修士論文

ループ構造を強化するリワイヤリングによるネットワーク頑健性の向上

中条　雅貴

主任研究指導教員　　林　幸雄

北陸先端科学技術大学院大学
金沢大学
(融合科学)

令和２年３月

目 次

第 1 章　はじめに **10**

1.1　研究背景 10
1.2　研究目的 11
1.3　本論の構成 11

第 2 章　関連研究 **12**

2.1　現実のネットワークの脆弱性 12
2.2　頑健性と次数相関について 13
2.2.1　次数相関を正にするリワイヤリング 14
2.3　頑健性とループについて 17
2.3.1　スパニングツリーの個数を増やすリワイヤリング 17
2.3.2　ループ強化の指標に関する Feedback Vertex Set 20

第 3 章　提案手法 **22**

3.1　ループ強化リワイヤリング手法の提案 22
3.1.1　次数を保存するリワイヤリング法 23
3.1.2　次数を保存しないリワイヤリング法 24

第 4 章　実験・評価 **25**

4.1　提案手法と既存手法による頑健性改善の比較 25
4.2　頑健性と FVS の相関性 30
4.3　ランダム攻撃や BP 攻撃に対する頑健性 32
4.4　次数分布 $P(k)$ の変化 34
4.5　隣接次数分布の変化 36

第 5 章　おわりに **41**

付 録 A　実ネットワークの詳細なデータ **46**

A.1　実ネットワークのデータ 46

付 録 B　実ネットワークに対する実験結果 **49**

B.1　頑健性指標、|FVS|、次数相関、スパニングツリーの個数の変化 49
B.2　次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃による頑健性の変化 61

B.3 リワイヤリング後の次数分布 65
B.4 リワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化 67
B.5 リワイヤリングによる隣接次数分布の変化 69

図 目 次

2.1 ヒューリスティックな手法でのエッジの張り替え [8] 13
2.2 玉ねぎ状ネットワークの例。同じ青の点線上にあるノードは同次数、同次数間のエッジは太線としている。 14
2.3 コンフィギュレーションモデルにおけるスタブ。 15
2.4 コンフィギュレーションモデルにおけるスタブの連結。. 15
2.5 スパニングツリーとループの関係。水色の実線がスパニングツリーに含まれるエッジ、赤の点線がスパニングツリーに含まれないエッジ、緑色の矢印が対応するループ。 17
2.6 スパニングツリーを増加させる次数保存リワイヤリング ([11] より転載)。 19

3.1 ダングリングした部分木 22
3.2 次数保存するループ強化リワイヤリング。 23
3.3 リワイヤリングによって分離してしまう例。 24
3.4 次数を保存しないループ強化リワイヤリング。 24

4.1 Email ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する、縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 27
4.2 Yeast ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する、縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 28
4.3 OpenFlights ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する、縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 29

4.4 Emailネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性指標の変化。左から次数順攻撃、BP攻撃、ランダム攻撃。 33
4.5 Yeastネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性指標の変化。左から次数順攻撃、BP攻撃、ランダム攻撃。 33
4.6 OpenFlightsネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性指標の変化。左から次数順攻撃、BP攻撃、ランダム攻撃。 33
4.7 各ネットワークにおける次数分布。左からEmail、Yeast、OpenFlights、横軸が次数、縦軸がノード比率。 34
4.8 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左からEmail、Yeast、OpenFlights、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。 35
4.9 Emailネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例としてBP 1(右下)を示す。凡例にリワイヤリング数(#)と次数相関(r:)を記載する。 . . . 37
4.10 Yeastネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例としてBP 1(右下)を示す。凡例にリワイヤリング数(#)と次数相関(r:)を記載する。 . . . 38
4.11 OpenFlightsネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例としてBP 1(右下)を示す。凡例にリワイヤリング数(#)と次数相関(r:)を記載する。 39

B.1 Airtrafficネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標(左上)、FVSの個数(右上)、次数相関(左下)、スパニングツリーの個数(右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 50
B.2 Emailネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標(左上)、FVSの個数(右上)、次数相関(左下)、スパニングツリーの個数(右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 51
B.3 PowerGridネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標(左上)、FVSの個数(右上)、次数相関(左下)、スパニングツリーの個数(右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 52

B.4 Yeast ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 53
B.5 Japanese ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 54
B.6 Hamster ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 55
B.7 GRQC ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 56
B.8 UCIrvine ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 57
B.9 OpenFlights ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 58
B.10 Polblogs ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 59

B.11 Gnutella, 8, 2002 ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。 60
B.12 Airtraffic ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 61
B.13 Email ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 61
B.14 PowerGrid ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 62
B.15 Yeast ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 62
B.16 Japanese ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 62
B.17 GRQC ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 63
B.18 Hamster ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 63
B.19 UCIrive ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 63
B.20 OpenFlights ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 64
B.21 Polblogs ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 64
B.22 Gnutella, 8, 2002 ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。 64

B.23 各ネットワークにおける次数分布。左から Airtraffic、Email、PowerGrid、横軸が次数、縦軸がノード比率。 65
B.24 各ネットワークにおける次数分布。左から Yeast、Japanese、Hamster、横軸が次数、縦軸がノード比率。 65
B.25 各ネットワークにおける次数分布。左から GRQC、UCIrvine、OpenFlights、横軸が次数、縦軸がノード比率。 66
B.26 各ネットワークにおける次数分布。左から Polblogs、Gnutella, 8, 2002、横軸が次数、縦軸がノード比率。 66
B.27 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Airtraffic、Email、PowerGrid、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。 67
B.28 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Yeast、Japanese、Hamster、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。 67
B.29 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から GRQC、UCIrvine、OpenFlights、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。 68
B.30 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Polblogs、Gnutella, 8, 2002、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。 68
B.31 Airtraffic ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 69
B.32 Email ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 . . . 70
B.33 PowerGrid ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 71
B.34 Yeast ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 . . . 72
B.35 Japanese ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 73
B.36 Hamster ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 74

B.37 GRQC ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 . . . 75
B.38 UCIrvine ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 76
B.39 OpenFlights ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 77
B.40 Polblogs ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 . . . 78
B.41 Gnutella 8 2002 ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。 79

表 目 次

4.1 Email ネットワークにおける各指標の相関係数。 31
4.2 Yeast ネットワークにおける各指標の相関係数。 31
4.3 OpenFlights ネットワークにおける各指標の相関係数。 31

A.1 実ネットワークの一覧。 46
A.2 実ネットワークの各指標。 47

第1章　はじめに

1.1　研究背景

現実の多くのシステムは簡単なノード (点) とエッジ (線) のつながりで構成された、ネットワークとして表現することができる。しかしながら、そのつながりは一般的に複雑で大規模なものであり、一見するだけではどのような性質があるのか分からない。1990 年代以降、このような大規模なつながりがデータとして得られるようになり、その分析が進んだことで、多くの現実におけるネットワークが共通した性質をもつことが明らかとなった。その中でも特に重要なのは、実ネットワークがスケールフリー (Scale-Free) 性 [1] を持っている、つまり平均に比べて多くのつながりを持った点 (ハブ) が存在するということである。このようなハブの発見により、実ネットワークは攻撃に対する連結性が非常に脆弱であることが明らかとなった [2]。すなわち、つながりを多くもっているハブを数個除去するだけで、ネットワークのつながりが急激にバラバラとなってしまう。一方、現実のシステムは繋がっていることを前提に運用がなされているものが多いため、一部の機能停止によりシステム全体が機能を失ってしまう危険性がある。そのため、このような特定のノードへの強い依存は非常に深刻な問題となっている。

これまで、このような脆弱性を克服するために主に物理学者による数値シミュレーションやパーコレーションの理論解析により研究が進められてきた。その中で近年注目されたのが次数相関 [3] で、正の次数相関を持つ玉ねぎ状ネットワークとよばれるものが、最適な攻撃耐性を持つと明らかとなった。また、ネットワークの次数相関が高くなるように繋げなおすことで頑健にする手法 [4] や逐次成長法により玉ねぎ状ネットワークを生成する手法 [5] が提案されている。ここで、次数相関とは、エッジの両端にあるノードの持っているつながりの本数 (次数) に相関係数を適用したものであり、ネットワークにおいて同じようなノードつながっているのか、異なるノードがつながっているのかを示したものである。

しかし、頑健性とループの強い関係性も指摘され、ネットワークに対する攻撃とループ除去が漸近的に等価あること [6]、玉ねぎ状ネットワークにおいてノードの増加に対する頑健性に応じてループの指標である Feedback Vertex Set の個数が連動すること [7] が示唆されている。

1.2 研究目的

本研究では、ネットワークにおける攻撃に対する頑健性のさらなる改善のために、既存研究で着目されてきた次数相関とループのどちらが強く頑健性に関連しているのかを明らかにする。そこで、実ネットワークを用いて、頑健性の改善においてどちらのアプローチが有用であるか比較を行う。次数相関については、既にほぼ最適な頑健性を得ることができる手法 [4] が提案されているため、ループを強化するリワイヤリング手法を提案する。また、頑健性と次数分布の関係を明らかにするために、各手法は次数保存と次数非保存の二つを用いて、次数分布の変化の比較も行う。

1.3 本論の構成

本論文の構成を以下に示す。

第二章

本論文に関連する既存研究について述べる。ネットワークの基本用語、ネットワークの脆弱性、ネットワーク頑健性と次数相関の関係、ネットワーク頑健性とループの関係について説明する。

第三章

提案手法について述べる。Feedback Vertex Set を用いたループを強化するための次数保存リワイヤリング法と次数非保存リワイヤリング法を提案する。

第四章

提案手法と既存手法を実データに適用した結果を示す。頑健性指標と関連する指標での比較、ループと頑健性の相関、様々な攻撃に対する頑健性の比較、次数分布の変化について調査する。

第五章

本論文の結果をまとめる。

第2章　関連研究

本研究ではネットワークをノード (頂点) 集合 $V = \{v_1, v_2, ..., v_N\}$ とその二点をつなぐエッジ (辺) 集合 $E = \{e_1, e_2, ..., e_M\}$ からなるグラフ $G = (V, E)$ として表現する。ただし、両端を同じノードとするエッジがなく、二つのノード間に複数個のエッジを認めない、いわゆる自己ループと多重辺を許さない単純グラフを扱う。また、エッジには重みや向きはないものとする。このようにネットワークとして現実のシステムを抽象化して分析することで、今世紀初頭にシステムには共通する性質があることが明らかになり、その重要な性質として攻撃に対する脆弱性があげられる。以下、2.1 節で現実のネットワークにおける脆弱性について詳細に述べて、2.2 節、 2.3 節で脆弱性と関連する次数相関、ループの説明を行う。

2.1　現実のネットワークの脆弱性

人間関係、航空網、ルーターのつながりなど、現実のシステムの多くはネットワークとみなすことができる。このようなネットワーク構造を i 行 j 列の成分を

$$A_{ij} = \begin{cases} 0 & (\text{ノード } i, j \text{ 間にエッジなし}) \\ 1 & (\text{ノード } i, j \text{ 間にエッジあり}) \end{cases} \tag{2.1}$$

とする隣接行列 $\mathbf{A}$ で表現する。また、ノード i がつながっているエッジの本数を次数 k_i とすれば、

$$k_i = \sum_j A_{ij} \tag{2.2}$$

である。

現実のネットワークに共通する性質として、次数分布がべき乗則 $P(k) \sim k^{-\gamma}$ に従う、スケールフリー性が知られている [1]。γ はべき乗の指数で、多くの実ネットワークにおいて $2 < \gamma < 3$ である。べき乗則では、ランダムネットワークでみられる指数分布と比較して、大きい次数をもつノードが存在する裾野の長い次数分布となる。平均次数に比べて数桁以上極端に大きい次数を持つノードをハブノードといい、ハブノードの存在は実ネットワークの非均一性を示す。

一方、スケールフリーなネットワークからノードを次数の大きい順に除去すると、最大連結成分の大きさが急激に減少することが数値シミュレーションやパーコレーションによる理論解析で明らかとなった。最大連結成分の大きさとは、ネッ

トワークにおいてエッジで互いに結びついたノードの個数の最大値をいう。また、最近の研究では、次数順ノード除去 (攻撃) よりも激しい攻撃がいくつか提案されている。従って、多くの現実のネットワークは少数の特定のノードを狙った攻撃でバラバラになってしまう脆弱性があると言える。

本研究では攻撃に対する最大連結成分の変化をネットワーク頑健性指標 R で測る [8]。

$$R = \frac{1}{N} \sum_{q=1/N}^{1} s(q), \tag{2.3}$$

ここで N は除去前のノード総数、q はノード除去率、$s(q)$ はノード除去率 q における最大連結成分の大きさである。R はネットワークからノードを一つづつ除去したときの最大連結成分比の平均値を求めているため、$0 \leq R \leq 0.5$ となる。また、次数順でない攻撃においてでも、ノードを一つづつ取り除くものであれば頑健性を求めることができる。

2.2 頑健性と次数相関について

攻撃に対する脆弱性を克服してネットワークを頑健にするという試みが、ネットワーク科学において物理学者を中心に二十年間行われてきた。初期の試みとして、ネットワークを頑健にするために、以下のヒューリスティックな手法が考えられた [8]。

Step1: ネットワークの頑健性指標 R を計算する

Step2: ランダムに二つの異なるエッジを選択する

Step3: 選んだエッジを図 2.1 にように張り替える

Step4: 張り替えた後の頑健性指標 R_{swap} を計算する

Step5: $R > R_{\mathrm{swap}}$ ならエッジを元に戻し、$R \leq R_{\mathrm{swap}}$ ならそのままにする

Step6: Step1 に戻る

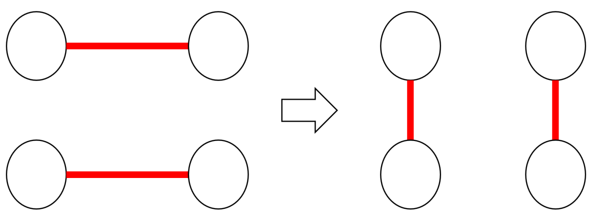

図 2.1: ヒューリスティックな手法でのエッジの張り替え [8]

この手順をくりかえすことで、ネットワークをより頑健に張り替えることができる。

さらに、ネットワークを頑健に張り替えると、次数の近いノード同士が繋がっている、玉ねぎ状ネットワークになることが明らかになった。この玉ねぎ状は、図 2.2 のように、次数の高いものを中心に同心円状に同程度の次数のノードを配置すると、次数の近いノード間でエッジを張っている輪状の多層構造が見えることに由来する。

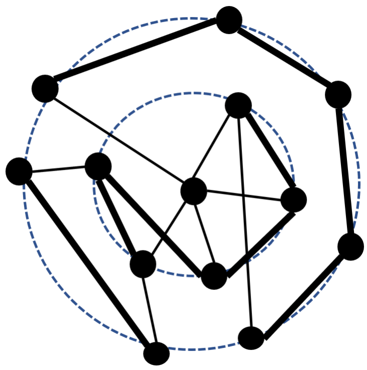

図 2.2: 玉ねぎ状ネットワークの例。同じ青の点線上にあるノードは同次数、同次数間のエッジは太線としている。

ネットワークにおける次数の近いノード同士の繋がりを表す指標として次数相関 r がある [3]。

$$r = \frac{4M\sum_{i,j}^{N} k_i k_j A_{ij} - [\sum_{i,j}^{N}(k_i + k_j)A_{ij}]^2}{2M\sum_{i,j}^{N}(k_i^2 + k_j^2)A_{ij} - [\sum_{i,j}^{N}(k_i + k_j)A_{ij}]^2}. \tag{2.4}$$

これは Pearson の相関係数をエッジの両端の次数に適用したものであり、隣接するノードの次数の相関を示す。分母により規格化されているため $-1 \leq r \leq 1$ であり、r が正の時は次数の近いノード同士が、負の時は次数が異なるノード同士がつながっている。そのため、玉ねぎ状ネットワークは次数相関が正である。

このようにして、数年前に頑健性と次数相関の関係が明らかとなり、次数相関が正であると頑健性が高いことが理論解析によっても示された [9]。しかし、ヒューリスティックな手法ではくり返し R を求める必要があるため、計算量が多くなってしまう。そこで、既存のネットワークの全エッジを張り替えて次数相関を正にすることで頑健性を改善する手法が提案された [4]。

2.2.1 次数相関を正にするリワイヤリング

Wu と Holme によって提案された次数相関を正にする手法は、次のコンフィギュレーションモデルの応用となっている。

コンフィギュレーションモデルとは、任意のグラフとして成立する次数の集合が与えられた時に、それに従うネットワークを生成する手法である [10]。図 2.3 のようなエッジのスタブ (切り株) を次数集合と同じように用意して、ランダムに選択した異なる二つのスタブを図 2.4 の点線のように連結していく。これをスタブがなくなるまで連結をくり返すことで、ネットワークを生成することができる。

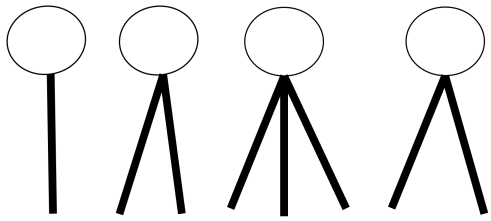

図 2.3: コンフィギュレーションモデルにおけるスタブ。

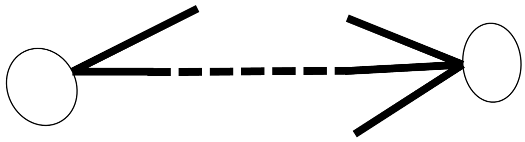

図 2.4: コンフィギュレーションモデルにおけるスタブの連結。

コンフィギュレーションモデルのスタブ処理を、次数の近いノード同士をつなげるように行うことで次数相関を正にする。以下に論文で提案されている具体的な手順を示す [4]。

Step1: 与えられたネットワークのエッジをすべてスタブにする

Step2: スタブを持つ、非連結なノード i, j をランダムに選択する。

Step3: 確率 $P(k_i, k_j) = 1/(1 + a|k_i - k_j|)$ で連結させる

Step4: スタブが残っているなら Step2. に戻る

実際はスタブ処理が進むと、残りのスタブが繋がりにくくなるため、次のように変更を行っている。

Step1: すべてのエッジをスタブする。

Step2: スタブを持つ、非連結なノード i, j をランダムに選択する。

Step3: 確率 $P(k_i, k_j) = 1/(1 + a|k_i - k_j|)$ で連結させる

Step4: N^2 回連続で連結に失敗した場合、Step6 へ進む

Step5: スタブが残っているなら Step2 に戻る

Step6: 残っているスタブをランダムで連結する

Step7: Step6 でスタブが連結できない場合、エッジをランダムにスタブにして Step2 に戻る

Step8: 全てのノードが最大連結成分に含まれるようにリワイヤリングを行う

Step4 で N^2 とするのは $N^2 > {}_N\mathrm{C}_2 = N(N-1)/2$ となり、ノードペアの全組み合わせ数だけ試行したとしてもリワイヤリングが成立しないとする基準として十分に大きいからである。また、正相関になるようにリワイヤリングを行うと最大連結成分から分離した成分ができてしまい、その影響で頑健性が低くなってしまうため、Step8 で全てのノードを一つの連結成分に含めるリワイヤリングをおこなっている。

この手法により次数相関が高く、かつ頑健なネットワークを得ることができる。特に、同じ次数分布をもつネットワークの中でほぼ最適に近い頑健性が得られることが分かっている。

