

空間システムデザイン

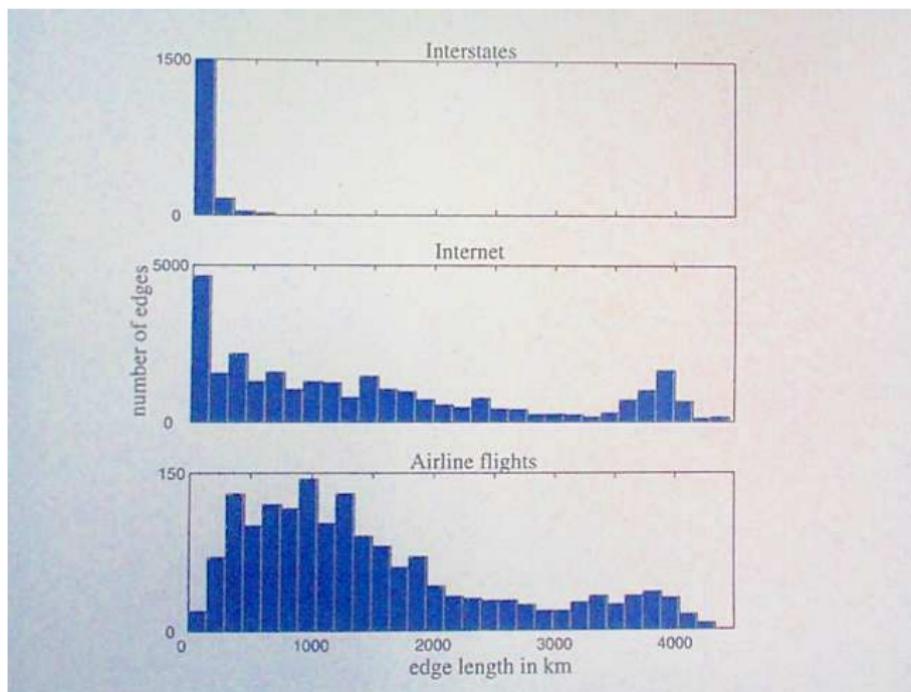
林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学

改訂 1 版 2019

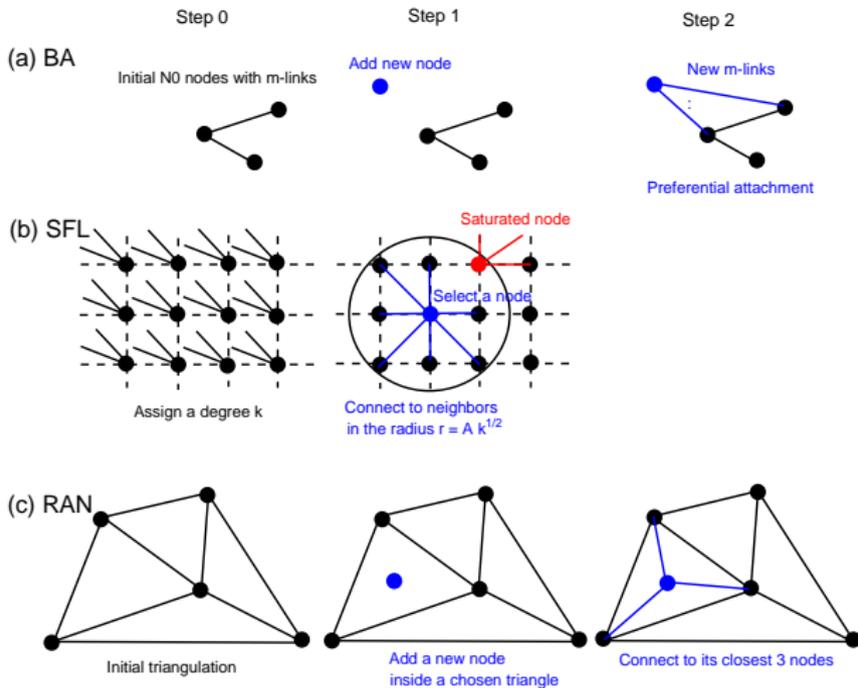
空間に埋め込まれたネットのリンク長分布

多数派の短距離リンクと少数派の長距離リンク



M.T.Gastner and M.E.J.Newman, EPJB 49, 2004

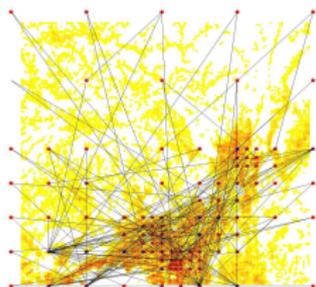
Typical Spatial Net Constructions



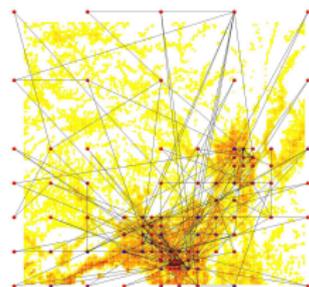
Y.Hayashi, IPSJ Journal 47(3), 2006

2. 距離因子付き修正 BA モデル

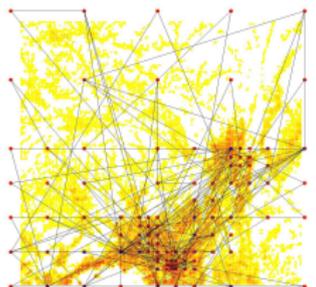
修正 BA モデルにおけるノード j の選択確率: $\Pi_j \propto d_{ij}^{-\alpha} pop_j^{\beta} k_j^{\gamma}$



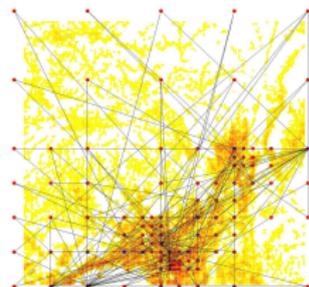
011



101



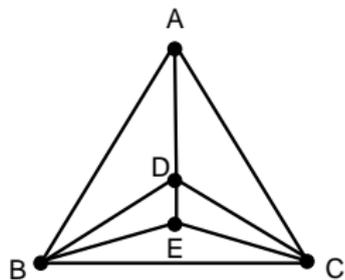
110



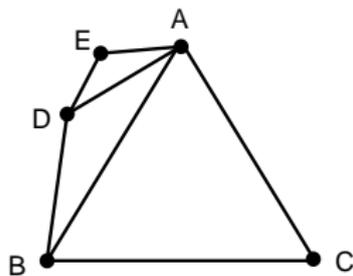
111

S.S.Manna et al., PRE 66, 026118/066114, 2002, PRE 68, 026104, 2003, New J. of Phys. 9(30), 2007.

