

小さな世界のモデル

- つながり方の共通構造 -

林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学

初版 2017

1. 「小さな世界」を科学で解明

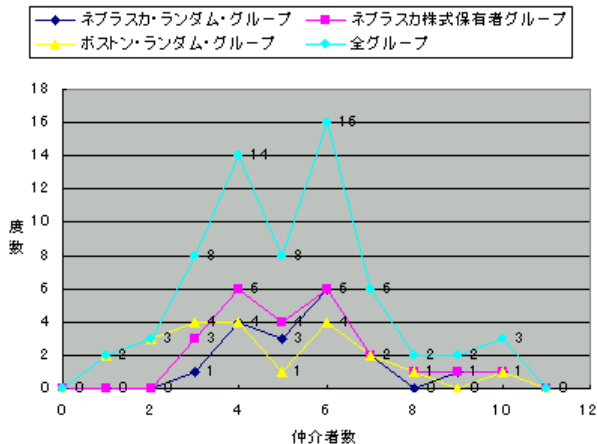
手紙リレー実験

予め決めた届け先のある人 (ターゲット) の, 氏名, 職業, 就労地名, 出身大学などの情報を頼りに, 適当に別地域から選ばれた (ターゲットとは全く見ず知らずの) 人から, その人の知人の中から出来るだけターゲットに到達しそうな人に手紙の仲介を託して, これをリレー方式で続けていく.

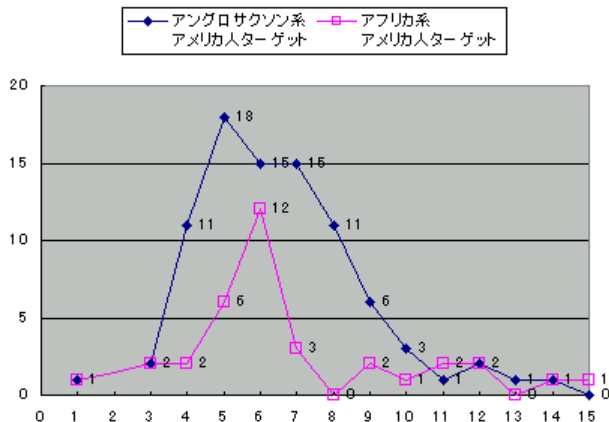
⇒ 途中で途切れた場合を除いて, 1967 年当時, 米国における約 2 億人中, 驚くことに平均的に 5-6 人で届いたのである. **世間は狭く, 我々は意外に小さな世界に居る**

林著 噂の拡がり方, 化学同人, 2007

地理的距離は若干影響、職業的距離は無



人種による影響も小さい



ブータンから石坂浩二

人目	紹介者	地域	選択理由
0	農夫	▶ブータン 農村部	偶然
1	レンタルビデオ経営者	ブータン 都市部	都市へ
2	公務員	ブータン 都市部	
3	通信エンジニア	ネパール	より 都市へ
4	理系大学生	ネパール	
5	高校物理教師	ネパール	
6	会社員	インド	ネパール出身
7	大学教授	インド	日本留学経験有
8	画家	インド	日本人女性, 夫が7.と友
9	大学教授	日本	織物・染物専攻
10	大学助教授	日本	
11	彫刻家	日本	
12	舞台女優	日本	芸術から芸能へ
13	大空まゆみ	日本	女優
14	▶ 石坂浩二	日本	本人

スモールワールド

12月29日(木) 24:55~26:25



「世間は狭い」。

2005年現在、60億以上の人間がひしめく地球。私達が一生のうち
うことができるのはこのうち何人でしょうか？しかし、もし地球
べての人と繋がる方法があったら・・・？理論的には一人の人間
知り合いがいるとして、Aが他の人間Bと知り合いである時、この
とを考え、Bの知り合いCがAと知り合いでないとき、AとCの関係
ると、世界中の人々の関係はほとんど6次の範囲内におさまる可
ことが分かってきました。

この法則を前提に、「一般人が有名タレントに“知り合いの知
いうルートで、どのようにつながることができるのか？」につい
検証するのがこの番組です。

人間関係という基本的なものをベースに展開するという、今まで
エンターテインメントです。番組を見た人は、意外にも世界の小ささ
もう一度自分の知り合いを見つめなおす気分になるでしょう。