2.3 頑健性とループについて

ここ数年の研究により、頑健性とループの関係性が明らかとなってきた。例えば、ネットワークに対する最大連結成分の除去 (dismantling) とループ除去 (decycling) に必要な最小ノード数が漸近的に等価であることが示されている [6]。

ループに関連してネットワークを頑健にするものとしてスパニングツリーの個数を増加させるリワイヤリング手法が提案されている [11]。2.3.1 項で詳細に述べるが、スパニングツリーの個数の関係はループの指標としても考えられるため、この手法をループ強化リワイヤリングとみなす。

また、ループに関連する指標として Feedback Vertex Set(FVS) がある。FVS を求めることは組合わせ問題として NP 困難であるが、統計物理学の手法を用いた高速でかつ高精度なアルゴリズムが提案されている [12]。

本節では、2.3.1 項でループ強化リワイヤリングの手法を示し、2.3.2 項で Feedback Vertex Set について説明する。

2.3.1 スパニングツリーの個数を増やすリワイヤリング

スパニングツリーとはネットワークにおけるループのない部分グラフで、すべてのノードを連結成分として含むものである。図 2.5 に、スパニングツリーに含まれるエッジを水色の実線で、スパニングツリーに含まれないエッジを赤の点線で、対応するループを緑の矢印で示す。スパニングツリー (水の実線) とスパニングツリーに含まれないエッジ (赤の点線) 一本に対して一つのループ (緑の矢印) が形成され、異なるスパニングツリーにより異なるループが形成される。このループは線形基底となっており、またネットワークにおけるすべてのループを生成することができる [13]。そのため、スパニングツリーの個数はループの指標としてみなすことができる。

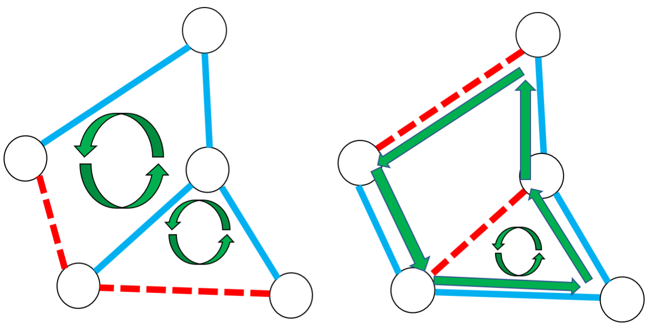

図 2.5: スパニングツリーとループの関係。水色の実線がスパニングツリーに含まれるエッジ、赤の点線がスパニングツリーに含まれないエッジ、緑色の矢印が対応するループ。

このスパニングツリーの数は行列木定理により、ラプラシアンの固有値の積により求めることができる [14]。ラプラシアン $\mathbf{L}$ は i 行 j 列の成分を

$$L_{ij} = \begin{cases} k_i & (i == j) \\ 0 & (\text{ノード}\, i,j\, \text{間にエッジなし}) \\ -1 & (\text{ノード}\, i,j\, \text{間にエッジあり}) \end{cases} \tag{2.5}$$

とするもので、ラプラシアンの固有値を小さい方から $\mu_1 = 0, \mu_2, ..., \mu_N$、対応する固有ベクトルを $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_N$ とおく。すると、スパニングツリーの数 S は、

$$S = \frac{1}{N} \prod_{i=2}^{N} \mu_i, \tag{2.6}$$

となる。

スパニングツリーの個数を増やすリワイヤリング手法として、行列の摂動を用いたものが提案されている [11]。エッジの追加、削除を行列の摂動としてみなし、この摂動に対する固有値の変化を用いてスパニングツリーの変化を評価するというものである。

一般に、$N \times N$ 行列 $\mathbf{M}$ に対する固有値と固有ベクトル $(\alpha_j, \mathbf{x_j})_{j=1,2,...,N}$ を考える。摂動成分を Δ、変化後を˜とすると $\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + \Delta\mathbf{M}$、$\tilde{\alpha_j} = \alpha_j + \Delta\alpha_j$、$\tilde{\mathbf{x_j}} = \mathbf{x_j} + \Delta\mathbf{x_j}$ と書けて、行列の摂動から固有値と固有ベクトルの摂動を以下のように近似的に求めることができる。

$$\Delta\alpha_j = \mathbf{x_j^T} \Delta\mathbf{M}\mathbf{x_j}, \tag{2.7}$$

$$\Delta\mathbf{x}_j = \sum_{i=1, i\neq j}^{N} \frac{\mathbf{x_j^T}\Delta\mathbf{M}\mathbf{x_j}}{\alpha_j - \alpha_i} \mathbf{x}_i, \tag{2.8}$$

特に、ノード i と j にエッジを一本追加したとき、これをラプラシアン $\mathbf{L}$ の摂動とみなすと、対応する固有値 μ、固有ベクトル $\mathbf{v}$ の摂動からスパニングツリー S の摂動は、

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{1}{N}\left(\prod_{i=2}^{N} \mu_i + \Delta\mu_i \right) - S, & (2.9) \\ &= \frac{1}{N}\left(\prod_{i=2}^{N} \mu_i \right)\left(\prod_{k=2}^{N} \frac{\mu_k + \Delta\mu_k}{\mu_k} \right) - S, & (2.10) \\ &= S\left(\prod_{k=2}^{N} \frac{\mu_k + (\mathbf{v}_{ki} - \mathbf{v}_{kj})^2}{\mu_k} - 1 \right), & (2.11) \end{aligned}$$

となる。また、エッジが削除されたときにも和を差に置き換えれば、同様に導出できる。エッジが追加、削除されたときのスパニングツリーの数を評価することができるため、これを用いてスパニングツリーの数を増加させる次数を保存するリワイヤリング手法が提案された。図 2.6 のように、次の手順をくり返し行う。

Step1:　ラプラシアンの固有値と固有ベクトルを求める

Step2:　エッジを加えたときの ΔS が最大となるものをノード i, p とする

Step3:　ノード i の隣接でエッジ削除すると ΔS が最大となるものをノード j とする

Step4:　ノード p の隣接で、ノード j と隣接しない、エッジ削除の ΔS が最大となるものをノード r とする

Step5:　エッジ (i, j),(p, r) を削除し、エッジ (i, p),(j, r) を加える

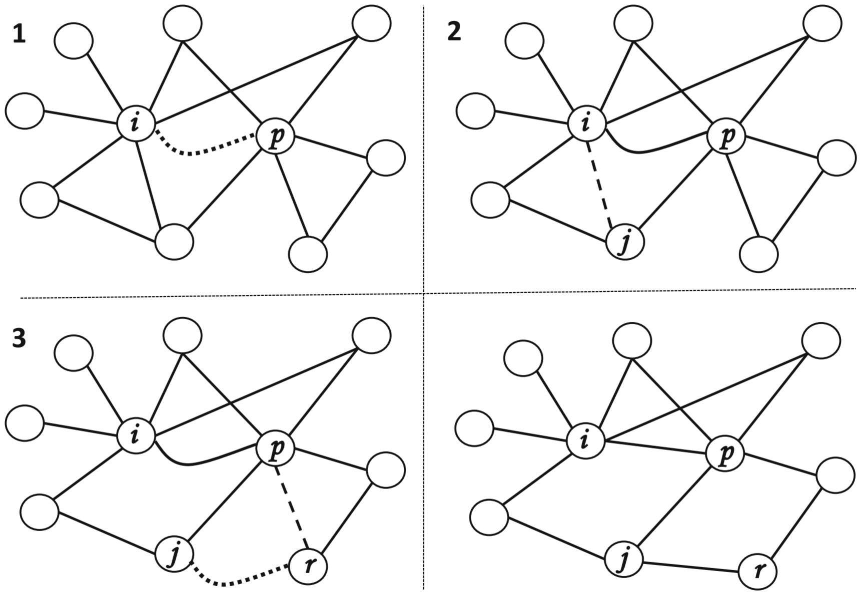

図 2.6: スパニングツリーを増加させる次数保存リワイヤリング ([11] より転載)。

各ノードに対して一本のエッジ削除と一本の追加が行われているため、次数が保存されている。ただし、この手法によりスパニングツリーの数が増えることは明らかとなっているが、最大連結成分による頑健性がどのように変化するのかは分かっていない。

また、[11] では言及されていないが、次数を保存ぜすにスパニングツリーの数を増加させる手法を考えることもできる。次数を保存しない場合は貪欲に ΔS が最大になるエッジ削除と追加を行えばよい。ただしエッジ数は一定とする。

Step1:　ラプラシアンの固有値と固有ベクトルを求める

Step2:　エッジを削除したときの ΔS が最大となるものをノード i, p とする

Step3:　エッジを加えたときの ΔS が最大となるものをノード j, r とする

Step4:　エッジ (i, p) を削除し、エッジ (j, r) を加える

2.3.2 ループ強化の指標に関する Feedback Vertex Set

2.3.1 項ではスパニングツリーをループの指標とみなして、それを増加させるリワイヤリングを示した。しかし、より直接的にループを扱うため、本研究ではループ形成に必要不可欠なノード集合の Feedback Vertex Set(FVS) を用いる。

Feedback Vertex Set
除去によりネットワークをループ無できる最小ノード集合

FVS を求めることは組合わせ問題として NP 困難であるが、高速でかつ高精度な近似解法が提案されている [12]。これは統計物理学における Cavity 法による Belief Propagation を用いたものである。Cavity 法とはノード i を取り除いたとき、隣接ノード $j \in \partial i$ が互いに独立であると仮定するものである。以下、この手法について説明する。ノード i の根を示すものとして状態 A_i を考え、状態 A_i になる周辺化確率を $q_i^{A_i}$ と表記する。また、ネットワークからノード i を取り除いたネットワークを $\backslash i$ と表し、ノード j が A_j となる確率を $q_{j\to i}^{A_j}$ とする。各ノードは次の三つの状態のうち、排他的にどれかになるとする。

- $A_i = i$, ノード i 自身が木構造の根の状態, ただし $\forall j \in \partial i, A_j = 0$ or $A_j = i$
- $A_i = j \in \partial i$, ノード i が木構造の枝の状態, ただし $A_j = j$ or $A_j = k \in \partial j \backslash i$
- $A_i = 0$, ノード i が根のない状態, ただし $\forall j \in \partial i, A_j \neq i$.

ノード i 自身が根となるためには、ネットワーク $\backslash i$ において隣接ノードが根か根なしである必要がある。また、根無し:$A_i = 0$ であるとき、ノード i は FVS に含まれる。ノードが各状態になる確率は次のメッセージ伝搬式で計算できる。

$$q_i^0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{z_i(t)}, \tag{2.12}$$

$$q_i^i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^x \Pi_{j\in\partial i(t)} [q_{j\to i}^0 + q_{j\to i}^j]}{z_i(t)}, \tag{2.13}$$

$$q_i^k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^x \frac{(1-q_{k\to i}^0)}{q_{k\to i}^0 + q_{k\to i}^k} \Pi_{j\in\partial i(t)} [q_{j\to i}^0 + q_{j\to i}^j]}{z_i(t)}, \tag{2.14}$$

$$q_{i\to j}^0 = \frac{1}{z_{i\to j}(t)}, \tag{2.15}$$

$$q_{i\to j}^i = \frac{e^x \Pi_{k\in\partial i(t)\backslash j} [q_{k\to i}^0 + q_{k\to i}^k]}{z_{i\to j}(t)}. \tag{2.16}$$

ここで、$\partial i(t)$ は時刻 t における隣接ノード集合、x は逆温度パラメータである。規格化定数は $q_i^0 + q_i^i + \sum_{k\in\partial i} q_i^k = 1$ と $q_{i\to j}^0 + q_{i\to j}^i + \sum_{k\in\partial i} q_{i\to j}^k = 1$ より、

$$z_i(t) \stackrel{\mathrm{def}}{=} 1 + e^x[1 + \sum_{k\in\partial i(t)} \frac{1 - q_{k\to i}^0}{q_{k\to i}^0 + q_{k\to i}^k}]\Pi_{j\in\partial i(t)}[q_{j\to i}^0 + q_{j\to i}^j], \tag{2.17}$$

$$z_{i\to j}(t) \stackrel{\mathrm{def}}{=} 1 + e^x\Pi_{k\in\partial i(t)\setminus j}[q_{k\to i}^0 + q_{k\to i}^k] \times [1 + \sum_{l\in\partial i(t)\setminus j} \frac{1 - q_{l\to i}^0}{q_{l\to i}^0 + q_{l\to i}^l}], \tag{2.18}$$

である。式 2.12-18 を繰り返し行い、値を収束させることで、各ノード i が FVS に属する確率 q_i^0 を得る。FVS を求めるためにはループがなくなるまで q_i^0 値の高い順にノードを除去すればよい。

第3章　提案手法

本章では頑健性の改善にむけたループ強化のリワイヤリング手法を提案する。ループの基準として Feedback Vertex Set(FVS) を用いて、これを増加させることでループの強化を行う。3.1 節で FVS を用いたループ強化リワイヤリングを提案する。

3.1　ループ強化リワイヤリング手法の提案

FVS はループ形成に必要不可欠なノード集合であるため、FVS に含まれるノードの個数 (|FVS|) を増やすことでループの強化ができる。以降はループ強化として |FVS| を増やすことを目的とする。|FVS| を増やすためには、ループに関わっていなかったノードをループに含めればよい。つまり、FVS に属する確率 q_i^0 の小さいノード同士を連結すれば、新しくループが形成されて、|FVS| が増加すると考えられる。特に、図 3.1 のようなダングリングという、ループのない木構造がぶら下がっている部分構造を考えると、q_i^0 の小さいノードはぶらさがっている木の部分のノードに対応する。このダングリングの間を繋げることは、新しい大きなループができる可能性が高くなるため |FVS| が増加し、ループが強化される。そこで、q_i^0 の小さいノード同士をつなぐことでループを強化するリワイヤリング手法を提案する。

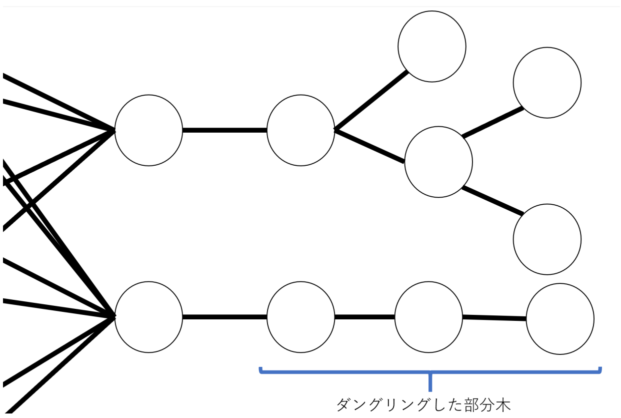

図 3.1: ダングリングした部分木

3.1.1　次数を保存するリワイヤリング法

次数保存のループ強化リワイヤリング法を提案する。次数を保存すると次数分布が保たれるため、スケールフリーのまま頑健性を向上することになる。次数を保存したまま q_i^0 の小さいノード同士をつなげるために、図 2.6 を参考にして、図 3.2 のように以下の手順をくり返し行う。

Step1:　すべてのノードの q_i^0 を計算する。

Step2:　非連結ノードペアの中で最大の q_i^0 をもつノードペア I, P を選択する。

Step3:　ノード I の隣接ノードの内で最小の q_i^0 をもつノード J を選択する。

Step4:　ノード P の隣接でノード J と隣接しない最小の q_i^0 をもつノード R を選択する。

Step5:　エッジ (I, J)、(P, R) を削除して、(I, P)、(J, R) を追加する。

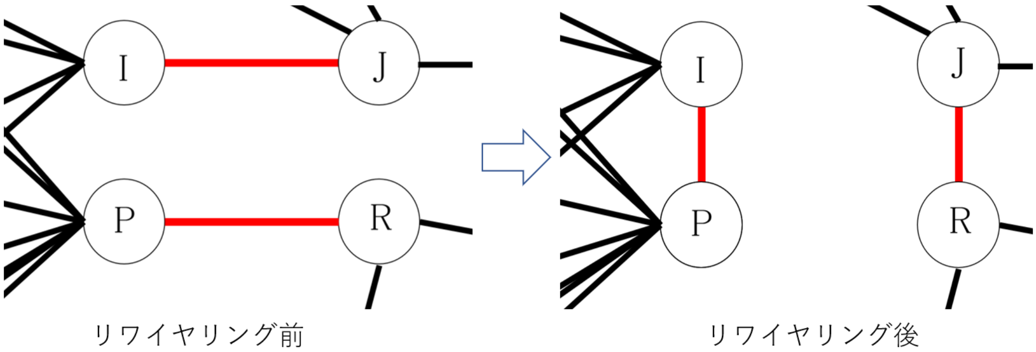

図 3.2: 次数保存するループ強化リワイヤリング。

ノード J, R は q_i^0 の小さいノードであり、リワイヤリングによって繋げることでループを強化している。ノード I, P, R, Q それぞれに対して一本のエッジを除去し、一本のエッジを加えているため、次数は保存される。

また、Step 2. で最大の q_i^0 をもつノードを選択しているのは、最小の q_i^0 から選択をすると、図 3.3 のようにダングリングの木構造の中のエッジを選択してしまい、リワイヤリングによって最大連結成分から分離してしまう可能性が高いため、それを回避しているからである。

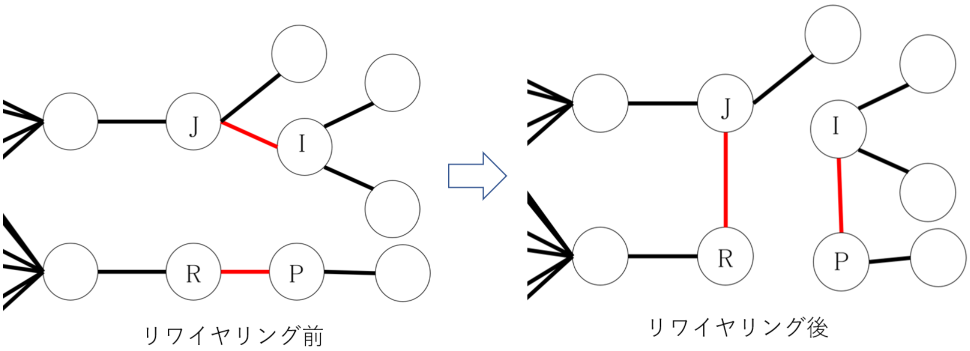

図 3.3: リワイヤリングによって分離してしまう例。

3.1.2 次数を保存しないリワイヤリング法

次数を保存しないループ強化リワイヤリング法を提案する。次数を保存しない場合は q_i^0 の小さいノードの間にエッジを張るものとする。ただし、エッジの本数を一定にするため、FVS を減らさずにエッジを除去する必要がある。そこで、q_i^0 の大きいノード間のエッジを除去する。q_i^0 の大きいエッジは多くのループに含まれていると考えられるため、その間のエッジを除去しても |FVS| への影響は少ない。よって、図 3.4 のように、以下の手順をくり返し行う。