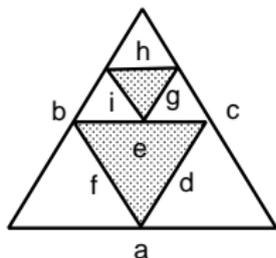
3. 幾何学的な構築法



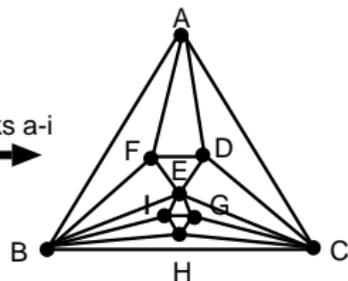
(a) Random Apollonian Net



(b) Random Pseudofractal SF Net



Mapping from links a-i
to nodes A-I

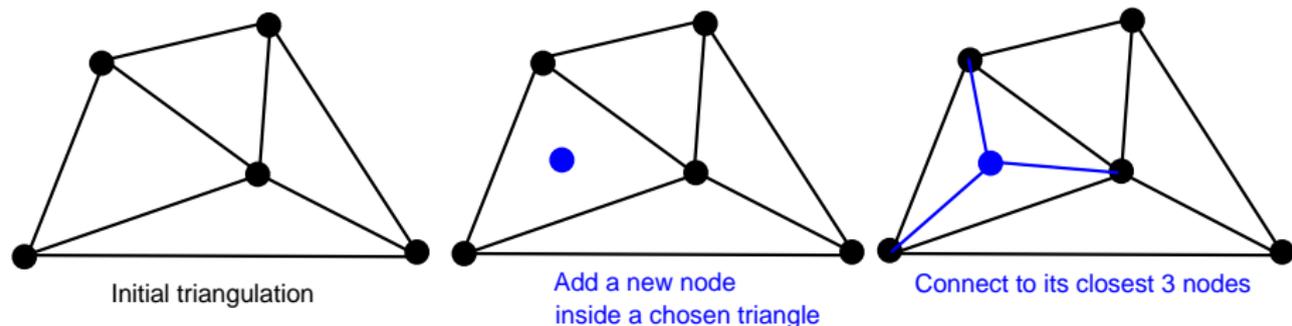


(c) From a random Sierpinski gasket to the correspondig Sierpinski Net

S.N.Dorogovtsev et al., PRE 65, 066122, 2002, Z.Zhang et al., EPJB 65, 2008

Random Apollonian Network

毎時刻に面をランダムに選び、その面内に新ノードを追加して、新ノードと選ばれた面の各ノードをリンクすることを繰り返す。



⇒ つぶれた三角形による長距離リンクが出来てしまう

べき乗次数分布の導出

時刻 $N + 1$ で次数 $k + 1$ を持つノード数:

$$n(k + 1, N + 1) = \frac{k}{N_{\Delta}} n(k, N) + \left(1 - \frac{k + 1}{N_{\Delta}}\right) n(k + 1, N)$$

