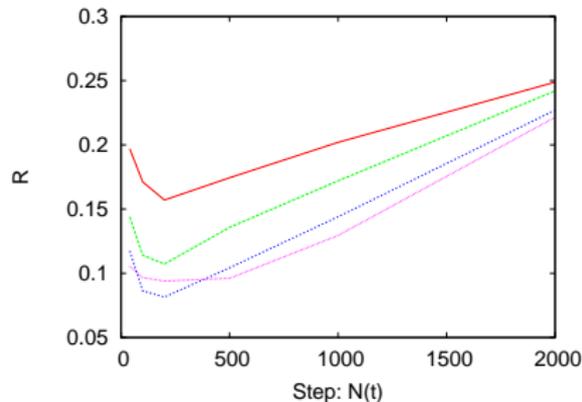
レジリエントなネットワーク成長

治癒処理のないランダム成長でも、執拗な連続攻撃から玉葱状構造を復活可! ⇒ 効率性と頑健性が共存



Deg-deg correlation

with moderate $r \approx 0.2$

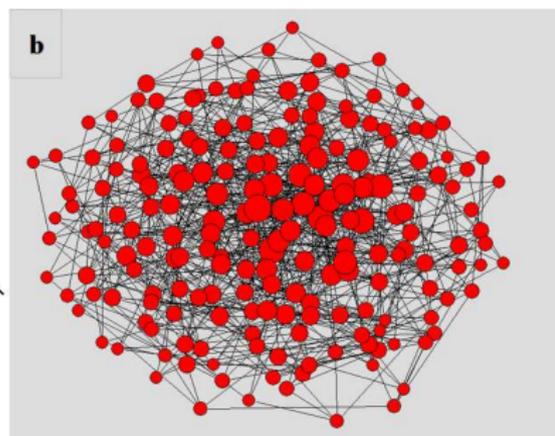
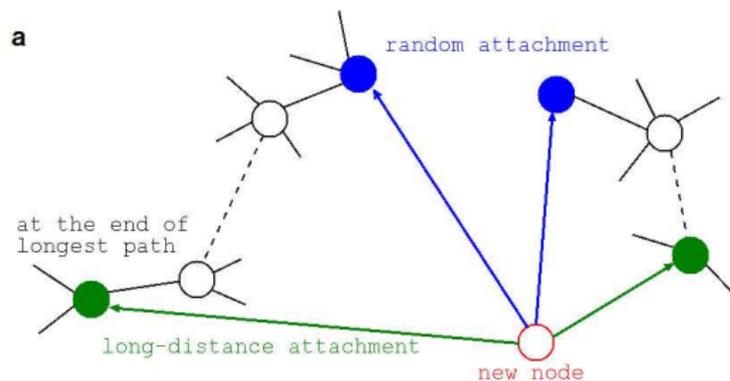


Strong Robustness

with increasing R

Y.Hayashi, Physica A 457 pp.255-269, 2016

3-2 仲介に基づく 玉葱状ネットの新成長原理



RLD-A: 毎時刻に追加される新ノードからの m 本のリンクを $m/2$ 個のペアとして、片方をランダム選択して結合、もう片方はランダム選択ノードから最遠のノードに結合