Step1: すべてのノードの q_i^0 を計算する。

Step2: 連結ノードペアの中で最大の q_i^0 をもつノードペア I, P を選択する。

Step3: 非連結ノードペアの中で最小の q_i^0 をもつノードペア J, R を選択する。

Step4: エッジ (I, P) を削除し、(J, R) を追加する

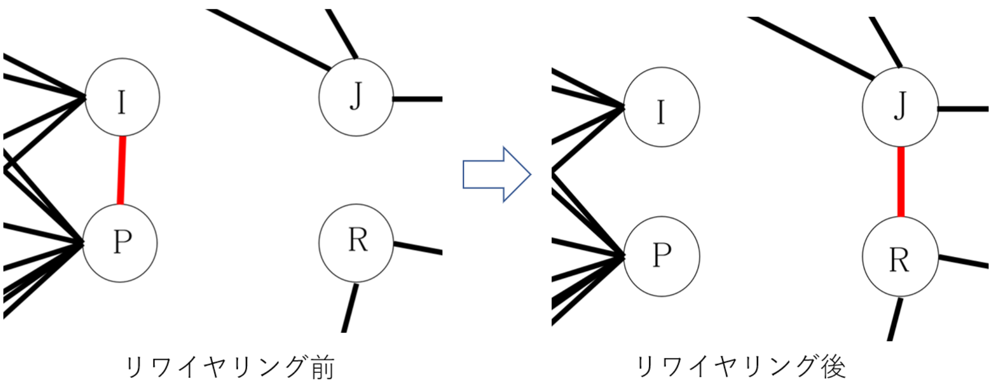

図 3.4: 次数を保存しないループ強化リワイヤリング。

第4章　実験・評価

提案したループ強化リワイヤリングと既存の頑健性の改善のための手法を、公開されている実ネットワークのデータに対して適用して、4.1 節の各指標に対する比較を行う。各データの詳細は付録 A の表 A.1、A.2 を参照されたい。Email のような社会ネットワークから航空網のような技術ネットワークまでの様々なジャンルのものを用いる。データは 1000 から 5000 ノード程度で、次数分布のすそ野が長くスケールフリーなものである。

4.1　提案手法と既存手法による頑健性改善の比較

実ネットワークに対して各手法を適用して、頑健性を比較する。その際、頑健性、次数相関、ループの指標として、

- 次数順攻撃に対する最大連結成分による頑健性指標 (R_{hub}) [8]
- 次数相関 (Assortativity) [3]
- FVS に含まれるノードの数 (|FVS|) [12]
- スパニングツリーの数を $\log_{10}$ としたもの (#SpanningTree) [11]

を調べる。|FVS| と#SpanningTree はループの指標とみなす。スパニングツリーの数は非常に大きくなるため、10 を底とする対数をとる。

リワイヤリング法としては、

BP： 提案手法

degree： 提案手法の q_i^0 を次数に置き換えた手法

SP： スパニングツリーの数を増加させるリワイヤリング [11]

WuHolme： 次数相関によるリワイヤリング [4]

を用いる。WuHolme 以外の手法には次数保存と次数非保存があるが、これを 1、2 として区別する。BP と SP がループを強化する手法で、WuHolme が次数相関を上昇させる手法である。degree は BP における q^0 を次数に置き換えたものなので、二つの比較により q^0 を用いた影響が分かる。WuHolme は次数保存のみだが、同

じ次数分布を持つネットワークの内でほぼ最適な頑健性をえることができる。また、他の手法と異なり全エッジを一括で張り替えるためリワイヤリング回数がない。そのため、WuHolme で得られたネットワークを既存手法における頑健性改善のベースラインとみなす。ただし、リワイヤリングは確率によるため、より最適な頑健性を基準とするために、同じネットワークに対して 100 回適用し、その内でもっとも頑健性が高かったものをベースラインする。

結果の典型例として、

図 4.1： Email ネットワーク [15], メールのやりとり, 1153 ノード, 5451 エッジ

図 4.2： Yeast ネットワーク [16], イースト菌, 2224 ノード, 6609 エッジ

図 4.3： OpenFlights ネットワーク [17][18], 航空路線, 2905 ノード, 15645 エッジ

における各指標の変化を示す。ベースラインの値を点線で、各手法におけるリワイヤリング回数に対する指標の値の変化を実線で示す。WuHolme を赤点線、degree 1、BP 1、SP 1、degree 2、BP 2、SP2 を紫、緑、水、橙、黄、青の実線とする。

図 4.1-3 の R_{hub}(左上) において提案手法である BP 1 はベースラインと同等かそれ以上にまで頑健性を改善している。それに対して degree 1 と SP 1 は頑健性を微増、微減するにとどまっている。よって、次数保存において次数相関による手法よりも FVS を用いたループ強化が頑健性を改善している。

次数非保存の手法はすべて次数保存の手法以上に頑健性を改善している。例えば、図 4.3 の R_{hub}(左上) の 7000 リワイヤリング以上では BP 1 のが 0.17 前後であるのに対して BP 2 は 0.4 以上と 2 倍以上の差がある。この結果から次数分布の変化が頑健性の改善に大きく影響していることが分かる。次数非保存の手法間での頑健性の差は、次数保存のものより小さい。図 4.2 の R_{hub}(左上) において 1500-3000 リワイヤリングでは SP 2 の低くなっているものの 3200 リワイヤリング以上では degree 2、BP 2 とほとんど差がなくなっている。

提案手法は FVS 数を増加させることを目的としていた。図 4.1-3 の |FVS|(右上) を見ると、提案手法 BP 1,2 はどちらも |FVS| を増加させており、ループを強化している。また頑健性と同様に、BP 1 はベースラインの値と同等かそれ以上に |FVS| を増加させており、次数非保存は次数保存よりも |FVS| を増加させている。

リワイヤリングに対する |FVS| と頑健性指標 R_{hub} の変化は同じような傾向にある。図 4.1-3 の R_{hub}(左上) と |FVS|(右上) の大小を色付き線について比較すると、ほとんど同じ順序となっている。すなわち、頑健性と FVS が互いに連動している。

一方、ループの指標としてはスパニングツリーの個数を用いた。図 4.1-3 の#SpanningTree(右下) において、SP 1, 2 は他の次数保存、非保存手法よりも#SpanningTree を増加させている。次数非保存手法は全て#SpanningTree を増加させており、大きい方から SP 2、degree 2、BP 2 である。SP 1 以外の次数保存手法はほとんど変化しないか、微減しており、大きい方から SP 1、degree 1、BP 1、WuHolme である。図 4.1-3 における R_{hub}(左上) と#SpanningTree(右下) のリワイヤリングに

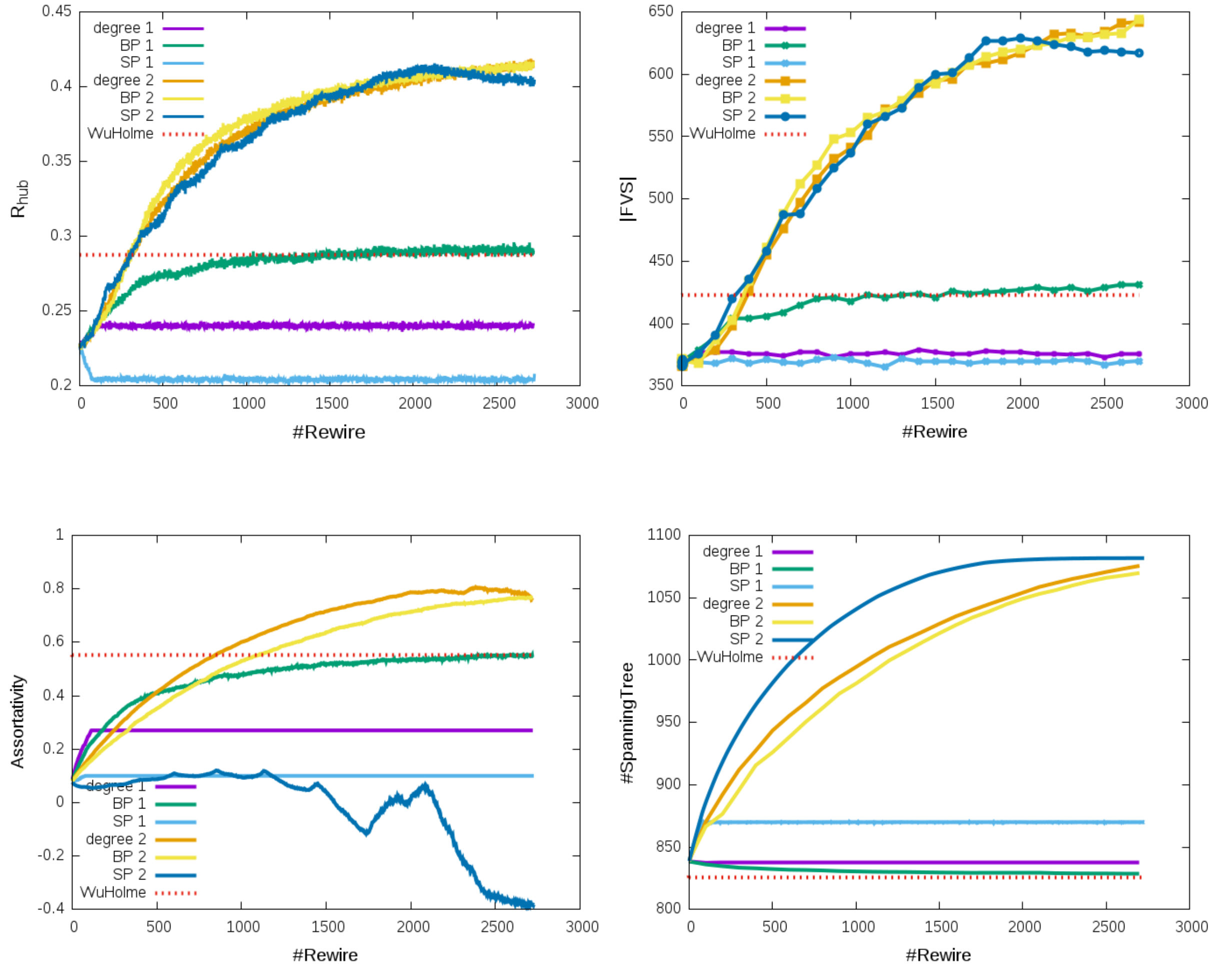

図 4.1: Email ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する、縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

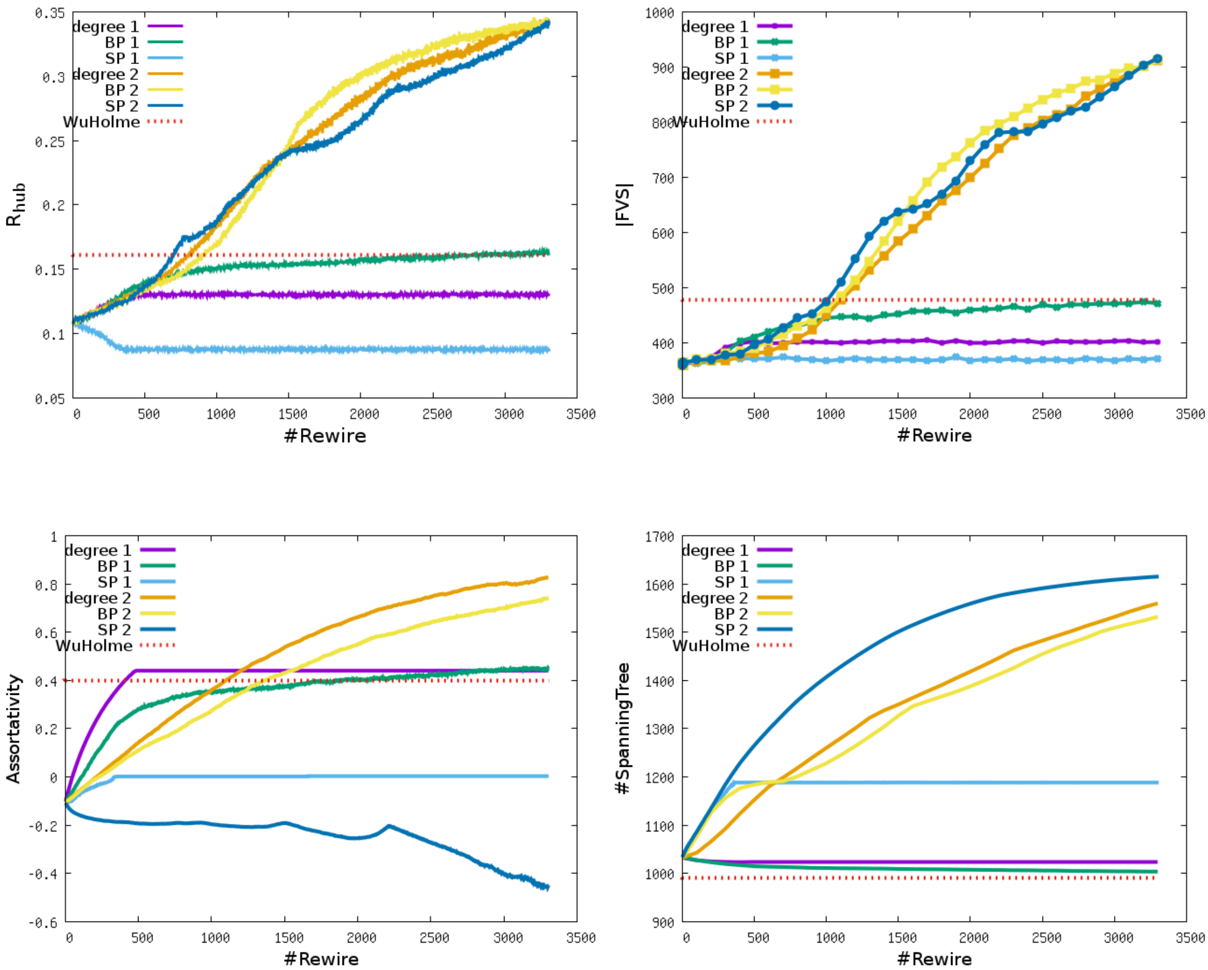

図 4.2: Yeast ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する、縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

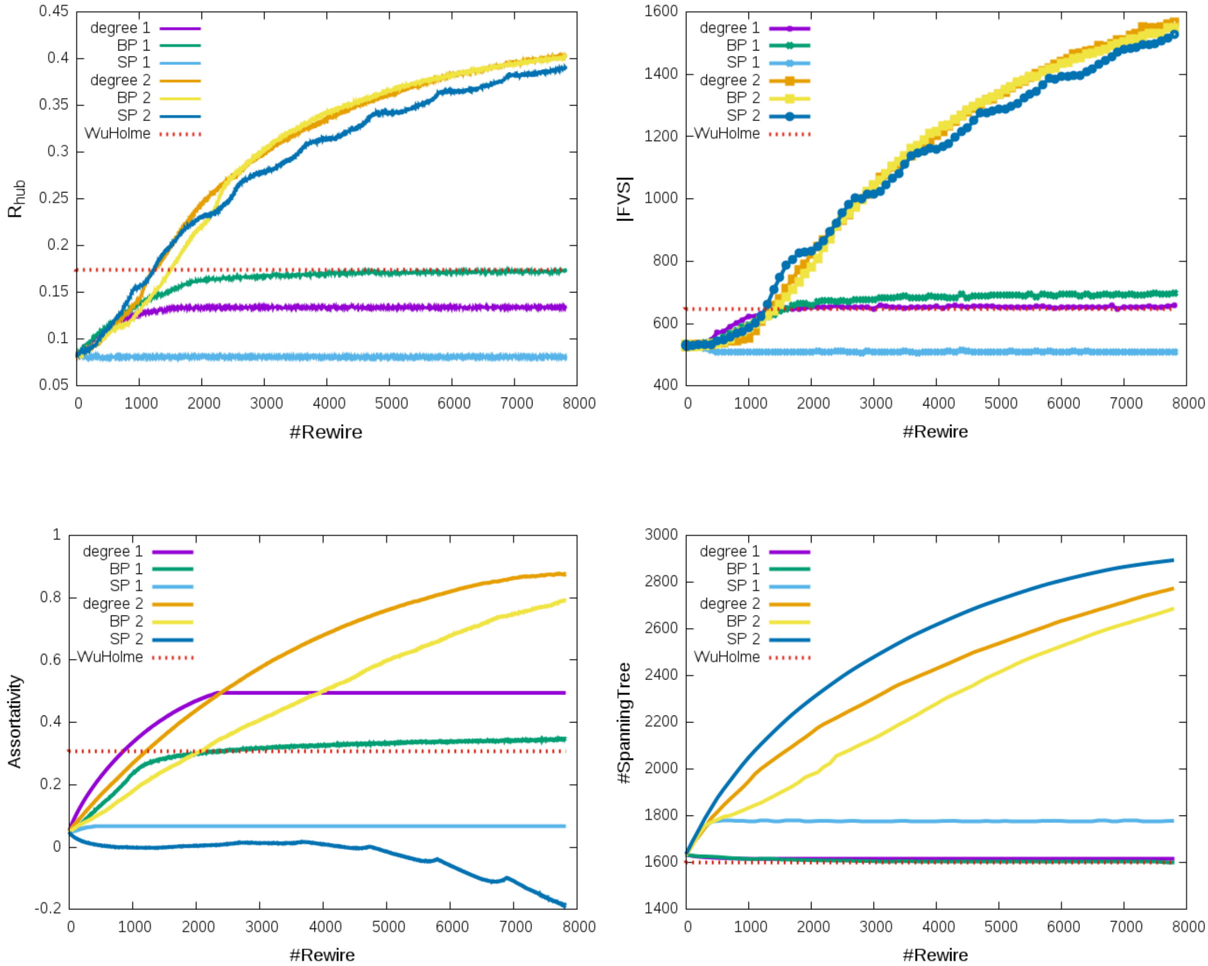

図 4.3: OpenFlights ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する、縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

対する変化を比較すると、頑健性指標とスパニングツリーの個数に大小の順序に関して対応関係がほとんどないと分かる。2.3.1 節で述べた基底として#SpanningTree はループと関連はしているものの、FVS のように直接的な指標ではないため、頑健性との関係が明確に現れなかったと考えられる。

最後に頑健性と次数相関の関係性について述べる。図 4.1-3 の R_{hub}(左上) と次数相関 (左下) より、SP 2 は 2300 リワイヤリング以上において、次数相関は-0.4 から-0.2 と大きく負となっているが、頑健性は 0.3 以上と非常に高い。これは全く新規な結果であり、次数非保存の場合は次数相関が負になっても頑健となりうることが発見された。

次数非保存における次数相関の大小の順序は、大きい方から degree 2、BP 2、SP 2 となっており、特に degree 2 は非常に強い正相関、次数相関係数 0.8 以上となっている。BP 2 と比べても degree 2 は非常に強い正相関となっているが、頑健性では大きな差はない。また、図 4.2、4.3 の次数相関 (左下) では degree 1 が BP 1 よりも上となっているが、R_{hub}(左上) では degree 1 は BP 1 よりも頑健性が低くなっている。よって、次数相関と頑健性は必ずしも関連しないと言える。

4.2 頑健性と FVS の相関性

4.1 節より頑健性と FVS は互いに関連していることが示された。そこで、表 4.1、4.2、4.3 に各手法における R_{hub}、|FVS|、次数相関の相関係数を示す。

表 4.1-3 より degree、BP においては R_{hub} と |FVS| の相関係数がすべて 0.9 以上と強い相関がある。特に、BP では最低でも 0.981 であり、非常に高い相関をもっている。つまり、BP においては FVS の増加が頑健性を改善している。

R_{hub} と |FVS| において、SP の次数非保存は相関係数が 0.9 以上となっているが、次数保存においてはむしろ負の相関となっているものもある。Email と Yeast ネットワークにおいて SP 1 の R_{hub} と |FVS| の相関係数が負となっているのは、図 4.1、4.2 より FVS がほとんど変化していないのにも関わらず、頑健性が低下しているためである。