$P(k) \approx n(k, N)/N$ を代入して整理した,

$$k(P(k + 1) - P(k)) + \frac{N + N_{\Delta}}{N} P(k + 1) = 0$$

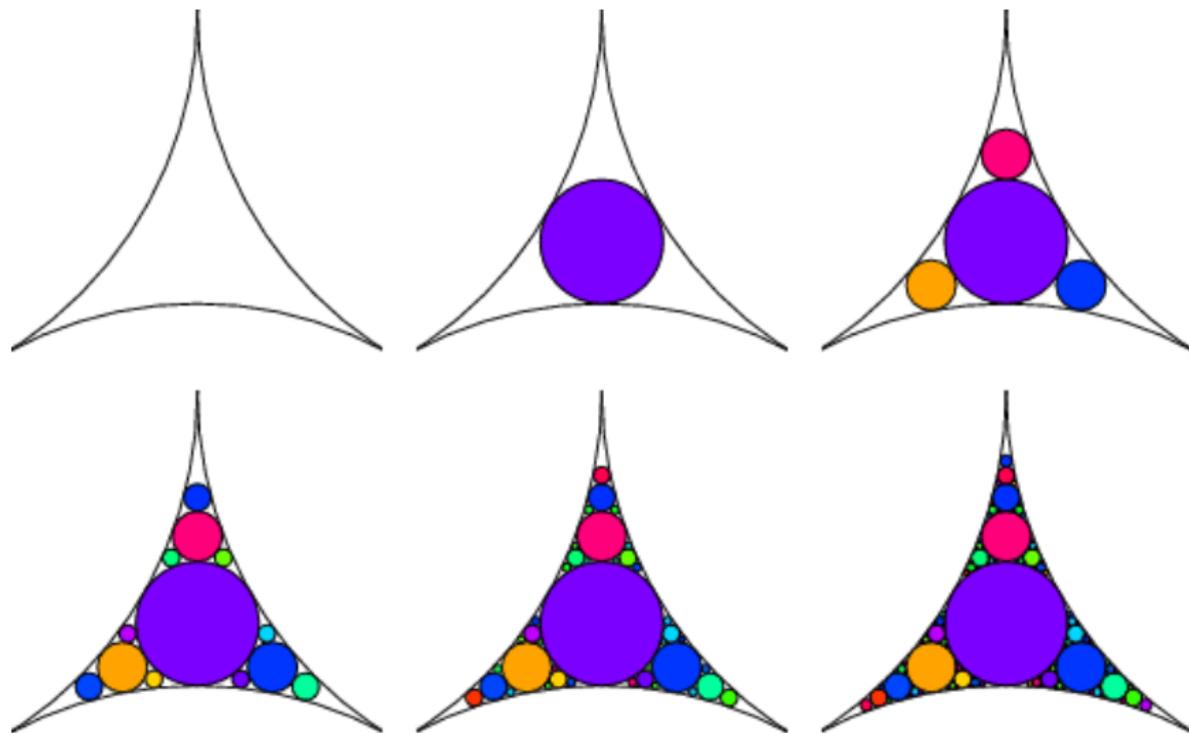
から, k について連続近似した微分方程式

$$k \frac{dP}{dk} = -\gamma_{RA} P$$

を変数分離法で解くと, $P(k) \sim k^{-\gamma_{RA}}$. 但し, $\gamma_{RA} = (N_{\Delta} + N)/N \approx 3$, $N_{\Delta} = N_{\Delta 0} + 2N$.

T.Zhou, G.Yan, and B.-H.Wang, PRE 71, 046141, 2005

空間充填構造



▶ Descartes の定理

4. 最適化による構築法 (Optimal Traffic Tree)

$$\text{最小化} \quad f \stackrel{\text{def}}{=} \sum_e b_e w_e = \sum_e b_e \frac{l_e}{t_e},$$

$$\text{条件} \quad \sum_e t_e = T \Leftrightarrow g \stackrel{\text{def}}{=} T - \sum_e t_e = 0.$$

t_e は各リンク e のフロー量, l_e はそのリンク長, b_e は (最小ホップの経路がリンク e を通る頻度で定義される **転送負荷に相当する**) 媒介中心性, $w_e = l_e/t_e$ は重み.

連続変数の制約付き最適化問題を解く常套手段である **未定乗数法** より, $F = f - \lambda g$ とおいて問題を変形.

$$\frac{\partial F}{\partial t_e} = -\frac{b_e l_e}{t_e^2} + \lambda = 0,$$

と, λ はリンク e に依存しない定数であることから, $t_e \propto \sqrt{b_e l_e}$ を得る. さらに, $\partial F / \partial \lambda = 0$ と等価な $t_e = \frac{T \sqrt{b_e l_e}}{\sum_e \sqrt{b_e l_e}}$ を f の右辺に代入して整理すると, 制約無の最小化: $F = \frac{1}{T} (\sum_e \sqrt{b_e l_e})^2$ に帰着.

最小木 ~ 星型

パラメータ $\mu, \nu > 0$ により一般化

$$f = \sum_e b_e^\mu l_e^\nu.$$

$\mu = 0, \nu = 1$ 近接結合による最小木,

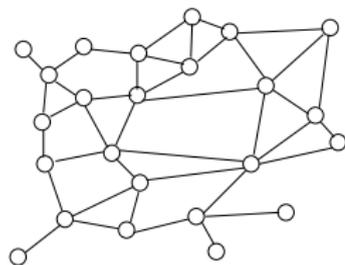
$\mu = 1/2, \nu = 1/2$ OTT,

$\mu = 1, \nu = 0$ 媒介中心性の和のみを最小化させる星型ネット

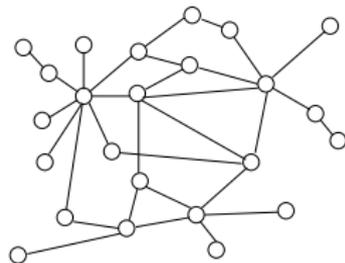
M.Barthélemy, and A.Flammini, J. of Stat. Mech. L0702, 2006 [▶ arXiv:physics/0601203v2](https://arxiv.org/abs/physics/0601203v2)

典型的な最適化基準に応じた構造創発

最小化: $(1 - \delta) \times$ 最短距離の経路長 $+ \delta \times$ 経路コスト



$\delta = 0.0$



$0 < \delta < 1$



$\delta = 1.0$

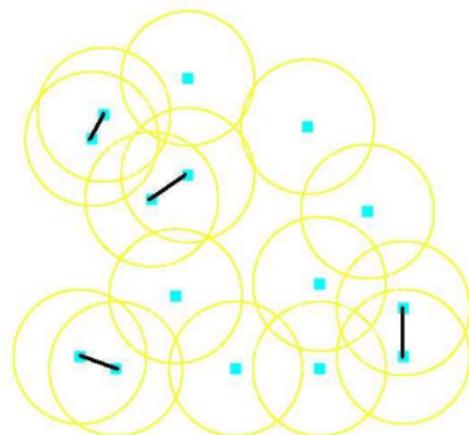
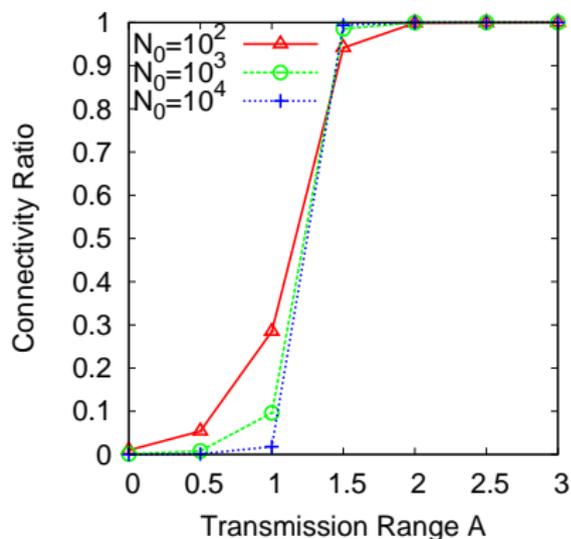
M.T.Gastner, and M.E.J.Newman, PRE 74, 2006