MED: 上記の最遠ノードの代わりに **範囲限定**して、 μ 仲介した $\mu + 1$ ホップ先のノードに結合

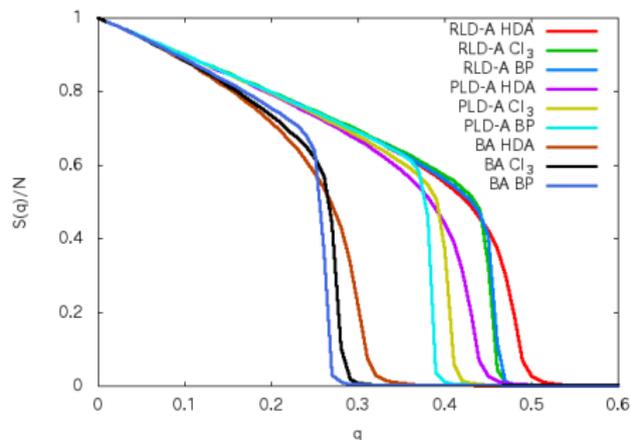
▶ 組織論における遠距離交際の重要性 ⇒ **長いループの形成がより本質的**

Y. Hayashi, To appear in Network Science, ▶ Open Access, ▶ arXiv:1706.03910, 2017

ハブ： HDA, インフルエンサー： CI, ループ： BP 攻撃に対して

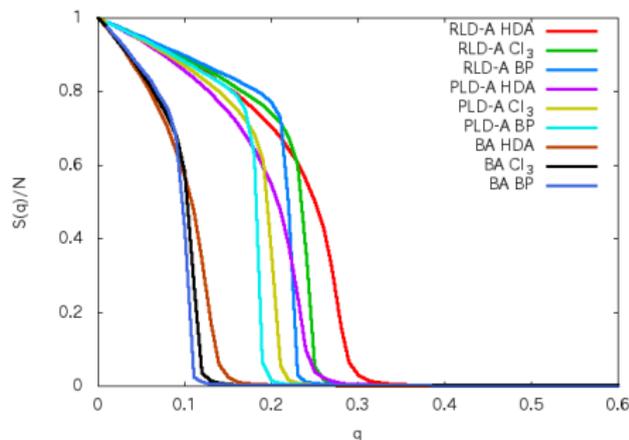
$m = 4$

c



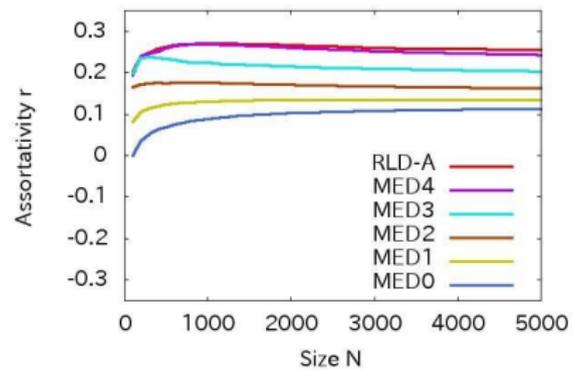
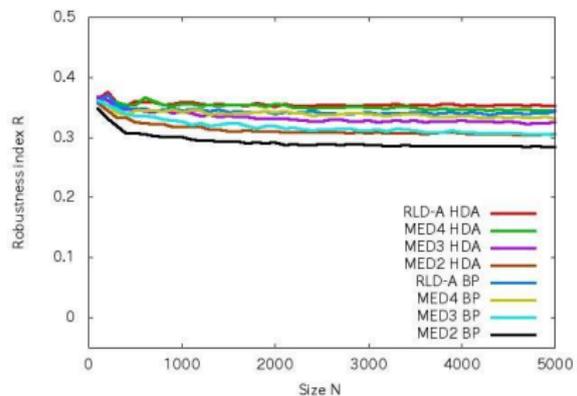
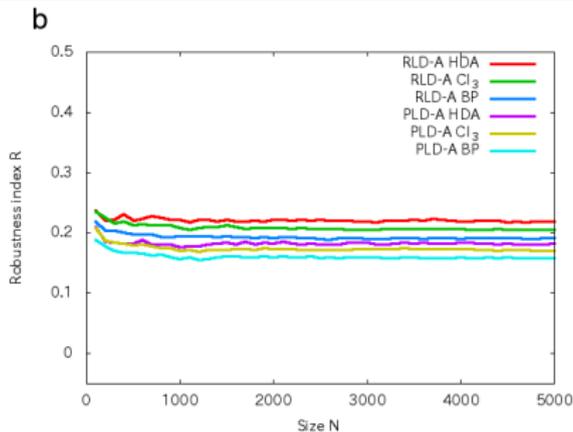
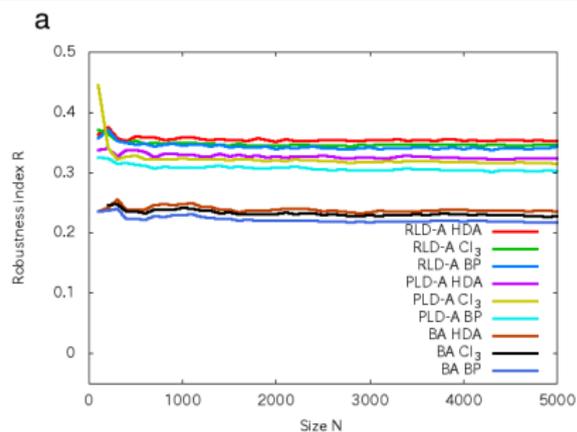
$m = 2$