ゲスト：優香・石原良純

出演：無作為に選ばれた一般人

内容：日本全国から無作為に選ばれた一般人AとBが、“知り合いの知り合い”を通じて、タ
ートのタレント（優香・石原良純）に6次以内で到達しようとする“知り合いバトル”を展開しま
対決を行う有名な選択を間違えると、たどり着けない可能性が高くなります。また情報をうま
き出せるかはプレイヤーの手腕にかかってきます。

タレントの優香さんは、全く見ず知らずの人が、知り合いをたどって自分へとつながっていく過
見守ります。スタジオで待つ優香に、一般人がたどり着くことはできるのでしょうか？

このWEBサイトに掲載されている文章・映像・音声・写真等の著作権はテレビ東京およびその他の権利者に帰属しています。
権利者の許諾なく、私的利用の範囲を超えて複製したり、頒布・上映・公衆送信（送信可能性を含む）等を行うことは法律で固く禁じられてい
Copyright (C) 1998-2005 TV TOKYO All rights reserved.

有名人でなくても繋がる『映像 80』

人目	紹介者 (年齢)	地域
0	おばあちゃん (89)	稚咲内海岸
1	郵便配達人 (32)	隣町
2	飲み友達 (32)	札幌
3	出稼ぎ工事の同僚 (44)	秋田
4	スナックのママ (36)	伊豆大島
5	リハビリ旅行客 (52)	東京都杉並区
6	会社社長 (53)	大阪 千里
7	会社社長 (35)	尼ヶ崎市
8	元校区の消防員 (36)	尼ヶ崎市
9	同僚 (35)	1 丁隣に居住
10	子供の友達 (10)	同じ学校区内
11	その友達 (10)	同じ学校区内
12	そのまた友達 (10)	同じ商店街内
13	武庫川の本人 (14)	幼なじみ

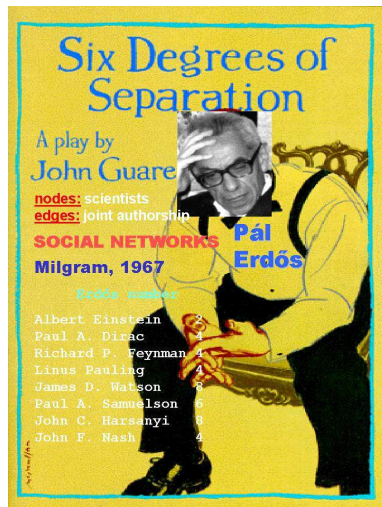
It's a Small World

小さな世界

- 6 人の知人, S.Milgram, Psychology Today 1, 1967.
- WWW は 19 クリック
 $d = 0.35 + 2 \log_{10} N$,
R.Albert et al., Nature 401, 1999.

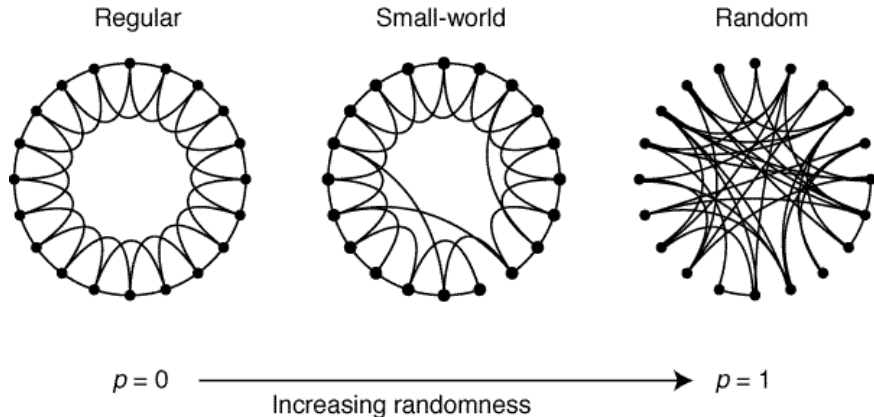
社会関係, 人工物, 自然界など, 全く異なる
対象や要素のネットワークに共通の性質が
ある!