通信効率や負荷分散など種々の評価基準の組合せ

さまざまな評価基準に対して生成されやすいネットワーク構造が変わる

- 隣接ノードでの多数決投票やグラフのラプラシアンに基づく **拡散伝搬の収束速度等**を考慮した評価基準
- 総リンク数が一定の条件下でグラビティモデルのフロー量を最大化: 各点の送信要求量で重み付けた **最も流れやすい構造**
- 最少ホップ数の経路の平均ホップ数と平均リンク長の重み付き和を最小化: **経路数と長さが短い経路**を持つ構造
- 上記経路の平均ホップ数と拡散伝搬に関するラプラシアンの最大固有値の重み付き和を最小化
- 比でトレードオフ: 一極集中と多数点在したノード密集地の創発
星型ネット から 環状迂回路による **渋滞緩和** ▶ D.J.Ashton et al., PRL 94, 2005

Initial Configuration: UDG



Unit disk graph

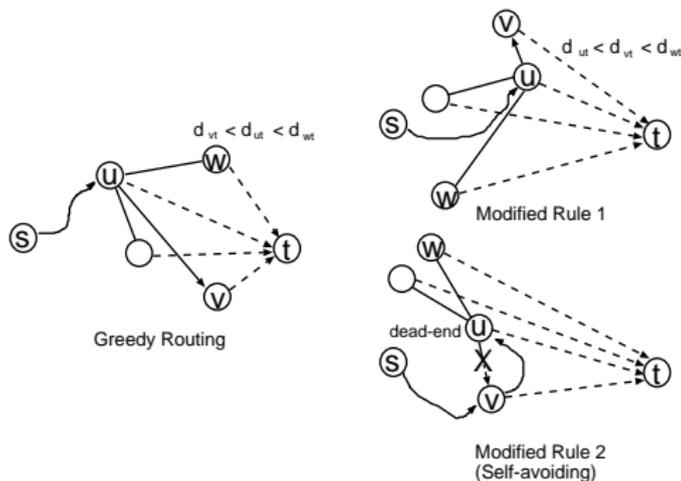
一定の伝達範囲内の無線通信: Unit Disk Graph
もし $d_{ij} < A/\sqrt{N_0}$ ならば, ノード i と j は結合
⇒ 伝達可能半径 A に従った連結度の相転移

Y.Hayashi, and Y.Meguro, Physica A 391, 872-879, 2011

Network Generation Methods

毎時刻ごと全体で $R = 0.1N_T$ パケットを発生, 始終点の発生頻度は各ノードに割り当てられた空間的に非一様な人口に比例

Link Survival もし GreedyRouting でリンク e_{ij} をパケットが通過したら重み増加: $w_{ij} \rightarrow w_{ij} + 1$
また各リンクが確率 $p_d = 0.1$ で重み減少: $w_{ij} \rightarrow w_{ij} - 1$
この重み更新を $T = 3 \times 10^4$ 回まで繰り返す



Modification: Adding Shortcuts

頑健性の改善の為に

Path Reinforcement T ステップのリンク淘汰後, パケット転送とリンク重み更新を続けながら, 生き残った LS ネットに 10 から 30% のショートカットを付加する
ランダムに選んだパケットの宿主ノードと, それが訪れた経路上でランダムに選んだノードとの間に, ショートカットを付加して, 経路を強化

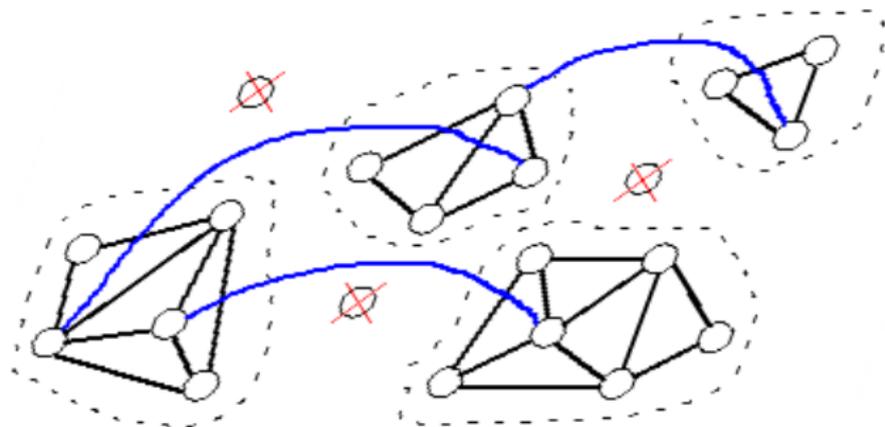
Random Shortcut パケットの存在位置とは無関係に一様ランダムにノードを選んで, 生き残った LS ネットに 10 から 30% のショートカットを付加する

注) LS では $w_{ij} = 0$ になった時, 冗長なリンク e_{ij} は除去され, それによって孤立したノードも除去される

From Organizational Theory

少量のショートカット 付加による 頑健性の向上

▶ 組織論 : 「近所付き合いと 遠距離交際」のバランス!



1997年のアイシン大火災におけるトヨタの驚異的早期復帰, 世界的に拡大してる温州人の経済ネット

西口, 一橋ビジネスレビュー連載 2006-07

▶ Silicon Valley モデル

Shortcut Effect:

Internet AS, Delaunay Tri., Apollonian SF :

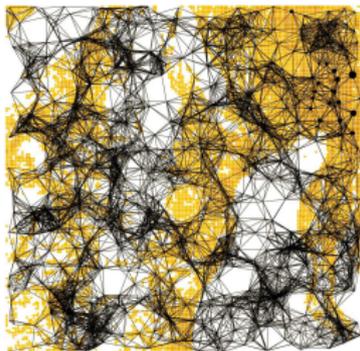
Y.Hayashi, and J.Matsukubo, Improvement of the robustness on geographical networks by adding shortcuts, Physica A, 380, 2007.