	R_{hub} と Assortativity	R_{hub} と |FVS|	|FVS| と Assortativity
degree 1	0.981	0.902	0.904
degree 2	0.997	0.985	0.989
BP 1	0.997	**0.994**	0.996
BP 2	0.985	**0.984**	0.995
SP 1	-0.996	-0.291	0.266
SP 2	-0.506	0.991	-0.553

表 4.1: Email ネットワークにおける各指標の相関係数。

	R_{hub} と Assortativity	R_{hub} と |FVS|	|FVS| と Assortativity
degree 1	0.998	0.989	0.986
degree 2	0.985	0.985	0.944
BP 1	0.992	**0.991**	0.973
BP 2	0.982	**0.994**	0.967
SP 1	-0.996	-0.884	0.874
SP 2	-0.88	0.993	-0.882

表 4.2: Yeast ネットワークにおける各指標の相関係数。

	R_{hub} と Assortativity	R_{hub} と |FVS|	|FVS| と Assortativity
degree 1	0.978	0.978	0.988
degree 2	0.997	0.976	0.981
BP 1	0.997	**0.981**	0.983
BP 2	0.976	**0.983**	0.990
SP 1	-0.403	0.394	-0.955
SP 2	-0.713	0.985	-0.762

表 4.3: OpenFlights ネットワークにおける各指標の相関係数。

4.3　ランダム攻撃やBP攻撃に対する頑健性

4.1 節では次数順攻撃に対する頑健性で比較を行った。しかしながら、頑健性指標は次数順以外の攻撃手法においても頑健性を考えることができる。そこで不慮の故障に相当するランダム攻撃と、現時点で最も効果的な攻撃手法として知られる BP 攻撃に対する頑健性指標を比較する。BP 攻撃は q_i^0 の高いノードを再帰的に除去するもので、ループ除去をする手法である。ランダム攻撃は除去するノードの順序をランダムに選択するので、毎回頑健性が変化するため 100 回平均で求める。ランダム攻撃と BP 攻撃に対する頑健性指標を R_{random}、R_{BP} とする。図 4.1-3 と同じ三種類のネットワークに対して行った結果を図 4.4、4.5、4.6 に示す。

次数順攻撃よりも BP 攻撃はわずかに頑健性を低下させている。縦軸のスケールの違いに注意して、図 4.6 の R_{hub}(左) と R_{BP}(中) を比較すると、BP 2 の黄色の線が、R_{hub} では 0.4 以上になっているのに対して R_{BP} では 0.4 に達していない。よって、BP 攻撃は次数順攻撃よりも強力な攻撃手法であると分かる。

図 4.4-6 の BP 攻撃 (中) より、BP 攻撃においても提案手法 BP 1 がベースライン以上に頑健性を改善している。提案手法は次数順攻撃のみでなく BP 攻撃に対しても有効な手法といえる。

次数順攻撃と同じく BP 攻撃においても、次数非保存手法が次数保存手法よりも頑健性を改善している。各図における次数順攻撃 (左) と BP 攻撃 (中) を比較すると、リワイヤリング回数に対する各手法の頑健性指標の大小の推移や、各リワイヤリング回数における手法の大小関係がほぼ同じである。BP 攻撃による頑健性は次数順攻撃とほぼ同様の傾向がある。

図 4.4-6 の次数順 (左)、BP 攻撃 (中) とランダム攻撃 (右) についてリワイヤリング回数に対する各手法の頑健性指標の大小の推移を比較すると、ランダム攻撃のみほとんど異なる推移をしている。例えば、図 4.4 における BP 1 は次数順や BP 攻撃では頑健性指標を増加させているが、ランダム攻撃では少しだけ減少させている。ただし、ランダム攻撃に対する頑健性は 0.4 前後であり、そもそも非常に頑健である。また、degree 1 や BP 1 はベースライン以上の頑健性があり、十分な頑健性がある。

ランダム攻撃においても次数非保存手法が次数保存手法を大きく上回る結果となった。これは次数分布が変化して次数の多いハブとなるノードがなくなり、頑健性が上昇したためと考えられる。

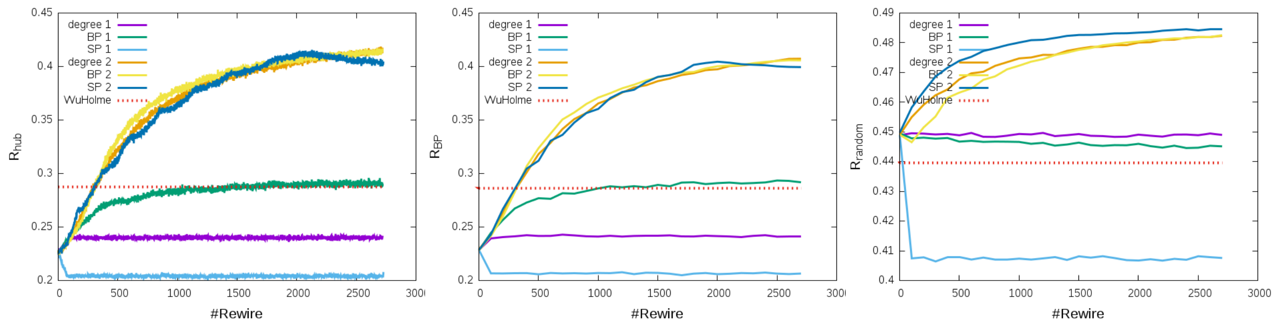

図 4.4: Email ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性指標の変化。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。

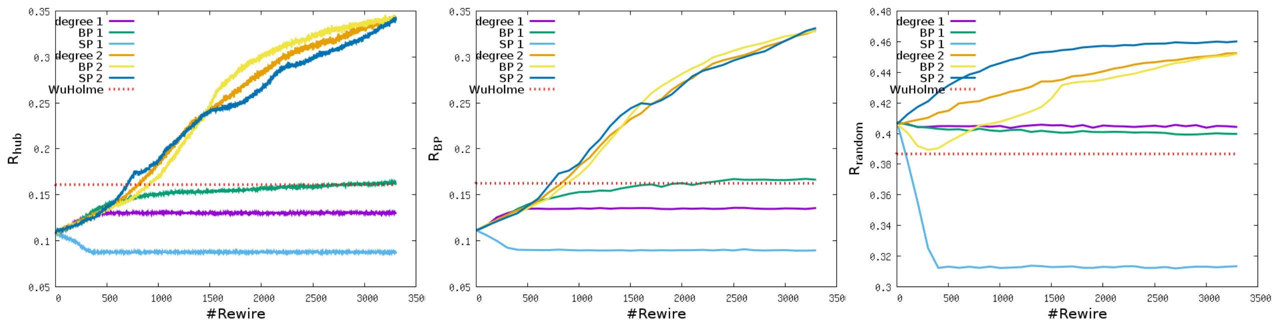

図 4.5: Yeast ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性指標の変化。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。

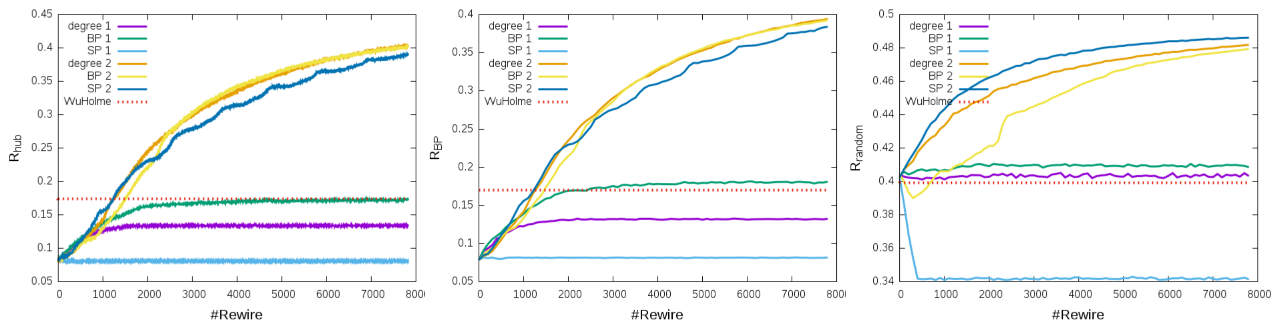

図 4.6: OpenFlights ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性指標の変化。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。

4.4 次数分布 $P(k)$ の変化

4.1 節から 4.3 節より次数分布の変化が頑健性の改善に大きく影響していることが明らかとなった。特に次数非保存手法は頑健性を大幅に改善しており、次数分布の変化と頑健性の改善の関係を確かめることで、頑健性のさらなる改善につながると考えられる。そこで、4.1 節において次数分布がどのように変化したのかを分析する。図 4.7 に各ネットワークにおけるリワイヤリング後の次数分布を示す。横軸を次数、縦軸をその次数のノード数とする。両対数グラフであるため、スケールフリー (べき乗) な次数分布は直線にプロットされる。次数保存は元データの次数分布となるため水色の点となっており、degree 2、BP 2、SP 2 を橙、黄、青点とする。

全ての図において元データの水色の点はスケールフリーに近い、すそ野の長い分布となっている。また、次数非保存リワイヤリングでは、平均値付近をピークとした分布の幅の狭い分布に変化している。スケールフリーは一部のノードの次数が極端に大きい不均一な分布であるが、リワイヤリングによって次数の最大値と最小値の幅が狭く、全ノードの次数が平均値に近い、均一な分布に変化している。特に、図 4.7(左) より Email ネットワークにおいて SP 2 は次数 9 と 10 のノードのみとなっている。

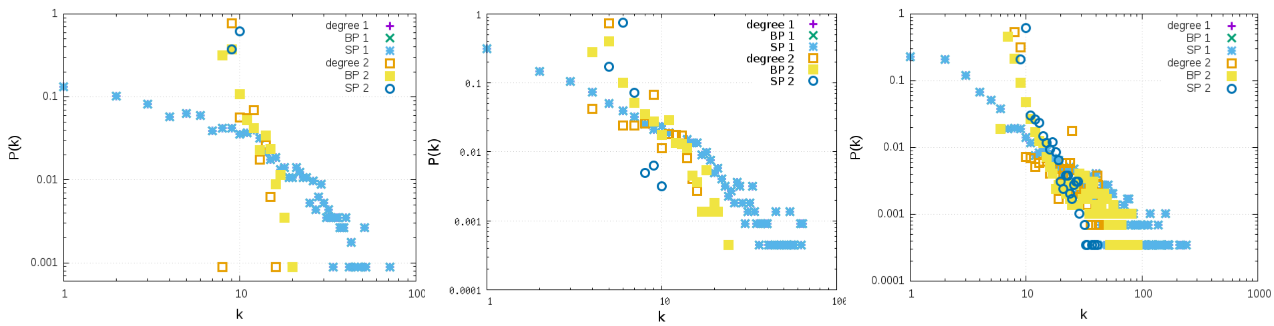

図 4.7: 各ネットワークにおける次数分布。左から Email、Yeast、OpenFlights、横軸が次数、縦軸がノード比率。

次数分布の幅を示すためにリワイヤリングによる次数の最大と最小値の変化を図 4.8 に示す。図 4.8 より、SP 2 が他手法と比較して次数分布の幅を急激に小さくしていることが分かる。degree 2 と BP 2 も同様に次数分布の幅が小さくなっており、BP 2 が一番緩やかに幅を減少させている。また、どの手法も次数の最小値に比べ最大値の変化が大きくなっている。

図 4.1-3 の R_{hub}(左上) と $|\mathrm{FVS}|$(右上) から、次数非保存手法は頑健性や FVS にあまり差がなく、かつどれも次数保存と比較して大幅に頑健性を改善している。また、図 4.7 と図 4.8 より、どの次数非保存手法も次数の最大値と最小値の幅を小さくしている。したがって、次数の幅を小さくすることで頑健性が大幅に改善されていると考えられる。その理由として、次数非保存手法では次数分布がスケール

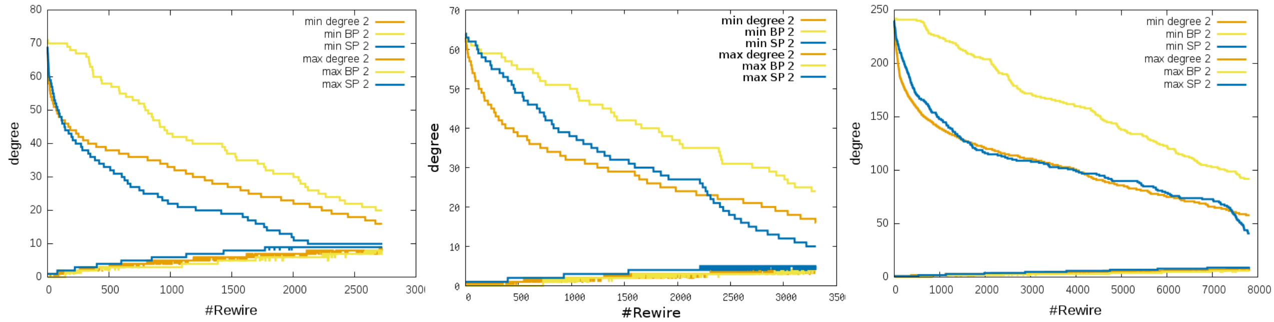

図 4.8: 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Email、Yeast、OpenFlights、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。

フリーでなくなり、次数の大きいハブがなくなり、ランダム攻撃に近づいたことで頑健性が向上したと考えられるが、より詳細なメカニズムの解明に向け更なる検討が必要である。ランダム攻撃に対して実ネットワークが頑健であることは図 4.4、4.5、4.6 から明らかである。

図 4.1-3 の次数相関 (左下) は SP 2 のみが強い負となり、degree 2 と BP 2 は強い正である。しかし、頑健性 (左上) と |FVS|(右上) はどちらも差がなく改善している。つまり、次数分布がスケールフリーでなくなる場合は、次数相関の正負によらず、|FVS| に関係して頑健性が改善されている。

4.5 隣接次数分布の変化

より詳細な次数分布の変化を確かめるため、隣接次数分布を図 4.9、4.10、4.11 に示す。隣接次数分布とはネットワークにおける次数 k のノードと繋がっているノードの次数 k' を示したものである。次数 k と次数 k' のノード間に少なくとも一つエッジが存在するときに、座標 (k,k') に点をプロットする。この図において点の分布が右肩上がりとなっている場合は次数相関が正、右肩下がりの場合は負となる。リワイヤリング回数で色を分けて、図 4.9 と 4.8 は 500 リワイヤごとに、図 4.10 は 1500 リワイヤごとにプロットした。凡例に点の色、リワイヤリング回数 (#) と次数相関 (r:) を表示している。次数保存手法では大きく変化しないため提案手法 BP 1 のみを一例として示す。

隣接次数分布において、横軸は次数であるため、次数分布の横軸と同じである。そのため次数分布の幅が狭くなると、隣接次数分布においても点がプロットされる横軸の範囲が狭くなる。また、隣接次数分布は無向ネットワークでは $k' = k$ に対して対称になるため、縦軸も横軸と同様に範囲が狭くなる。よって、次数分布の幅が小さくなると、隣接次数分布の点がプロットされる範囲の縦軸と横軸のどちらの幅も小さくなる。

図 4.8 と同じように図 4.9、4.10、4.11 でも degree 2、BP 2、SP 2 において次数分布の幅がリワイヤリングにより小さくなることが分かる。例えば図 4.9 の degree 2(左上) において青点よりも橙点のほうが狭い範囲になっているのは次数の幅が狭まったことを意味している。ただし、次数保存 (各図右下) では次数が変化しないため、点がプロットされる範囲は変化せずに、分布のみが変わる。

図 4.9、4.10、4.11 の degree 2(左上) の橙点は右肩上がりに分布している。つまり、次数が大きいノードは次数の大きいノードとのみ連結しており、次数相関は正となっている。リワイヤリングが進むにつれてより狭い範囲となっており、次数の幅が小さくなっている。しかし、小さくなっても右肩上がりに分布しているため次数相関は正のままである。よって、degree 2 は次数分布の幅を狭くしながら非常に強い正相関とすることで頑健としている。また、BP 2(右上) も同じように分布の幅が狭くなり、かつ右肩上がりとなっている。ただし、図 4.8 からも分かるように degree 2、SP 2 と比べると BP 2 の次数の幅の減少は遅い。このように degree 2 と BP 2 では次数分布の分散が小さくなり、次数相関が正になることで頑健性が改善されていた。

SP 2(左下) は degree 2(左上) や BP 2(右上) と比較すると次数の幅の減少の仕方が異なる。図 4.9、4.10、4.11 の SP 2(左下) では次数の幅が急激に小さくなり、隣接次数分布が右肩下がりとなっている。リワイヤリングにより大きな次数をもつノード間のエッジからなくなっており、反比例のような分布になっているため、次数相関が大きく負となっている。また、図 4.8 からも SP 2 は他手法と比較して次数の幅の減少が急激であると分かる。つまり、SP 2 は次数相関を負にしながら次数の幅を急激に小さくすることで頑健性を大幅に改善している。図 4.9 の左下では、