d

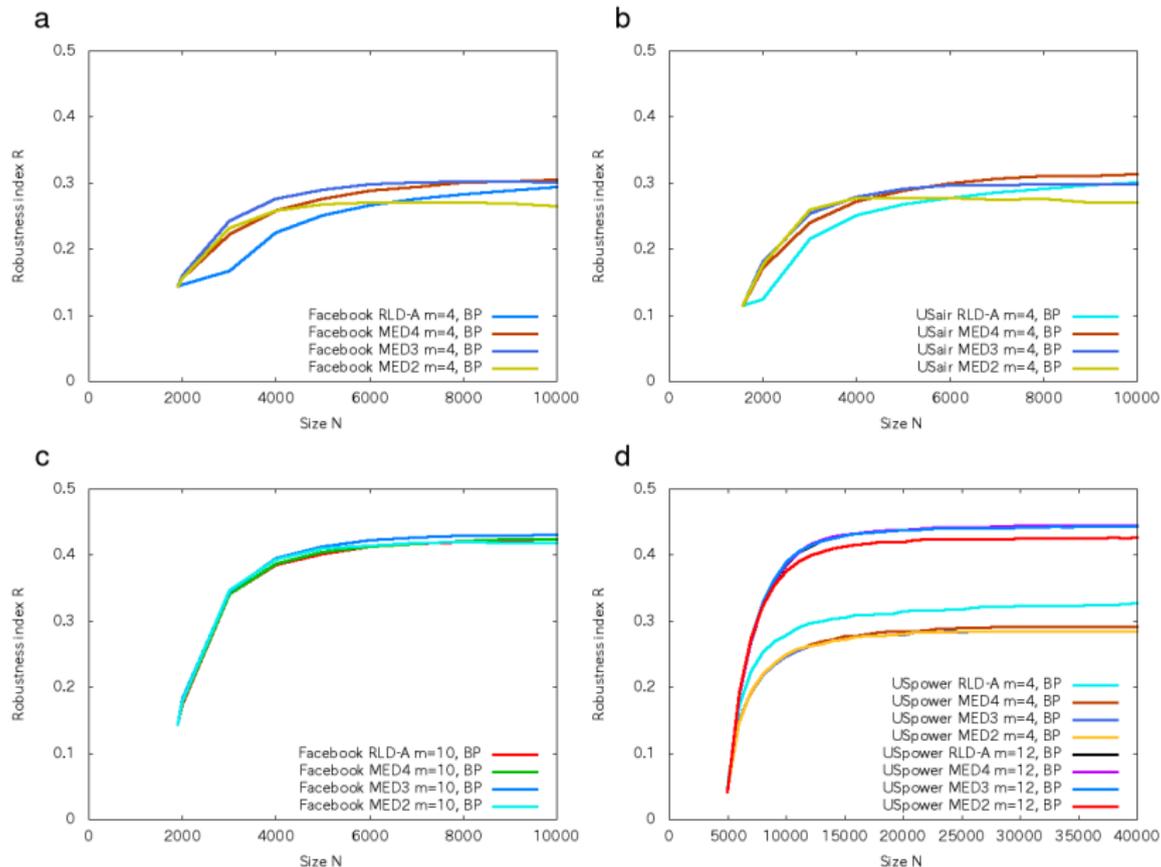


⇒ 新ノードを介して絡まる複数ループが形成できる、 $m \geq 4$ 本が必要

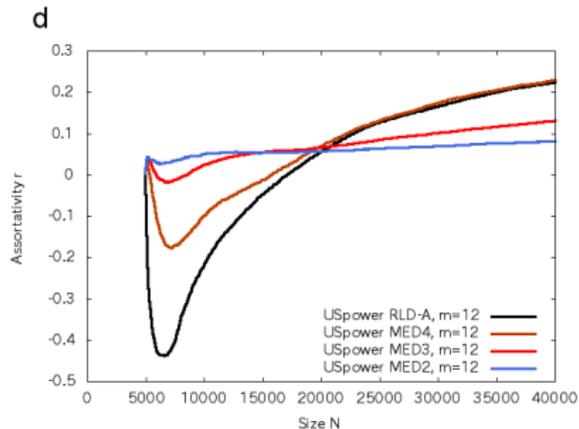