Y.Hayashi, Necessary Backbone of Super-highways for Transport on Geographical Complex Networks, Advances in Complex Systems 12(1), 2009.

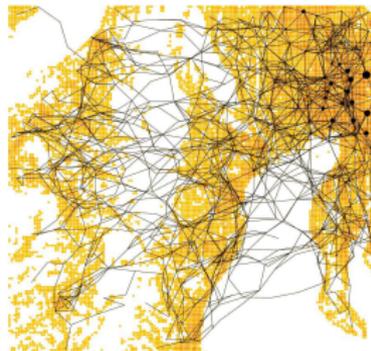
Multi-Scale Quatered Net :

Y.Hayashi, Evolutionary Construction of Geographical Networks with Nearly Optimal Robustness and Efficient Routing Properties, Physica A 388, 2009.

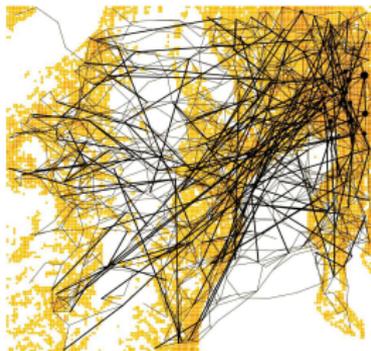
Simulation Results



UDG



LS



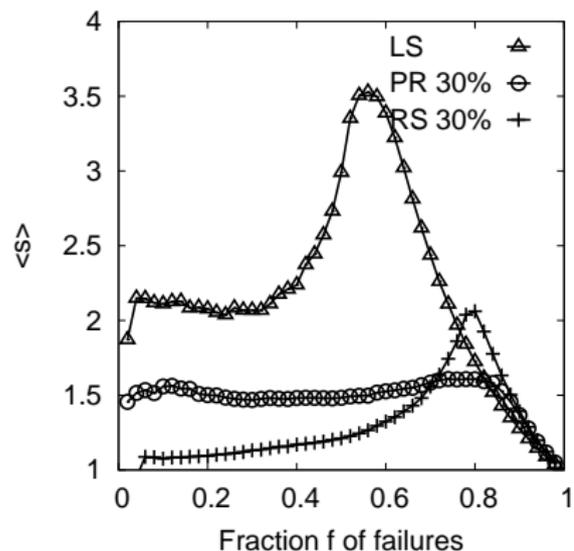
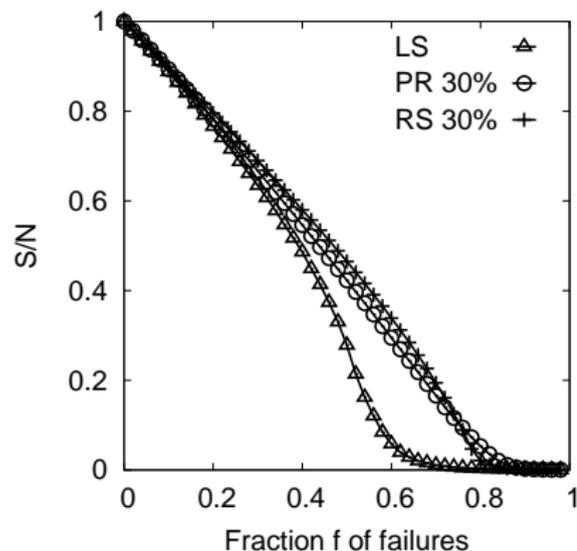
PR10%



RS10%

Robustness against Failures

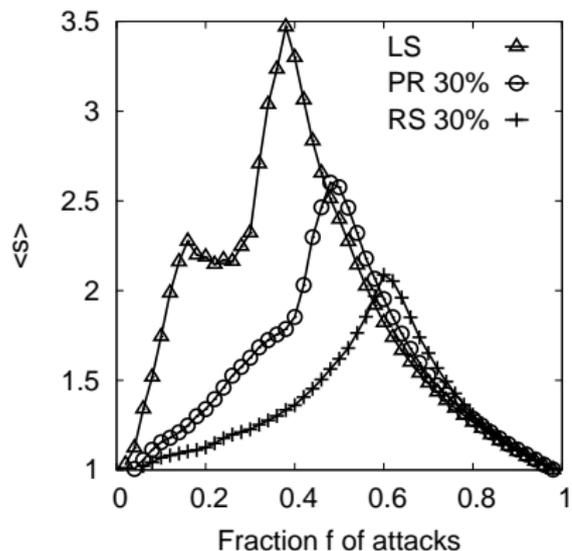
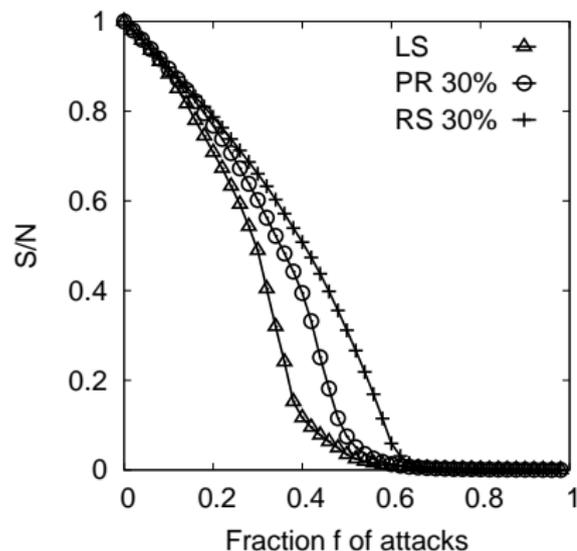
ショートカット付加による改善