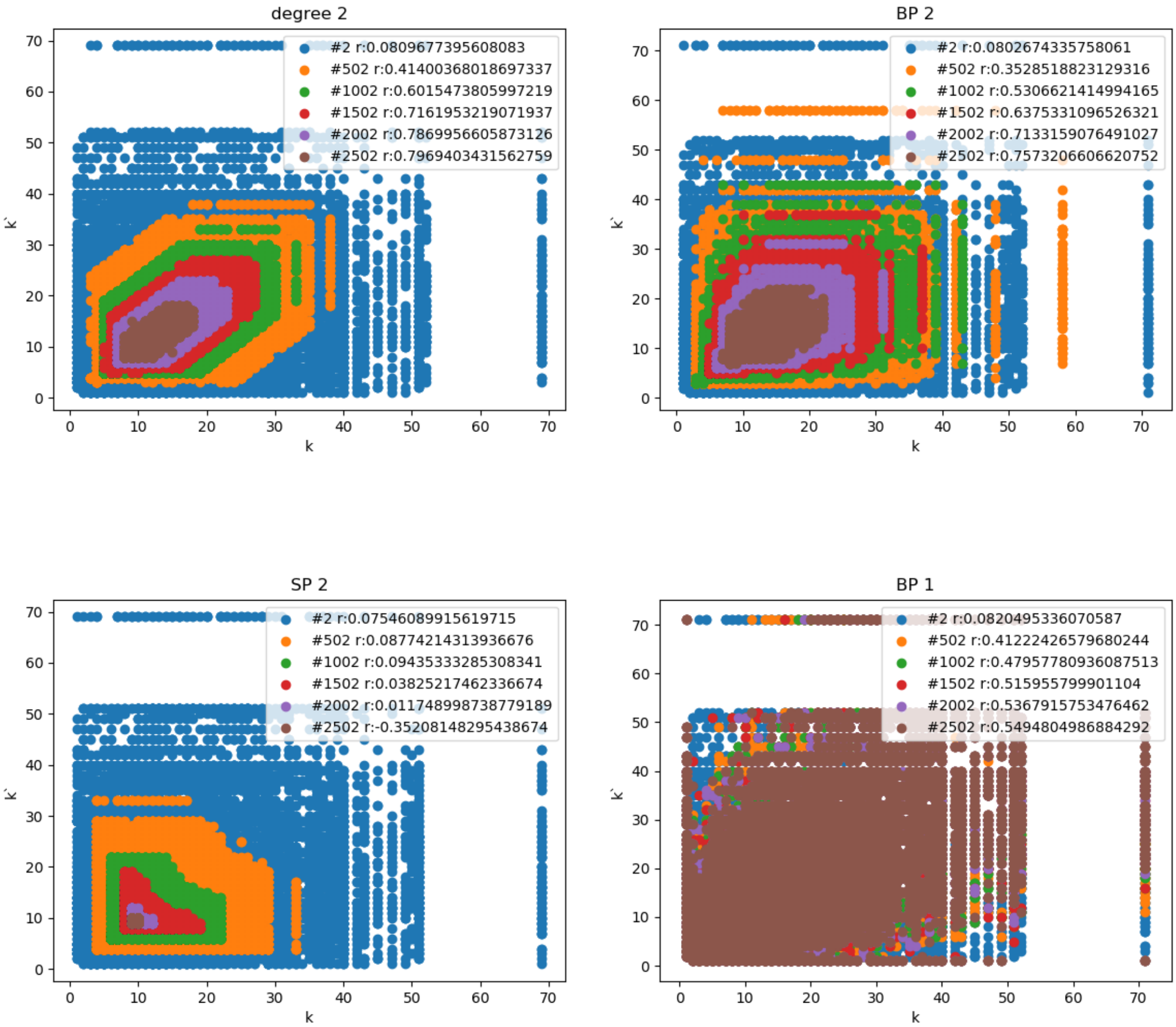

図 4.9: Email ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

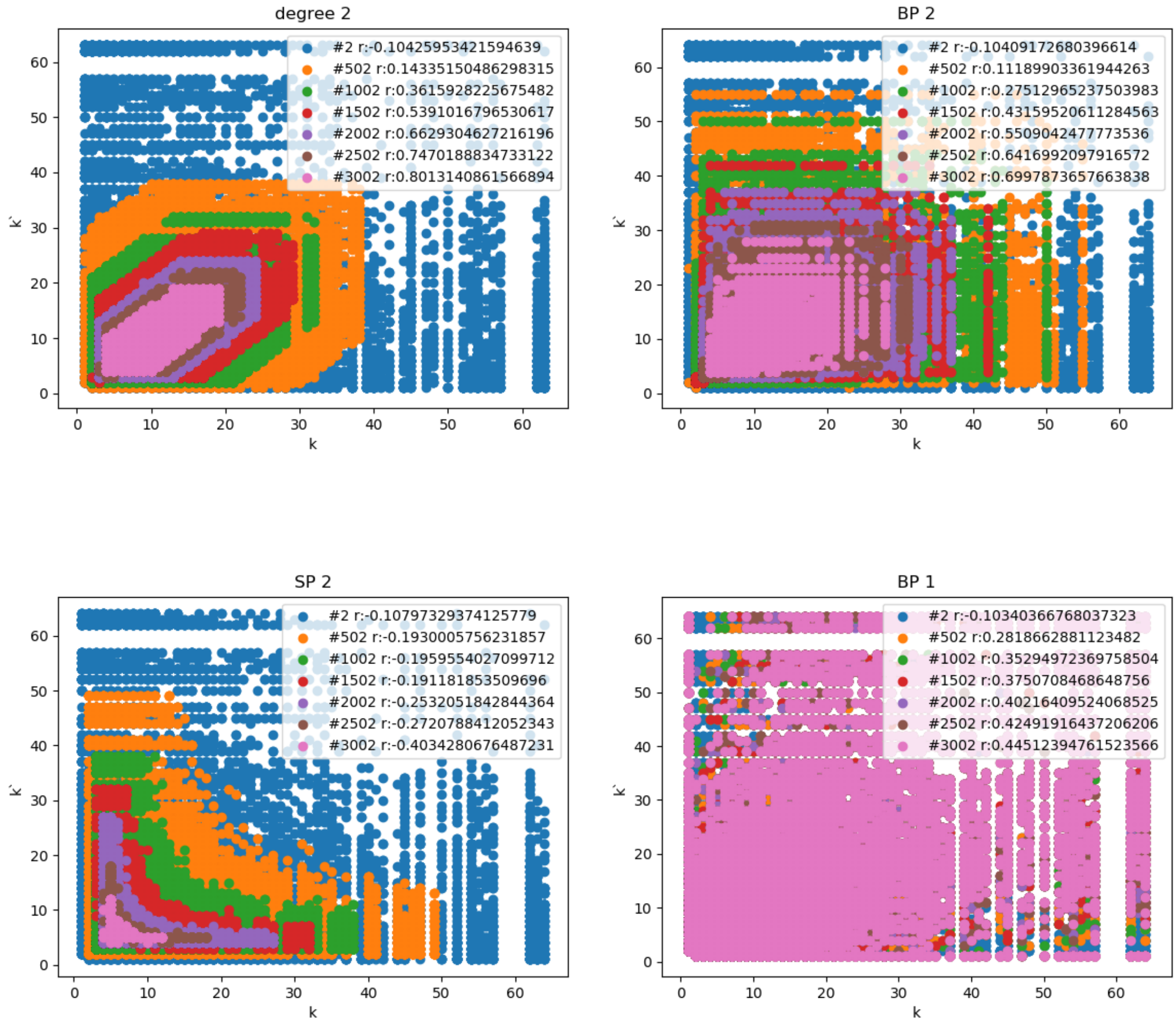

図 4.10: Yeast ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

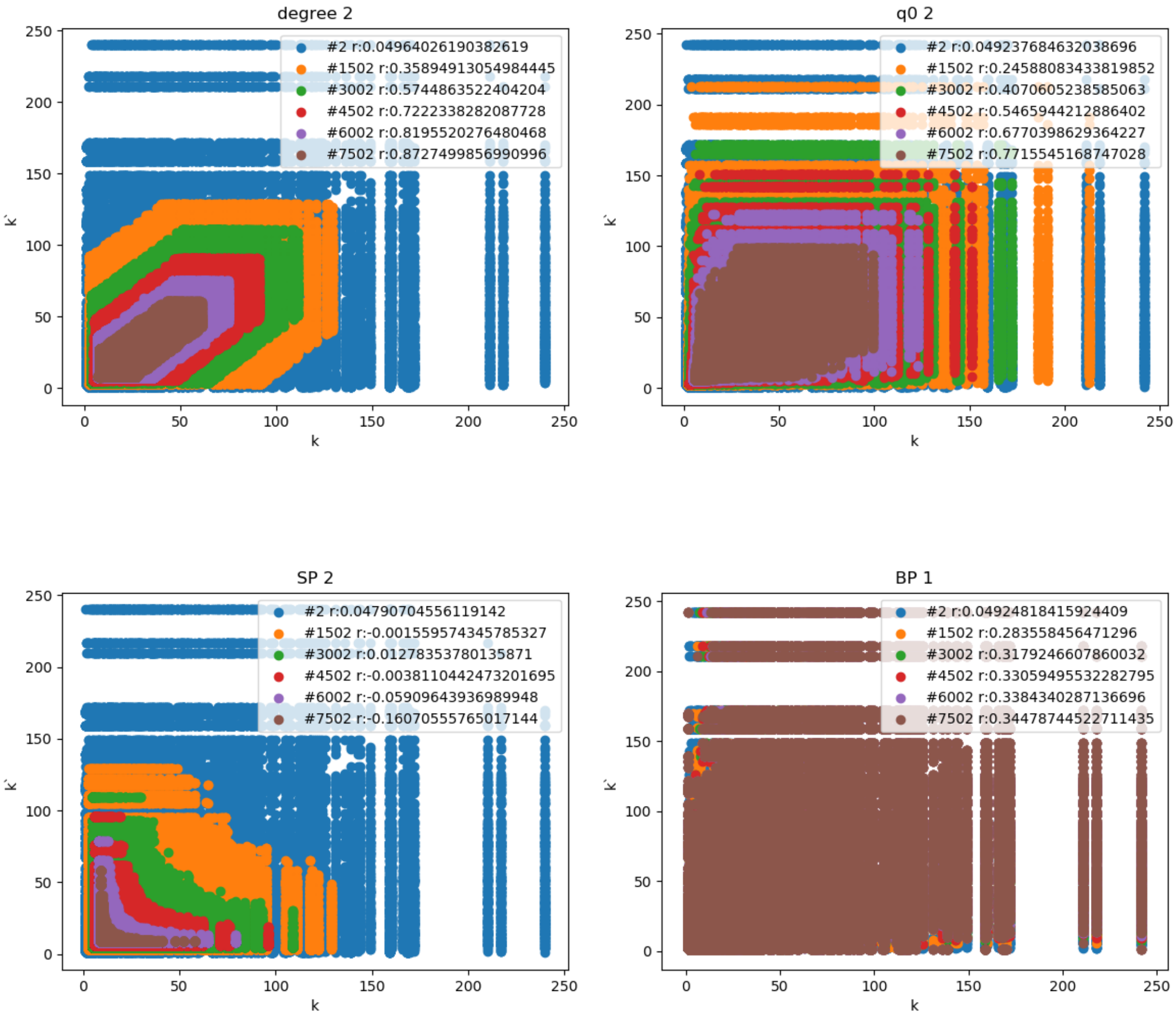

図 4.11: OpenFlights ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

2502リワイヤリングにおいて次数が9と10のみとなっており、次数相関は-0.35と大きく負になっている。図4.1の頑健性(左上)より、この時の頑健性は0.4前後と非常に頑健である。よって、次数分布が変化する場合は、頑健性は次数相関の正負よりも次数分布の幅とFVSが大きく影響している。

第5章　おわりに

本論文では、Feedback Vertex Set の個数を増加させてループを強化するリワイヤリング法を提案した。提案手法と既存手法を実データに適用し、それぞれの頑健性の改善を比較することで、以下の結果を得た。

- 提案手法は、既存手法のベースライン以上に次数順攻撃に対する頑健性を改善できる。次数相関による手法よりも FVS を用いた手法が頑健性を改善しており、次数相関でなくループに着目することでさらなる頑健性の改善が期待できる。
- リワイヤリング回数に対する頑健性、次数相関、FVS の推移を比較すると、次数相関よりも頑健性と FVS が互いに関連して変化をしている。したがって、既存研究で着目されてきた次数相関と頑健性の関係よりもループと頑健性がより深い関係にあると言える。
- 実ネットワークはランダム攻撃に対して非常に頑健であり、次数順攻撃、BP 攻撃には脆弱である。一方、ループ強化による提案手法は BP 攻撃に対しても効果的に頑健性を改善する。
- 次数非保存手法において次数相関が負となっても、頑健性と FVS を大きく改善している結果が得られた。

以上の結果の中で、次数分布が平均値に集中することで、次数相関が負であっても頑健性を大幅に改善している。そのため、次数分布の分散と頑健性のより詳細な関係が頑健性の更なる改善に向けて重要な課題となるかもしれない。次数分布の分散を最小化するリワイヤリングを行い頑健性の変化を分析することや、パーコレーションの理論解析により、すべての次数が等しい正則グラフに近いネットワークの頑健性を調査することが今後の課題として考えられる。

謝辞

本研究をまとめるにあたり、指導教官の林幸雄教授からは様々な助言を賜りました。厚く感謝を申し上げます。また、金沢大学の坂本二郎教授からは異分野の目線から鋭いご指摘をいただき、研究を進めるにあたって重要な示唆を賜りました。研究室のメンバーにはゼミ等でご支援いただきました。研究を支えていただいたすべての方に厚く御礼を申し上げ、感謝する次第です。

発表論文 口頭発表

1. Masaki Chujyo and Yukio Hayashi, “Significant improvement of network robustness by enhancing loops through rewiring”, The 8th International Conference on Complex Networks and their Applications, no. 94, pp.569-571, Lisbon, Portugal, Dec. 2019.

2. Masaki Chujyo and Yukio Hayashi, “Rewirings by enhancing loops improve network robustness”, International School and Conference on Network Science, no.75, Tokyo, Japan, Jan. 2020.

3. 中条雅貴、林幸雄, ”Closely Relation Between Improvement of Network Robustness and Enhancement of Loops”, 第 16 回ネットワーク生態学シンポジウム, 2020 年 3 月 (予定).

4. 中条雅貴、林幸雄, “ループに着目したネットワーク頑健性の強化”, 2020 年電子情報通信学会総合大会, 2020 年 3 月 (予定).

参考文献

[1] A.-L. Barabási and R. Albert, "Emergence of scaling in random networks", Science 286(5439), 509-512, (1999).

[2] R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks", Nature 406(6794), 378 (2000).

[3] M.E.J. Newman, "Assortative mixing in networks", Phys. Rev. Lett. 89(20), 208701 (2002).

[4] Z.-X. Wu and P. Holme, "Onion structure and network robustness", Phys. Rev. E 84(2), 026106 (2011).

[5] Y. Hayashi, "Spatially self-organized resilient networks by a distributed cooperative mechanism", Physica A 457, 255-269, (2016).

[6] A. Braunstein et al, "Network dismantling", Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 113(44) 12368-12373 (2016).

[7] Y. Hayashi and N. Uchiyama, "Onion-like networks are both robust and resilient", Sci. Rep. 8(1), 1-13 (2018).

[8] C. M. Schneider et al., "Mitigation of malicious attacks on networks", Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 108(10) 3838-3841 (2011).

[9] T. Tanizawa, S. Havlin and H.E. Stanley, "Robustness of onionlike correlated networks against targeted attacks", Phys. Rev. E 85(4), 046109 (2012).

[10] M.E.J. Newman, "Networks - An Introduction", Oxford University Press, (2010).

[11] H. Chan and L. Akoglu, "Optimizing network robustness by edge rewiring: a general framework", Data Min. Knowl. Discov. 30(5), 1395-1425 (2016).

[12] H.-J. Zhou, "Spin glass approach to the feedback vertex set problem", Eur. Phys. J. B 86(11) 455 (2013).

[13] W. Kocay D.L.Kreher, "Graphs, algorithms, and optimization", Chapman and Hall/CRC., (2005)

[14] 矢久保 考介, "複雑ネットワークとその構造", 共立出版, (2013)

[15] R. Guimera, et al. "Self-similar community structure in a network of human interactions" Physical review E, 68(6), 065103, (2003).

[16] B. Dongbo, et al. "Topological structure analysis of the protein–protein interaction network in budding yeast" Nucleic acids research, 31(9), 2443–2450, (2003).

[17] konect network dataset – KONECT, April 2017.

[18] T. Opsahl, et al. "Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths" Social Networks, 32(3), 245–251, (2010).

付 録 A　実ネットワークの詳細なデータ

A.1　実ネットワークのデータ

本研究で用いた 11 種類の公開データを表 A.1 にまとめる。

ネットワーク名	説明とデータソース
AirTraffic	航空路線網 [1] http://konect.uni-koblenz.de/networks/maayan-faa
Email	メールのやり取り関係 [2] http://deim.urv.cat/~alexandre.arenas/data/welcome.htm
PowerGrid	電力網 [3] http://www-personal.umich.edu/~mejn/netdata/
Yeast	イースト菌におけるタンパク質の相互作用 [4] http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/data/bio/Yeast/Yeast.htm
Japanese	日本語の単語の隣接関係 [5] http://www.weizmann.ac.il/mcb/UriAlon/download/collection-complex-networks
Hamster	hamsterster.com におけるユーザーの友達関係 [1] http://konect.uni-koblenz.de/networks/petster-friendships-hamster
GRQC	一般相対論と量子宇宙論における共著関係 [6] http://snap.stanford.edu/data/ca-GrQc.html
UCIrvine	カリフォルニア大学アーバイン校の学生の SNS やりとり関係 [1][7] http://konect.uni-koblenz.de/networks/opsahl-ucsocial
OpenFlights	航空路線網 [1][8] http://konect.uni-koblenz.de/networks/opsahl-openflights
Polblogs	政治に関するブログのリンク関係 [9] http://www-personal.umich.edu/~mejn/netdata/
Gnutella 8 2002	2002 年 8 月グラテマラでの P2P ファイル共有関係 [10][11] http://snap.stanford.edu/data/p2p-Gnutella08.html

表 A.1: 実ネットワークの一覧。

前処理として、表 A.1 のネットワークを無向化して、最大連結成分のみを取り出した。処理後の各ネットワークの指標を次の表 A.2 に整理する。表中の直径とはネットワークにおけるノード間の最短経路のホップ数の最大値である。

ネットワーク名	ノード数	エッジ数	次数相関	最小次数	平均次数	最大次数	直径
AirTraffic	1226	2408	-0.015	1	3.9	34	17
Email	1133	5451	0.078	1	9.6	71	8
PowerGrid	4941	6594	0.003	1	2.7	19	46
Yeast	2224	6609	-0.105	1	5.9	64	11
Japanese	2698	7995	-0.259	1	5.9	725	8
Hamster	1788	12476	-0.089	1	14.0	272	14
GRQC	4158	13422	0.639	1	6.5	81	17
UCIrvine	1893	13835	-0.188	1	14.6	255	8
OpenFlights	2905	15645	0.049	1	10.8	242	14
Polblogs	1222	16714	-0.221	1	27.4	351	8
Gnutella 8 2002	6299	20776	0.036	1	6.6	97	9

表 A.2: 実ネットワークの各指標。

A. 付録に関する参考文献

[1] konect network dataset – KONECT, April 2017.

[2] R. Guimera, et al. "Self-similar community structure in a network of human interactions" Physical review E, 68(6), 065103, (2003).

[3] D.J. Watts and S. H. Strogatz. "Collective dynamics of small-worldnetworks" Nature, 393(6684), 440–442, (1998).

[4] B. Dongbo, et al. "Topological structure analysis of the protein–protein interaction network in budding yeast" Nucleic acids research, 31(9), 2443–2450, (2003).

[5] R. Milo, et al. "Superfamilies of evolved and designed networks" Science, 303(5663), 1538–1542, (2004).

[6] J. Leskovec, et al. "Community structure in large networks: Natural cluster sizes and the absence of large well-defined clusters" Internet Mathematics, 6(1), 29–123, (2009).

[7] T. Opsahl and P. Panzarasa. "Clustering in weighted networks" Social networks, 31(2), 155–163, (2009).

[8] T. Opsahl, et al. "Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths" Social Networks, 32(3), 245–251, (2010).

[9] L. A. Adamic and N. Glance. "The political blogosphere and the 2004 us election: divided they blog" In Proceedings of the 3rd international workshop on Link discovery, pages 36–43. ACM, (2005).

[10] J. Leskovec, et al. "Graph evolution: Densification and shrinking diameters" ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD), 1(1), 2, (2007).

[11] M. Ripeanu, et al. "Mapping the gnutella network: Properties of large-scale peer-to-peer systems and implications for system design" arXiv preprint cs/0209028, (2002).