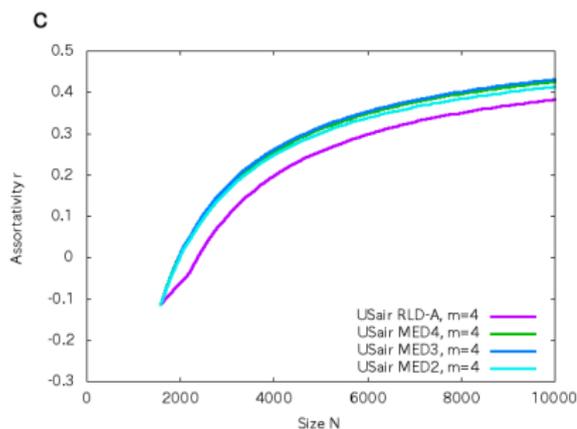
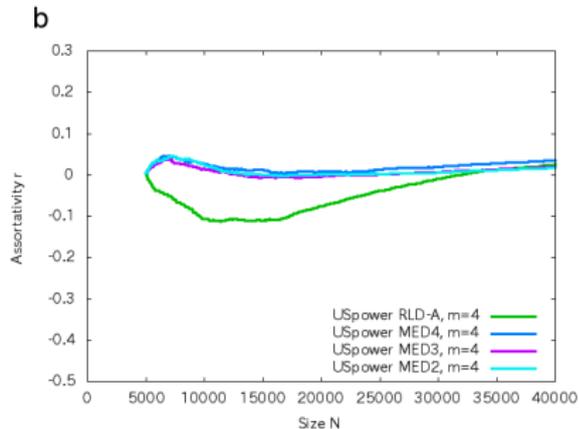
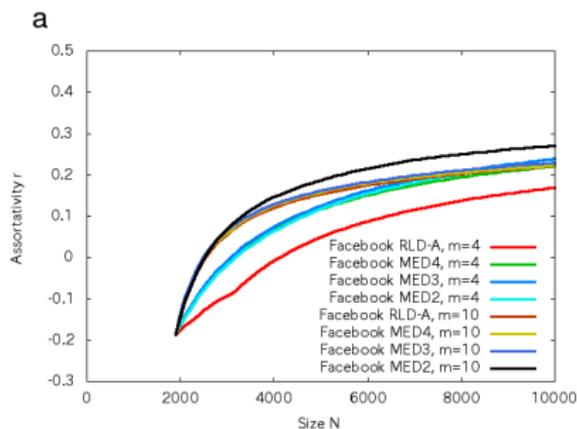
玉葱状構造の創発: R 値と r 値が大