⇒ ノード 除去率の臨界値 f_c が, **LS** の 0.6 から **PR** と **RS** の 0.8 に向上

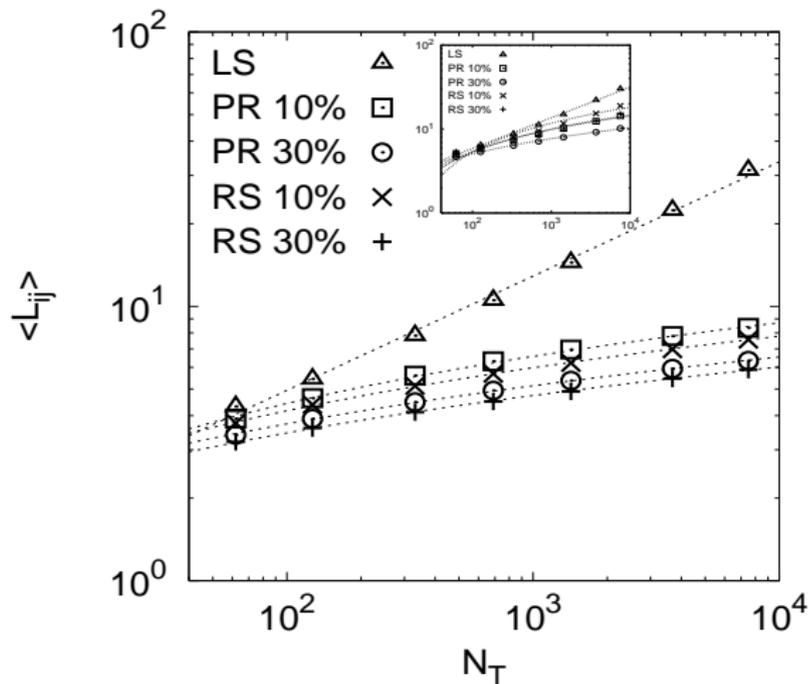
Robustness against Attacks

ショートカット付加による改善



⇒ ノード 除去率の臨界値 f_c が, **LS** の 0.4 から **PR** と **RS** の 0.6 に向上

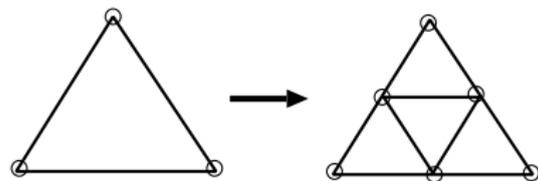
Average Path-Length: SW Property



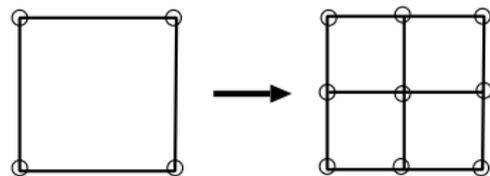
⇒ LSの $O(\sqrt{N_T})$ から PRと RSの $O(\log N_T)$ に改善!