付 録B　実ネットワークに対する実験結果

B.1　頑健性指標、|FVS|、次数相関、スパニングツリーの個数の変化

11 種類の実ネットワークに各手法を適用して、リワイヤリングによる次数順攻撃に対する頑健性指標、Feedback Vertex Set に含まれるノード数、次数相関、スパニングツリーの個数の変化を示す。

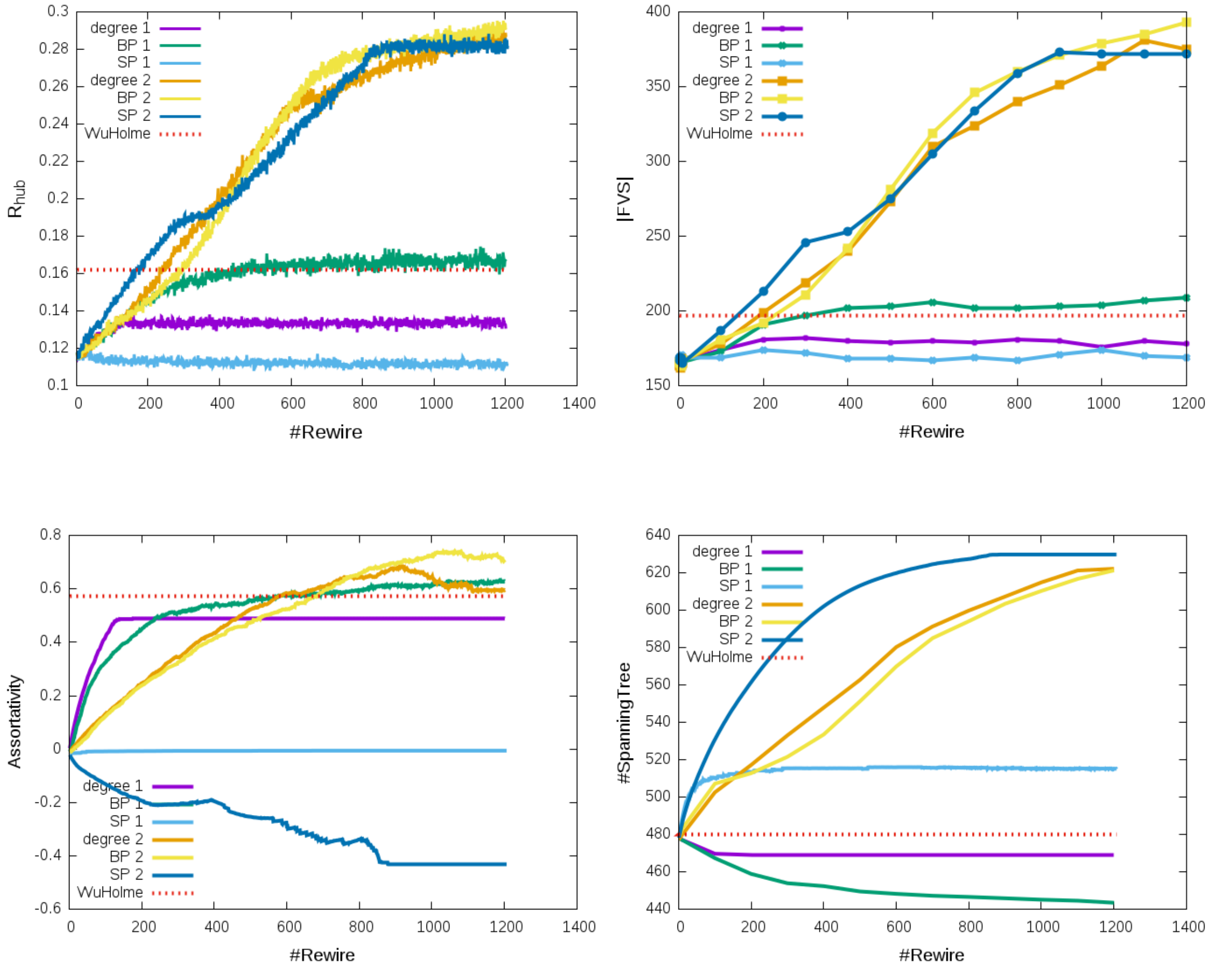

図 B.1: Airtraffic ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

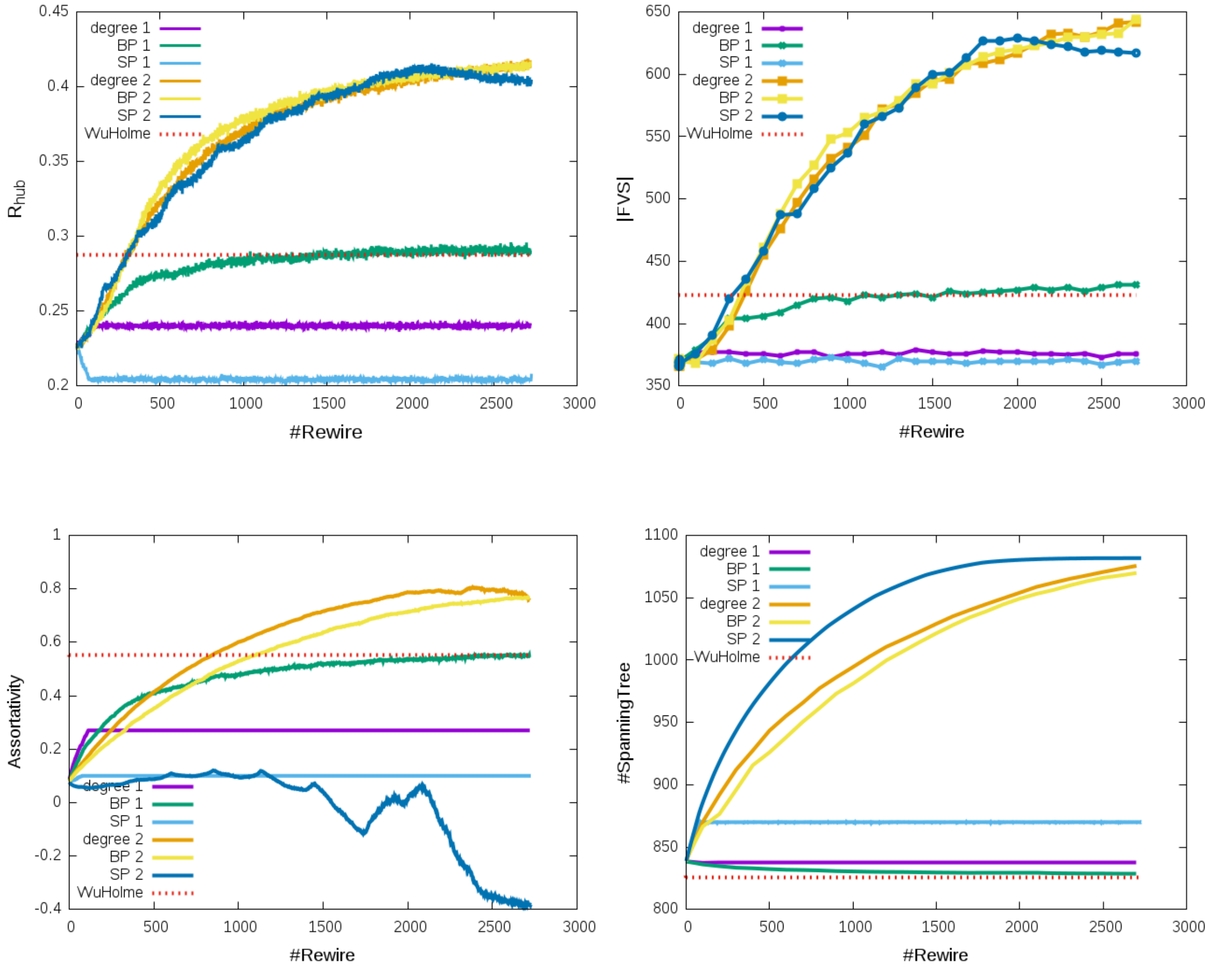

図 B.2: Email ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

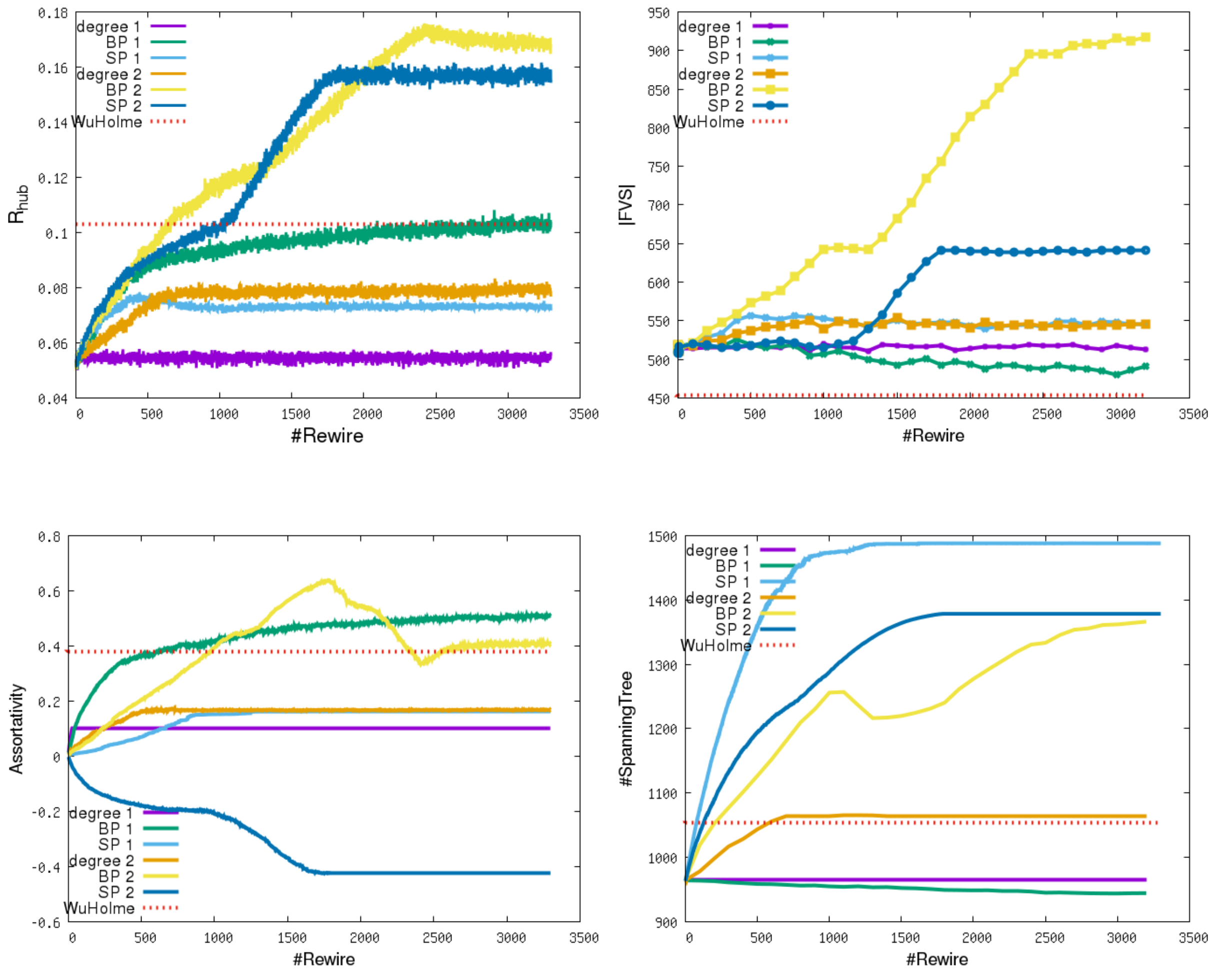

図 B.3: PowerGrid ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

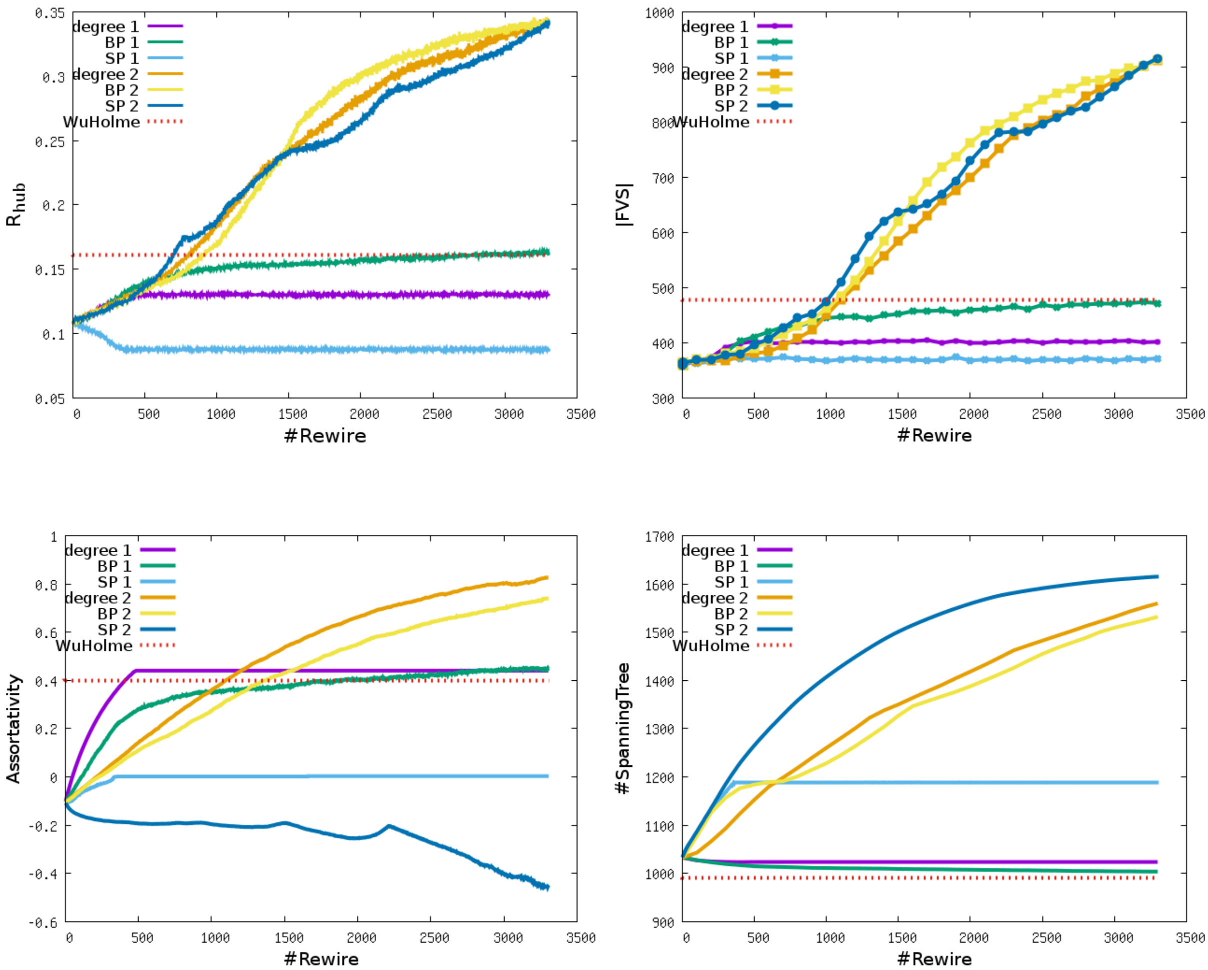

図 B.4: Yeast ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

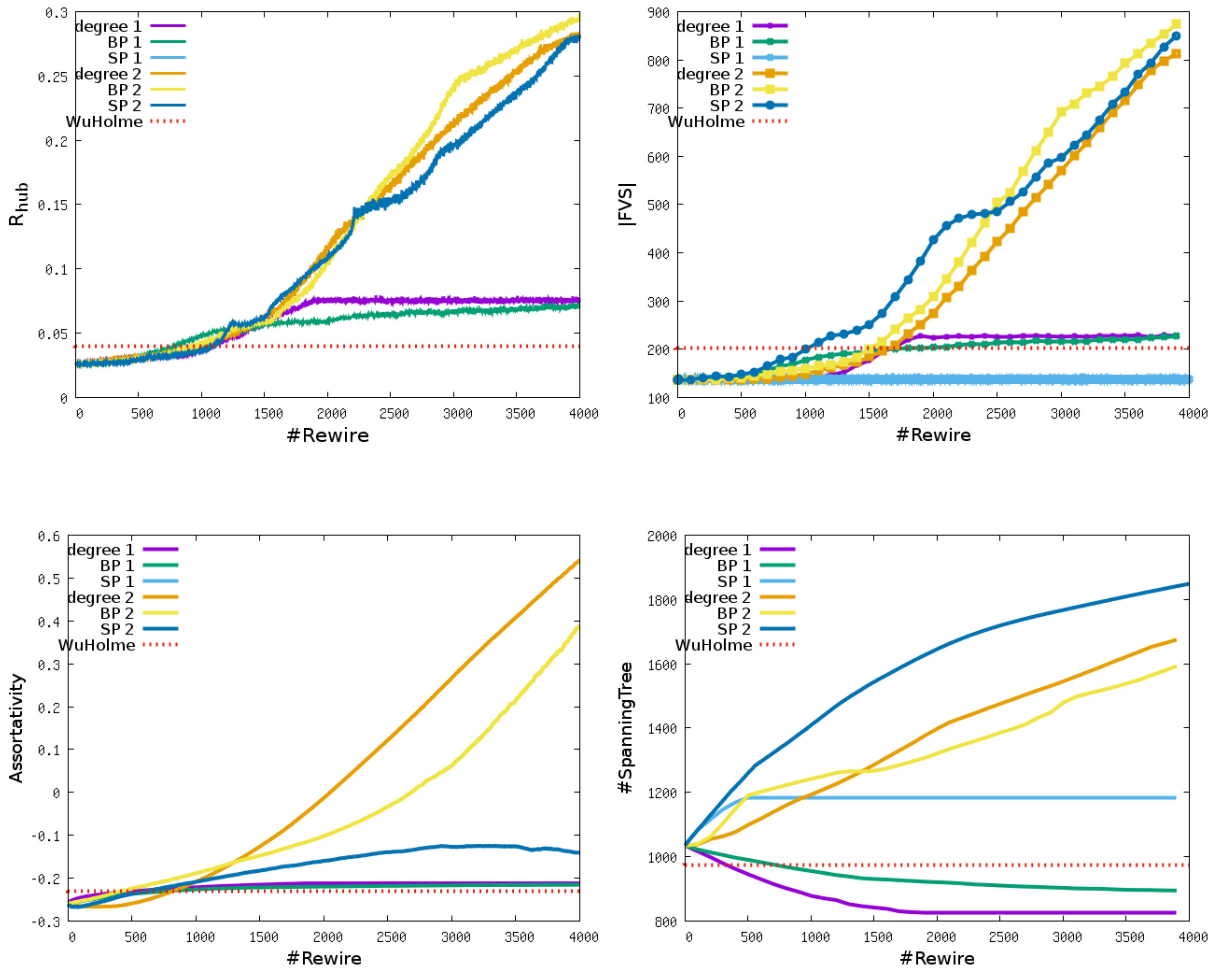

図 B.5: Japanese ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

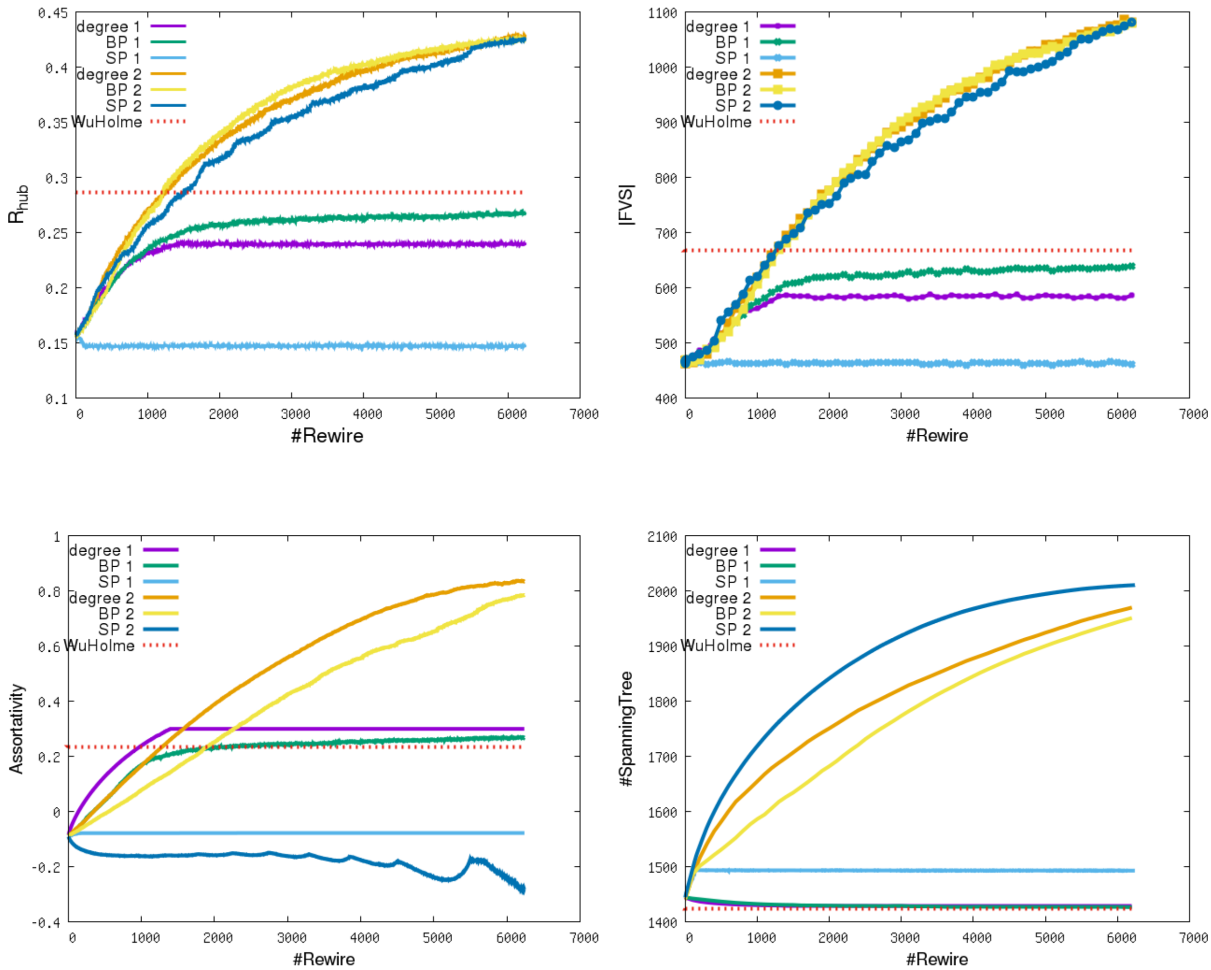