むしろ例外: 階層的組織, 碁盤目の都市, 物質の結晶格子等



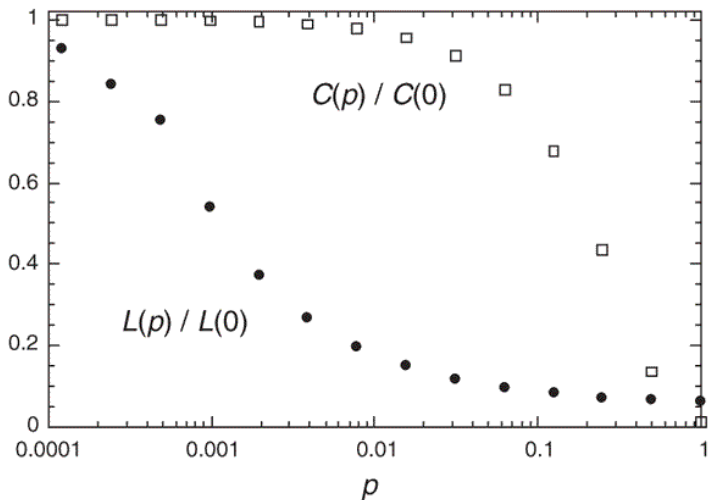
2. Small World Model

現実は一規則的でも一様ランダムでもない



D.J.Watts and S.H.Strogatz, Nature, 393, 1998

平均経路長 L とクラスタリング係数 C



D.J.Watts and S.H.Strogatz, Nature, 393, 1998

「 友達の友達はまた友達」の割合

ノード i のクラスタリング係数 C_i

$$C_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{i \text{ を頂点に含む三角形の数}}{k_i(k_i - 1)/2}.$$

ネットワーク全体のクラスタリング係数 C

$$C \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \sum_i C_i.$$

平均経路長 L : 各ノードからのホップ数を幅優先探索で測る

理論：木状の連結グラフの直径

次数分布 $p(k)$ に依存せず、次数相関のない木状の連結グラフの直径
 $l \sim O(\log N)$

$$l \approx \frac{\log \left[\frac{N_l}{\langle k \rangle} (k_{nn} - 2) \right]}{\log(k_{nn} - 1)},$$

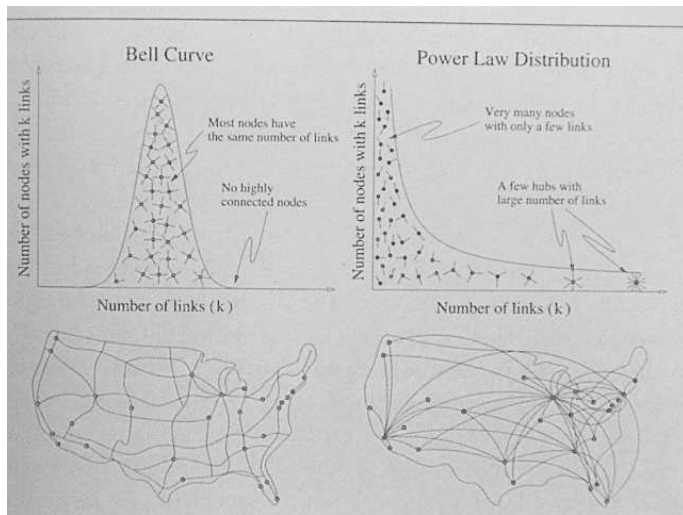
N_l はあるノードからホップ数で計った距離 l の範囲にある平均的なノード数, $k_{nn} \stackrel{\text{def}}{=} \langle k^2 \rangle / \langle k \rangle$ とする.

▶ 矢久保著, 複雑ネットワークとその構造, 共立出版, 2013, pp.93-95.

逆に、木状近似できないループが多数で支配的なネットワークでは、直径は $O(\log N)$ になるとは限らない。

例えば、一辺が $\sqrt{N}$ の正方格子では直径は $2\sqrt{N}$.

3. Scale-Free 構造



In A.L.Barabási, LINKED, Perseus Pub., 2002

⇒ ランダムグラフ理論では説明不可

現実の多くのネットに共通する SF 構造

全く異なる対象や構成要素に共通性 → 普遍的な生成原理

社会的関係

知人関係, 企業間取引, 映画の共演, 論文引用, 性的関係, 言語

インフラ技術

インターネット (ルータおよび AS レベル) , WWW, 航空路線, 電力網, 電子メール送受信

生物系

神経回路網, 遺伝子やエネルギー代謝の反応系, 食物連鎖

誰かがネットワーク全体を統括することではなく, あらかじめ設計図も存在しないのに, 比較的単純な規則や原理に各要素 (ノードやリンクの各部分) が従うだけで複雑なネットワークが形成されると考えられる.