6. 面の分割による自己組織化

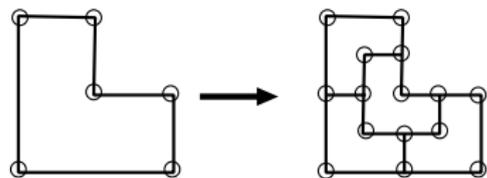
基本的な分割処理



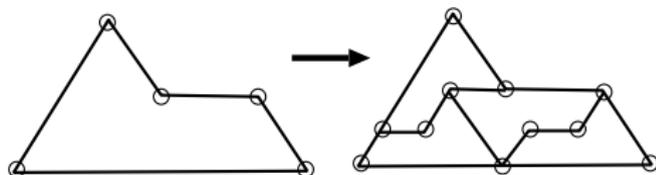
(a) triangle



(b) square



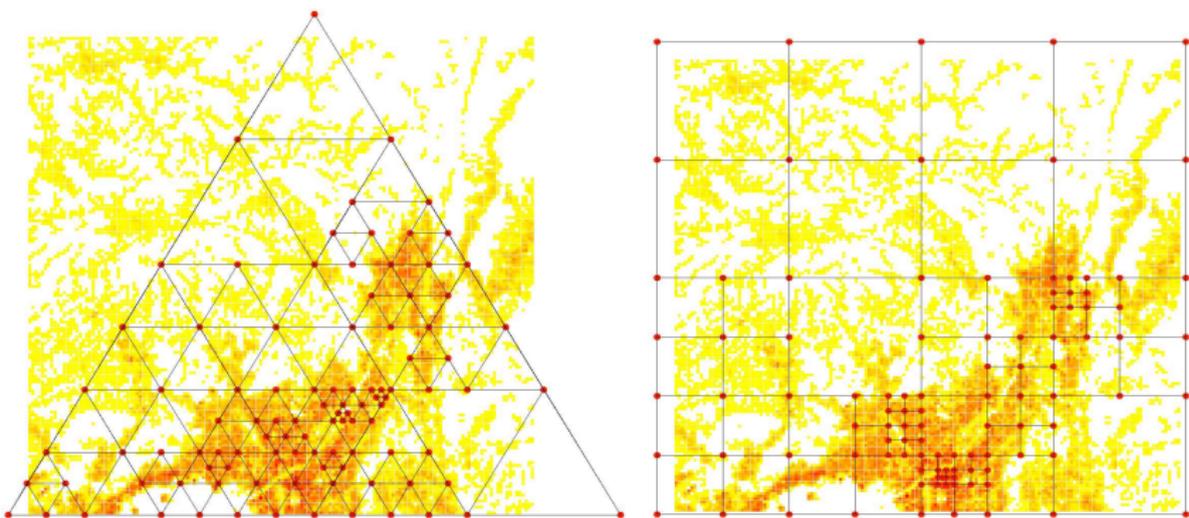
(c) triomino chair tiling



(d) sphinx tiling

Multi-Scale Quartered Net

毎時刻ある確率で面を 1 つ選び, 自己相似な面の再帰的分割で自己組織化: 疎密なノード配置が創発

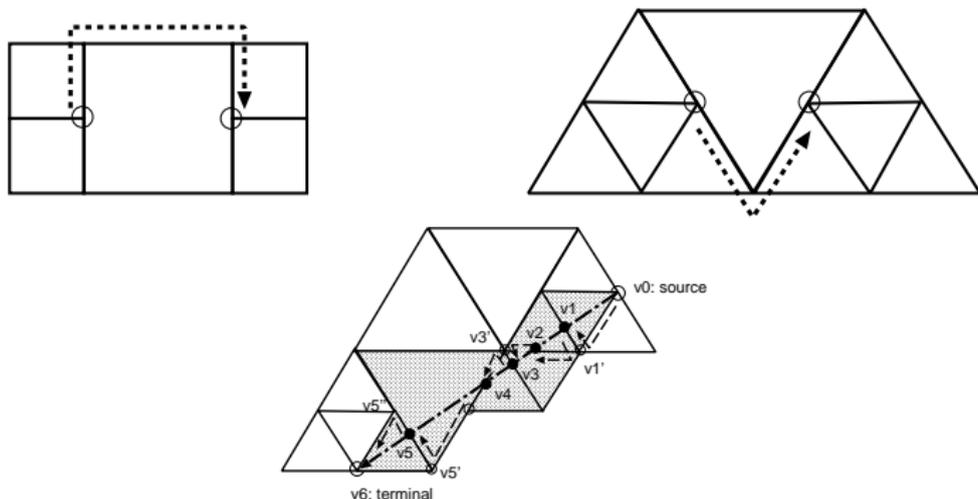


$k_1 = 2$, $k_2 = 4(\text{Tri})$ or $3(\text{Squ})$, $k_3 = 6(\text{Tri})$ or $4(\text{Squ})$.

80km 四方を 160×160 に分割した 500m 四方の各メッシュに人口数

Good Properties of MSQ Nets

- 3種類の低次数ノードのみで構成されハブが無い
故障や攻撃に強い結合耐性
- 任意のノード間が高々直線の倍の短い経路長 (t -spanner, $t = 2$)
- 局所情報のみによる面ルーティングが適用可 ▶ Online Routing

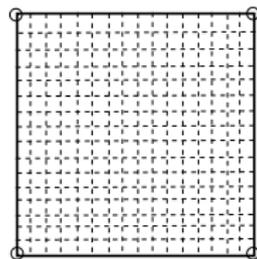


Y.Hayashi, Physica A 388, 991, 2009, PRE 82, 016108, 2010.

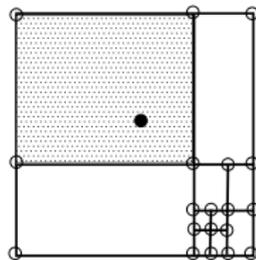
但し、ノード位置が辺の二等分点上に限られる。

Generalized MSQ Nets

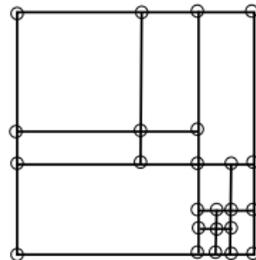
初期正方形から, その内部の $L \times L$ の縦横格子軸である確率で選択した (長方形の) 面を分割



(a) Initial square



(b) chosen face

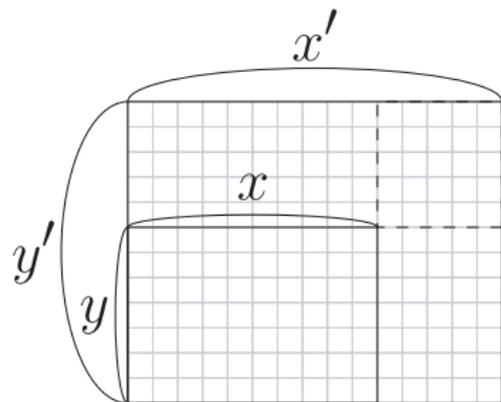


(c) subdivision

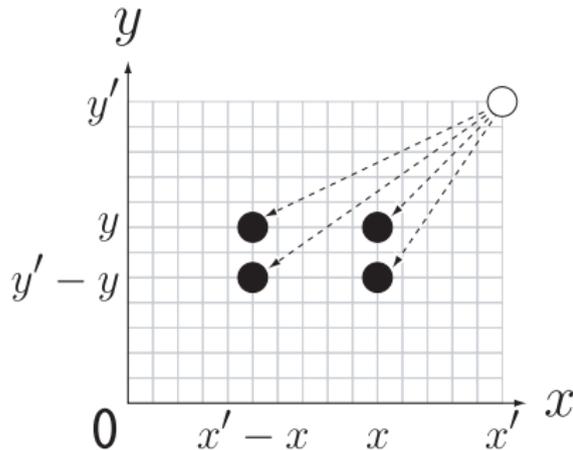
Y.Hayashi, T.Komaki, Y.Ide, T.Machida, and N.Konno, Physica A 392, 2013

Random Walks with Splitting

$x' \times y'$ を分割して $x \times y$ \Leftrightarrow 粒子位置 (x', y') から (x, y) に移動



Division of Rectangle



Directional random Walk

注) 同時に $(x' - x) \times y$, $x \times (y' - y)$, $(x' - x) \times (y' - y)$ の3つの長方形も出来るので、粒子が4分裂する

Universality

- Generalized-MSQ ネット：自己相似な正方形 (辺の中点分割) から長方形 (任意点での分割) に一般化
- その面積分布の, 組合せ厳密解と近似解を導出
⇒ 正方格子上で四分裂する粒子の乱歩と等価
- 非一様に空間分布する餌探索で G-MSQ ネット 上の乱歩はレヴィイ飛行より効率的



Science 318(11), 742-743, 2007



Y.Hayashi, Chapter 4, In "Networks -Emerging Topics in Computer Science,"
A.Rezazadeh, L.Momeni, and I.Bilogrevic(Eds), iConcept Press, 2012