図 B.6: Hamster ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

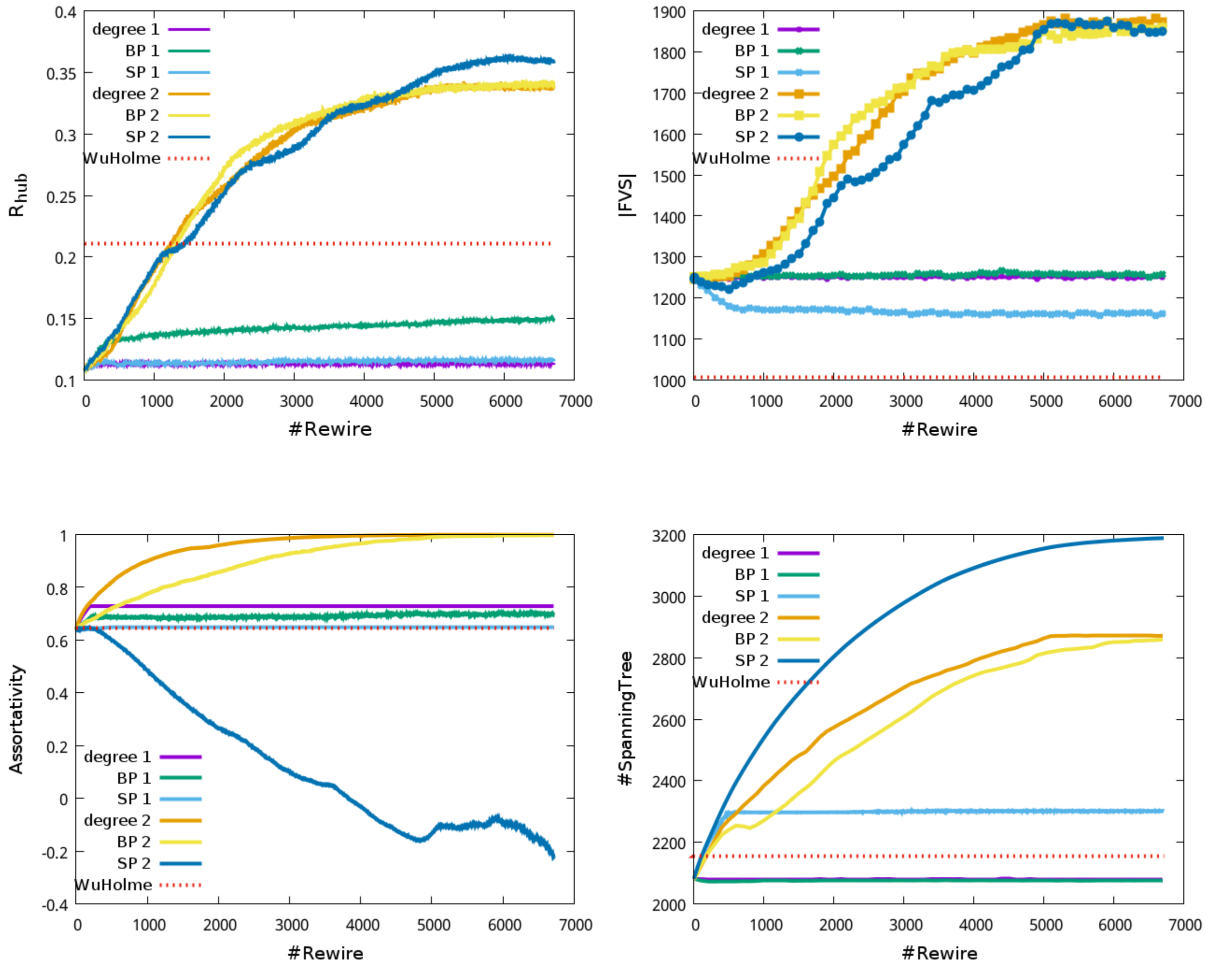

図 B.7: GRQC ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

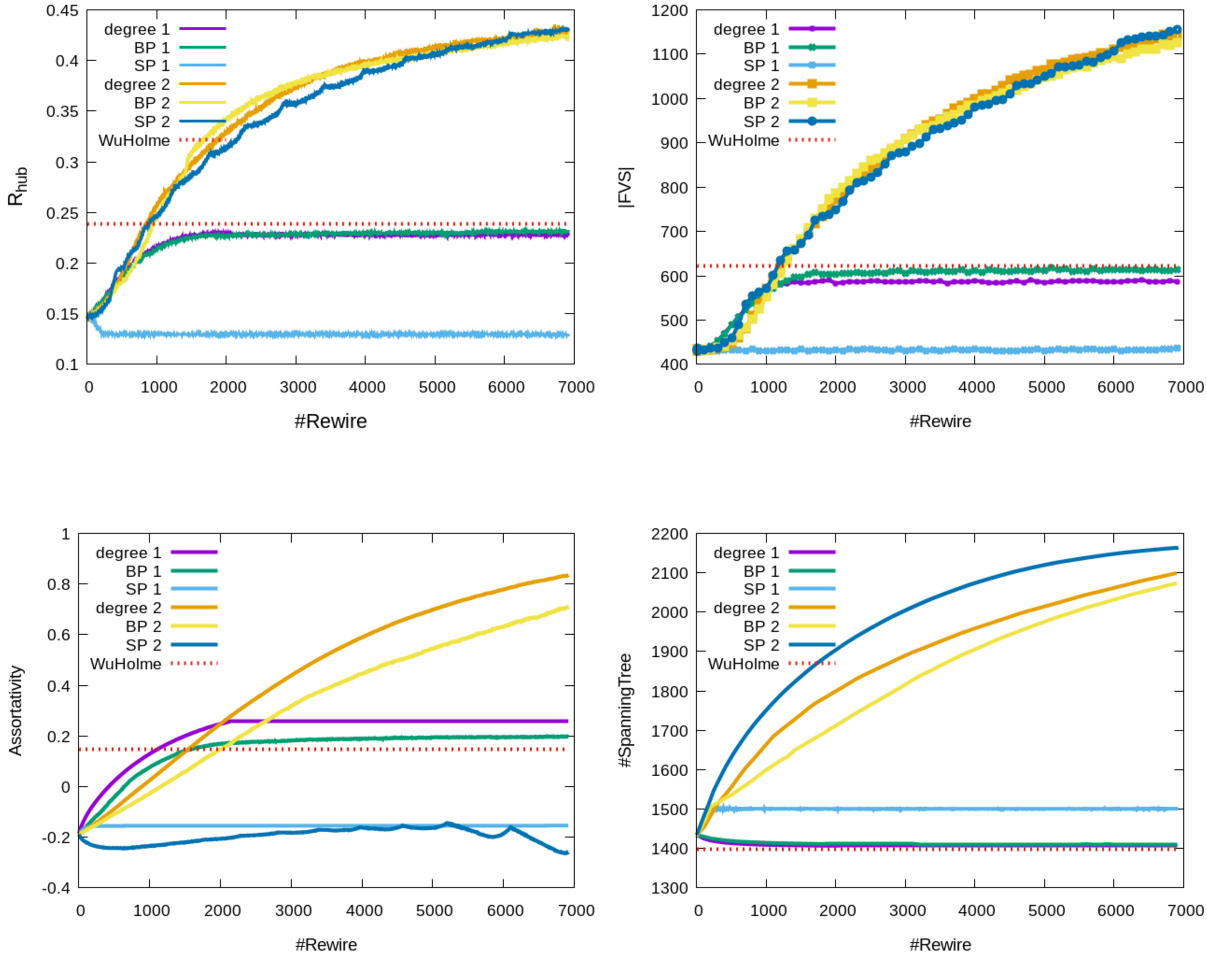

図 B.8: UCIrvine ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

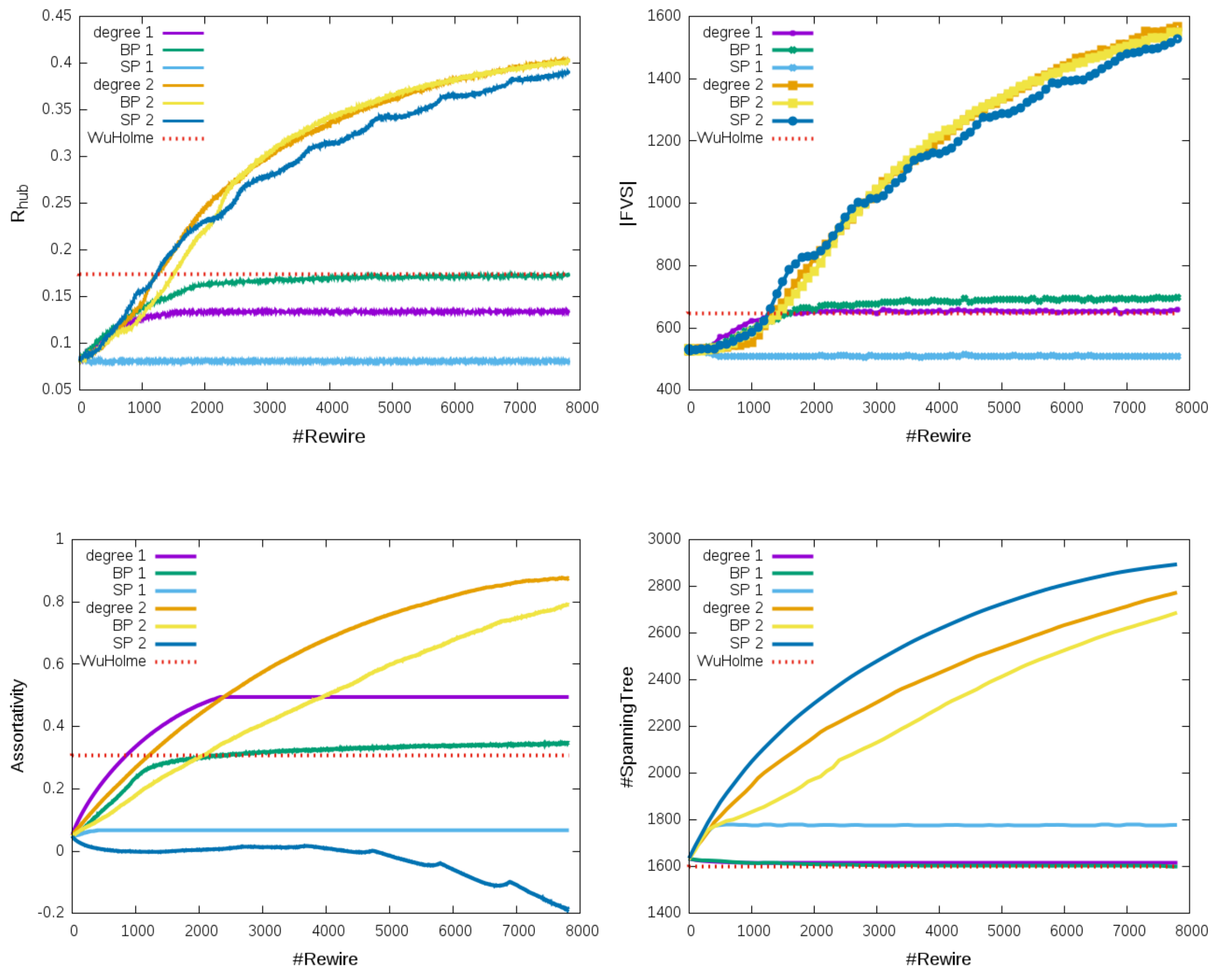

図 B.9: OpenFlights ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

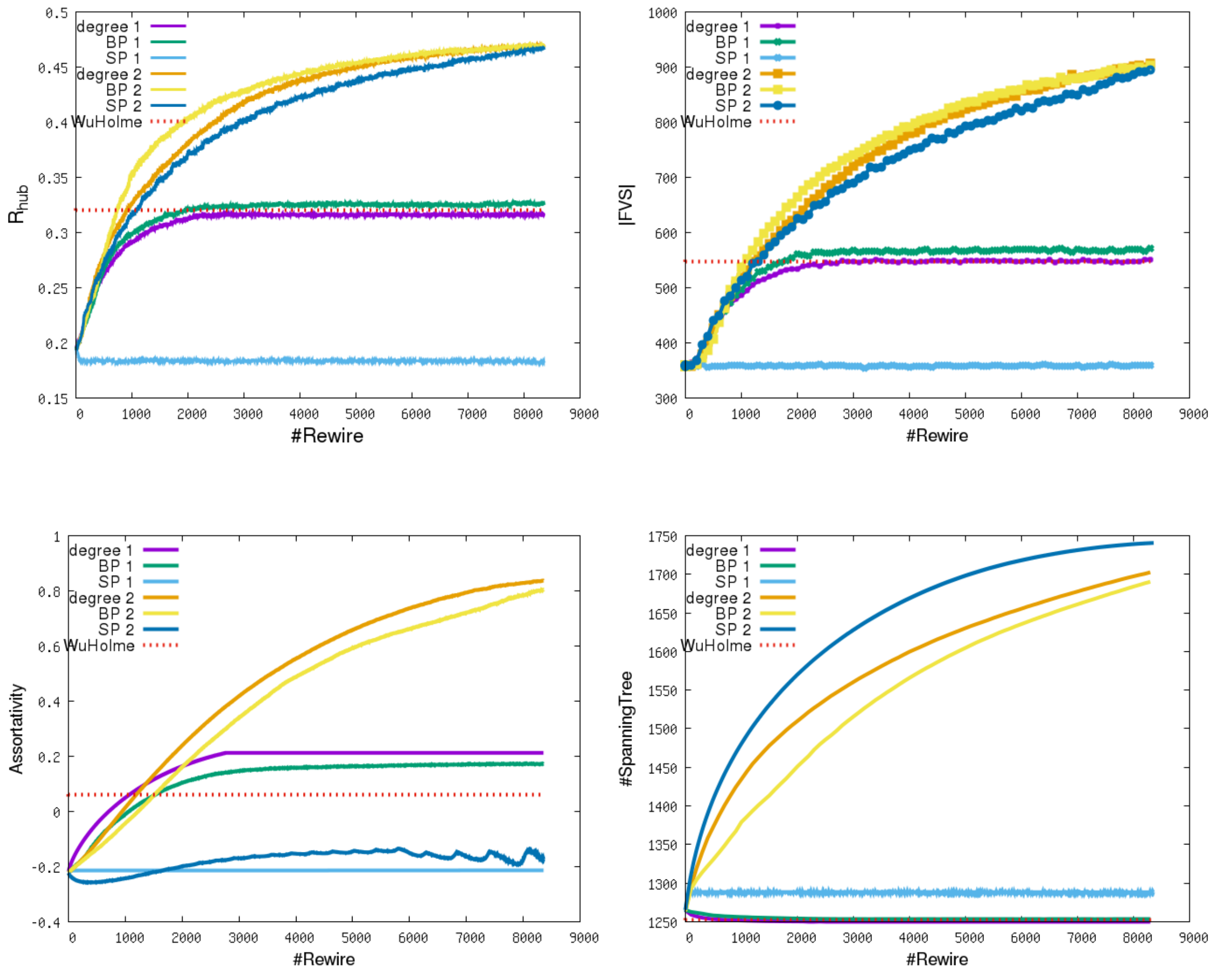

図 B.10: Polblogs ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

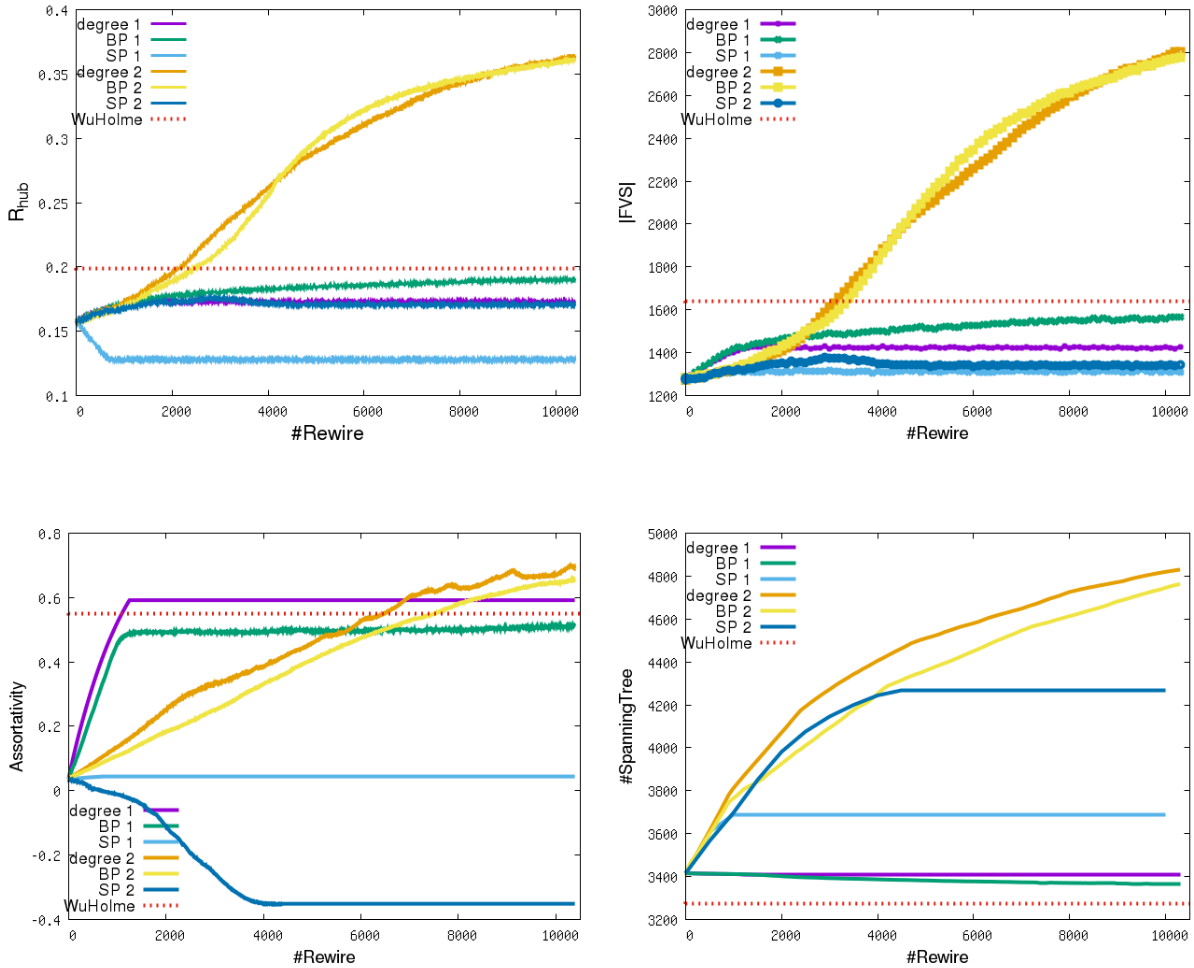

図 B.11: Gnutella, 8, 2002 ネットワークにおける各手法による頑健性の変化。横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標 (左上)、FVS の個数 (右上)、次数相関 (左下)、スパニングツリーの個数 (右下)。実線はリワイヤリング回数に対する指標の値、点線はベースラインとしての基準値を示す。