SFとは？

次数に限らず一般にフラクタル物理で知られた概念として、以下の2つの性質から、ある量 x のべき乗分布 $P(x) = Cx^{-\gamma}$ はSFであると言う。

- 長さの [cm] 単位を [mm] 単位で測るなど、定数 A による **尺度の変換 $x = Ay$ を施しても**, $P'(y) = C(Ay)^{-\gamma} = C'y^{-\gamma}$, $C' = CA^{-\gamma}$, と同じべき指数 $-\gamma$ を持ち **分布の形が変わらない**. 言い換えれば、両対数グラフのある部分を拡大しても相似形となる.
- 正規分布などのように、頻度の高い平均値 $\langle x \rangle = \sum_{x'} x' P(x')$ が分布中の代表的な値とはならず、べき乗分布の **長い裾野** には平均値とは大きく掛け離れた値も存在して、**スケール尺度が定まらない** (フリーである).

正規分布 ≠ べき乗分布に従う 他の現象

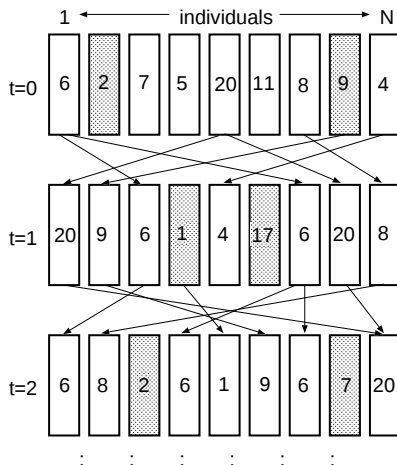
稀なドデカイ存在と予測不可能性

地震のマグニチュードに対する発生回数の分布
(*Gutenberg-Richter* 則), 都市人口に関する順位と大きさの関係, 国別の輸入額と順位の関係, 株価の変動とその頻度の関係, 地球と衝突する隕石の直径と頻度の関係, 地球上の動物の種数と個体の体長の関係, 科学論文の引用回数の分布, Web サイトのヒットの件数の分布, ベストセラーの発行部数の分布, 電話の通話回数の分布, ガンマ線の強度と頻度の分布, 戦争での死亡者数の分布, 資産金額の分布, 海岸線の形に対する物差しの長さとそれを単位に測った長さの関係, 川の形状に対する粗視化の程度とそれによる被覆の個数の関係, コウモリの翼の血管の直径分布, 等々.

林編著 ネットワーク科学の道具箱, 第7章, 近代科学社, 2007

Random drift モデルで偏った頻度分布を

中立説：分子レベルの進化の大部分は自然淘汰に良くも悪くもない中立な突然変異が偶然に遺伝的浮動によって集団中に広がって固定することによると考える。



ネットワーク経済学として



<http://marketingis.jp/archives/74>

4. 対数正規分布

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp \left\{ -\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

過去の歴史を背負った成長過程で生じる ▶ 分布

- 低所得者を含めた所得 (十分裕福のみ: べき乗)
- 都道府県や市町村単位の人口 (都市のみ: べき乗)
- ガラス棒や破片の大きさ (長さ, 面積, 質量)
- ▶ 咀嚼した食片の大きさ
- 思春期前の児童の身長や体重
- 老人病の介護期間 等々

⇒ 圧倒的に多い部分を無視して, 目立つ稀な部分のみ注目してないか?

乗算過程

ある時点 n での資産等の量 X_n が成長率 a_n によって

$$X_n = a_n X_{n-1} = a_n a_{n-1} \dots a_1 X_0 = \prod_{i=1}^n a_i X_0,$$

と掛け算的に表されるとすると,

$$\log X_n = \log a_n + \log a_{n-1} + \dots + \log a_0 + \log X_0,$$

なので, a_i が独立な乱数ならば中心極限定理から $\log X_n$ が正規分布に従い, X_n は対数正規分布に従う.

でたらめ (ランダム) が積み重なると非一様なある種の秩序が創発!