Biological Foraging

最適な生物の餌探索も非一様で飛び飛びに移動

Lévy 飛行: 移動距離 l_{ij} の分布はべき乗

$$P(l_{ij}) \sim l_{ij}^{-\mu}$$

$\mu \rightarrow 1$ が弾道的移動, $\mu \geq 3$ が一様乱歩な Brown 運動

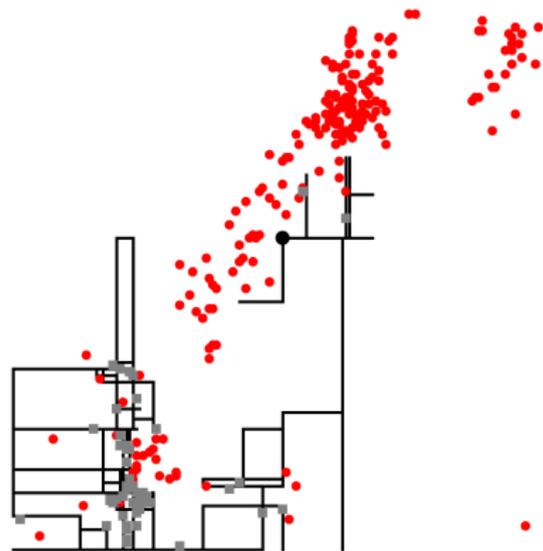


二次元に一様ランダムに疎に分布した標的の探索では、**指数 $\mu \approx 2$ が最適**

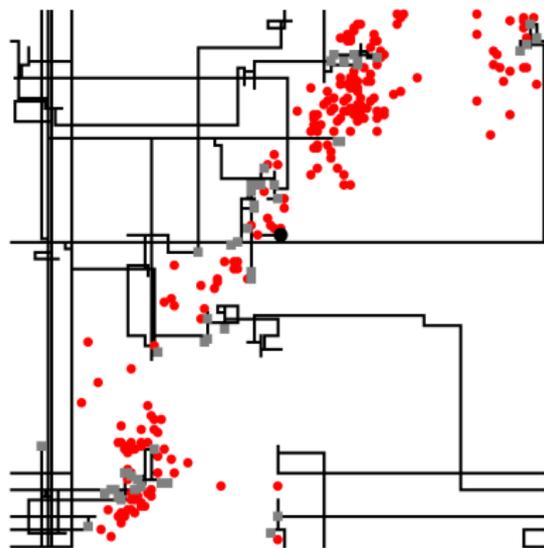
G.M.Viswanathan et al. Nature 401, 911, 1999, M.C.Santos et al. PRE 72, 046143, 2005.

⇒ **非一様な空間分布の標的の探索では?**

Inhomogeneous Adaptive Search



G-MSQ 上の $\alpha = 0$ -乱歩: 標的が
多い対角領域に適応的

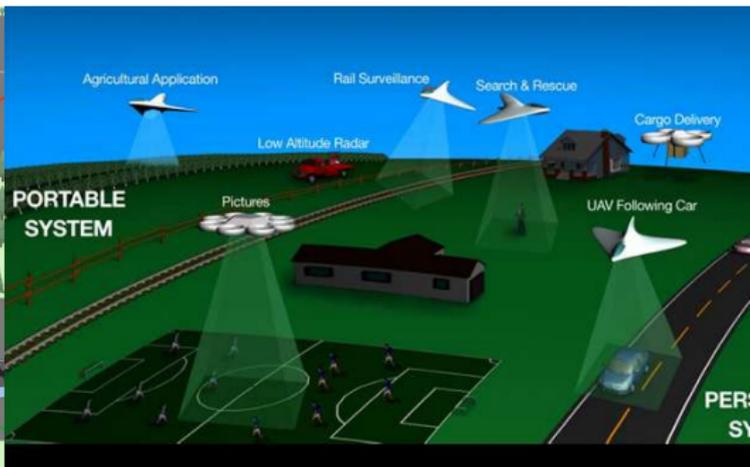
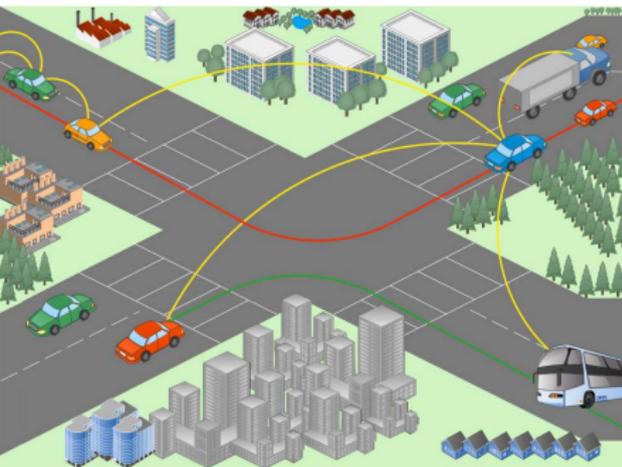


境界無格子上の Lévy 飛行: 全体
を放浪

$N_t = 200$ 個中で $N_s = 50$ 個の標的を獲得するまで

搬送蓄積型の通信技術：DTN

Delay/Disruption-Tolerant Network ルーティング



(L) <http://www.conceptdraw.com/examples/vehicular-network>,

(R) <https://www.rt.com/usa/185128-drone-nasa-robot-highway>

DTN ルーチングとしての分類

単純なフラッディングではなく、決定論の複数経路で非同期データ転送を行うノード仲介タイプのメッセージフェリー (MFs) 移動無線通信エージェント

Routes for moving	Stochastic decision	Deterministic (one- or multi-)
Interactions for data trans.	Synchronous by encounters of agents	Asynchronous by node-relaying with temporal store

J.J.P.C.Rodrigues(Eds), Advances in DTNs, Woodhead Pub., 2015, E.Shah, Int. J. of Com. Theo. and Eng. 3(4), 2011, W.Zhao et al., INFOCOM, 2005.