仮想実験：現実ネットをリフォーム可

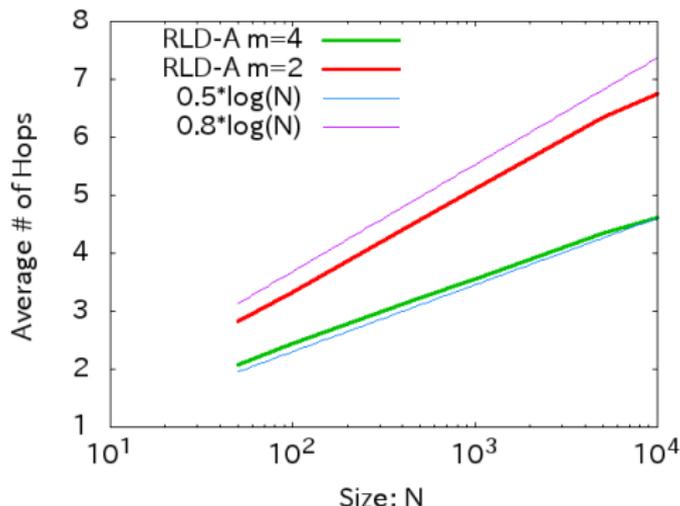


構造変化 Assortativity r vs N



利己主義を捨て ある種の投資をすべき

Small-World 効果: ホップ数で計った最短経路の平均経路長は $O(\log N)$



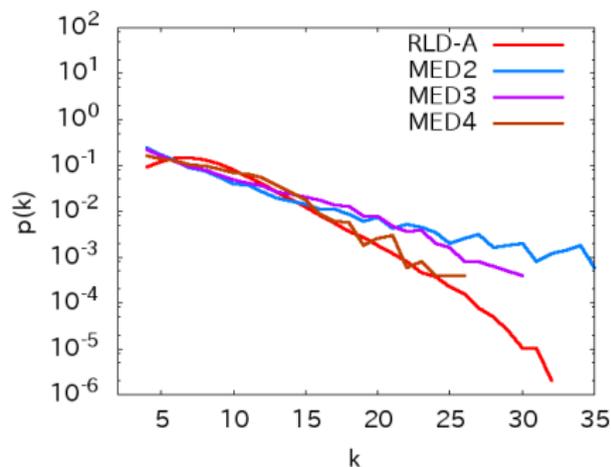
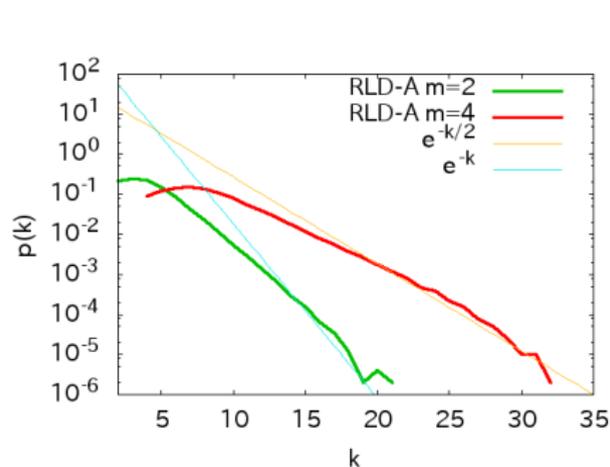
仲介に基づき、頑健性のみならず情報伝達 or 通信の効率も良く両立可
一方、利己主義: 優先的選択に基づく現実の多くのネットワークは効率重視で結合耐性は極端に脆い

⇒ 仲介による繋がりには改めれば効率を落とさず脆弱性を克服!

ハブ無の指数的な裾野を持つ次数分布 $p(k)$

経路による負荷が集中しがちなハブが存在しないことも利点

$N = 5000$ の例:



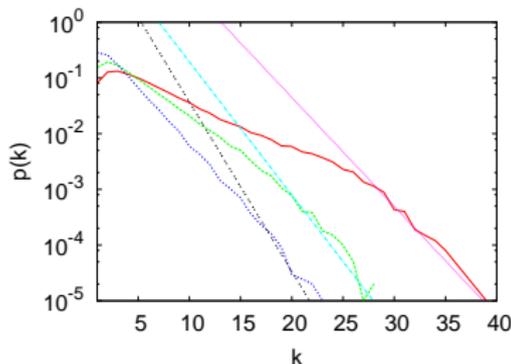
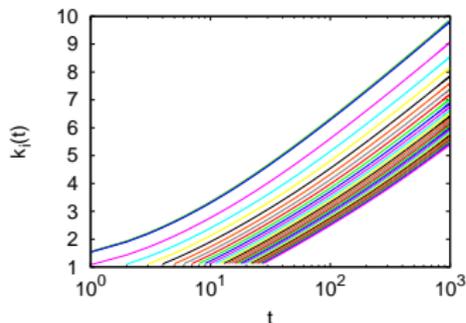
指数的な裾野は数値解析的に推定できる

隣接行列のアンサンブル平均から $p(k)$ を推定

成長ネットの $k_i(t)$ が単調増加関数で古株ノードほど次数が大の時,

$$\frac{t_i}{t} = \frac{h(k_i)}{h(k)}, \quad p(k_i(t) < k) = p\left(t_i > \frac{h(k_i)}{h(k)}t\right),$$

$$p(k) = \frac{\partial p(k_i(t) < k)}{\partial k} = \frac{\partial}{\partial k} \left(1 - \frac{\text{const.}}{h(k)}\right) \frac{t}{N_0 + t} \sim \frac{h'(k)}{h^2(k)}.$$



Y.Hayashi, Network Science 4(3), 385-399, [Open Access](#), 2016

4. 自己組織化や Copying モデルに関して

利己性の強弱, 淘汰, 再帰分割, を含め, さらに学ぶには...