B.2　次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃による頑健性の変化

実ネットワークに各手法を適用して、リワイヤリングによる次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃に対する頑健性指標の変化を示す。

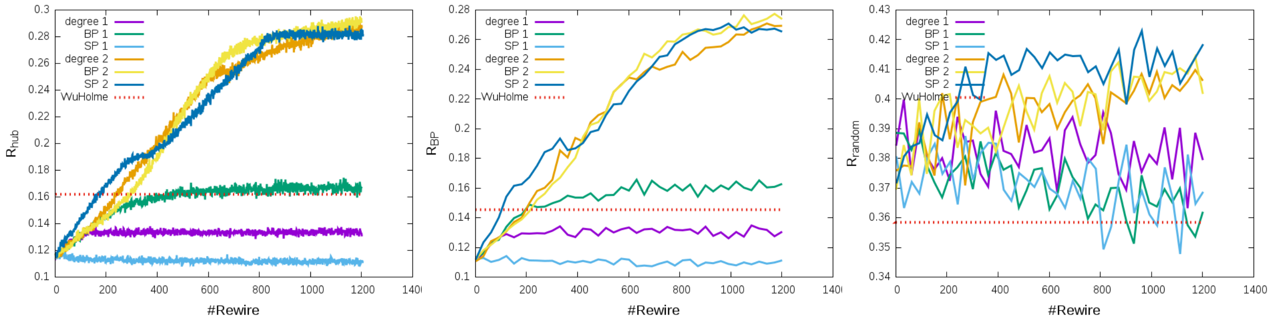

図 B.12: Airtraffic ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

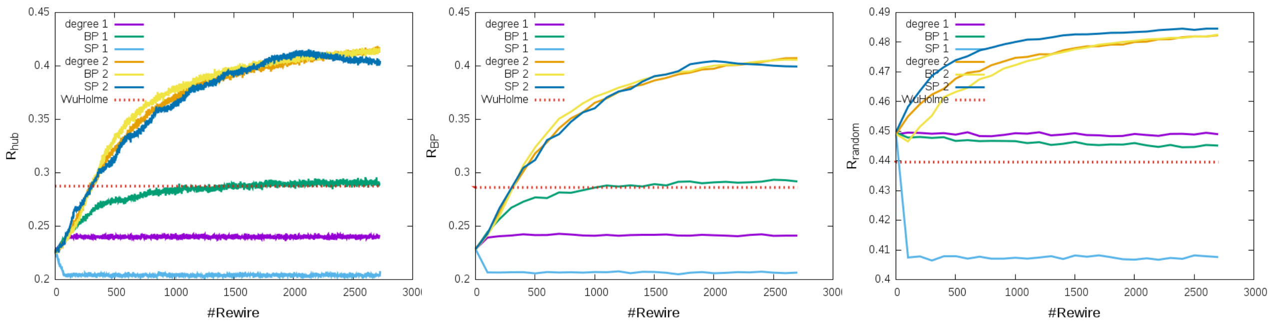

図 B.13: Email ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

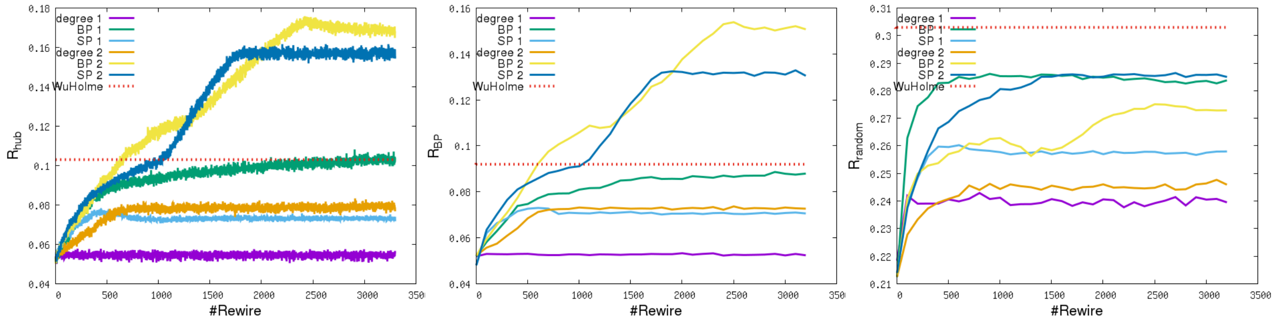

図 B.14: PowerGrid ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

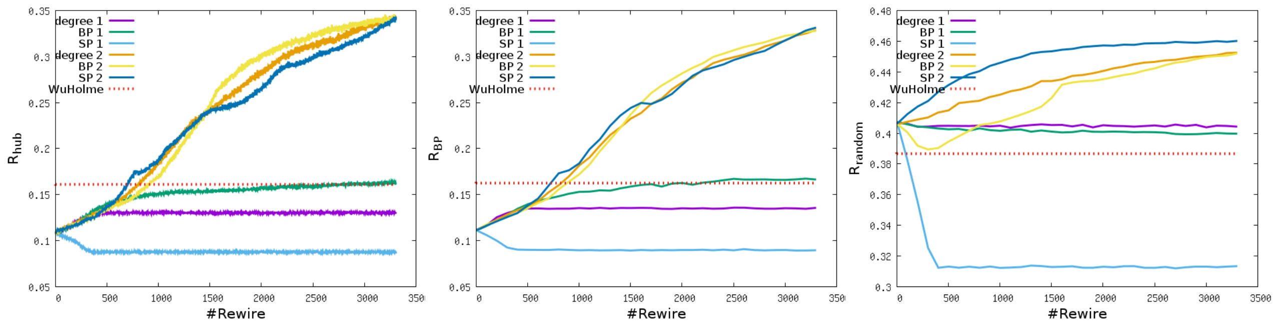

図 B.15: Yeast ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

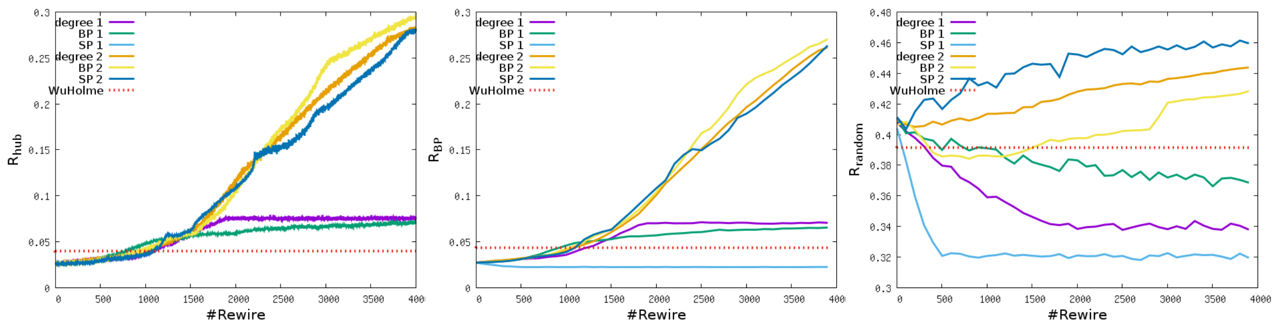

図 B.16: Japanese ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

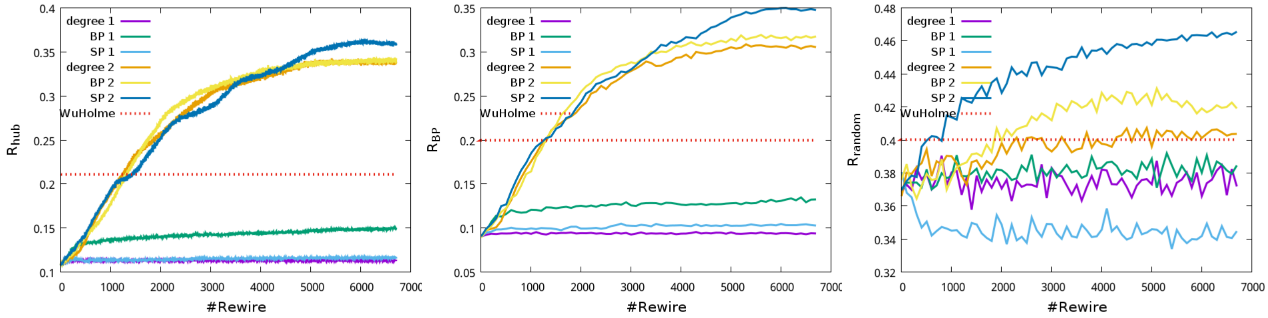

図 B.17: GRQC ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

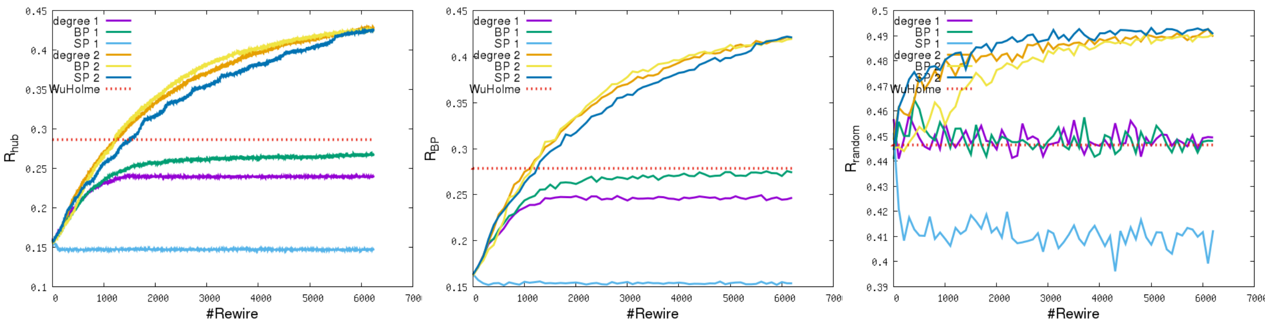

図 B.18: Hamster ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

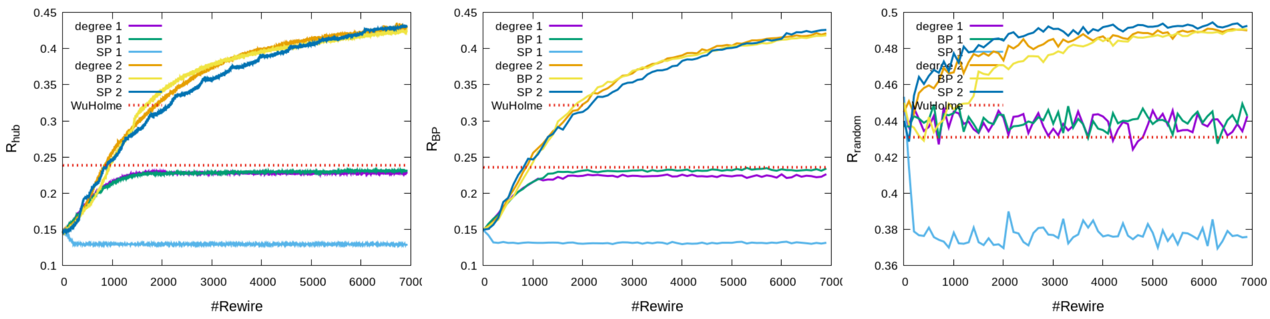

図 B.19: UCIrive ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

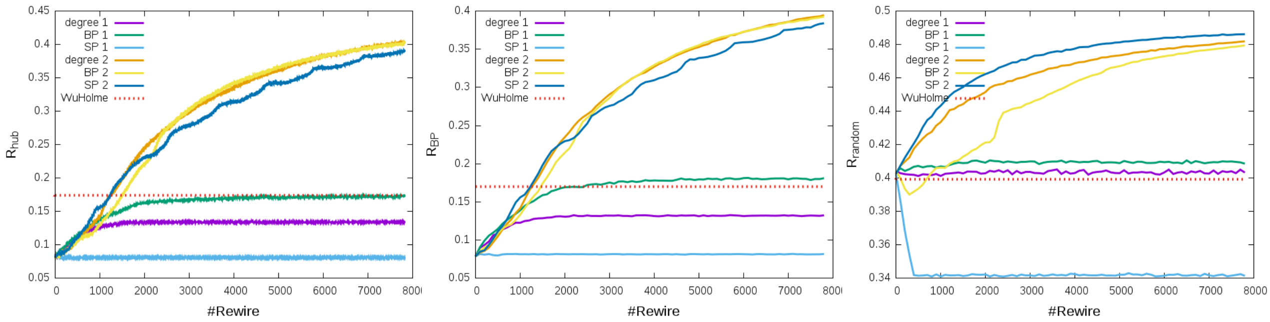

図 B.20: OpenFlights ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

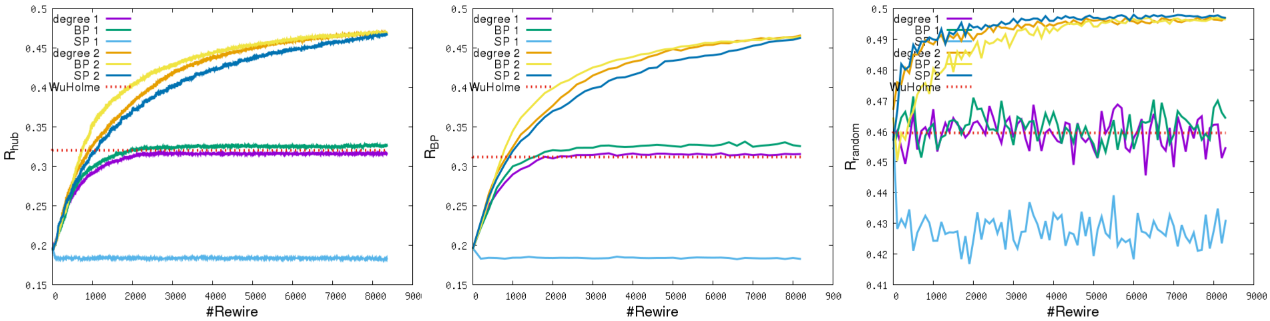

図 B.21: Polblogs ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

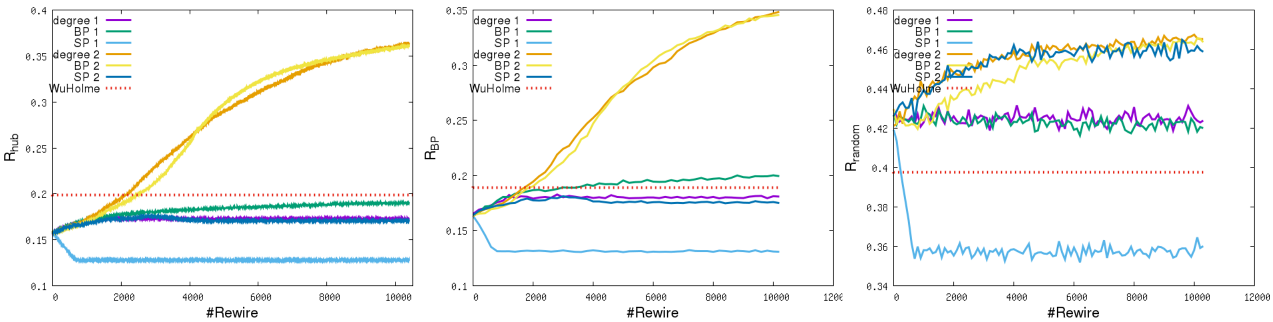

図 B.22: Gnutella, 8, 2002 ネットワークにおける異なる攻撃手法による頑健性。左から次数順攻撃、BP 攻撃、ランダム攻撃。各攻撃における横軸:リワイヤリング回数に対する縦軸:頑健性指標の変化。

B.3 リワイヤリング後の次数分布

実ネットワークに対して各手法を適用した後の次数分布を示す。

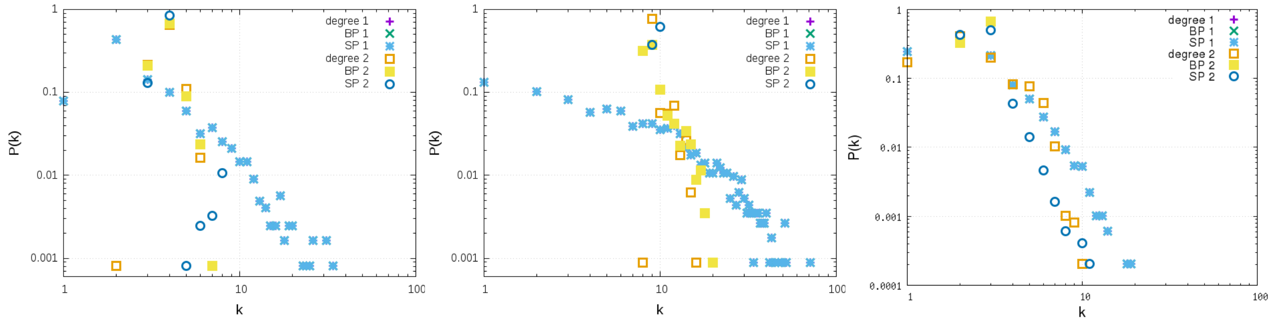

図 B.23: 各ネットワークにおける次数分布。左から Airtraffic、Email、PowerGrid、横軸が次数、縦軸がノード比率。

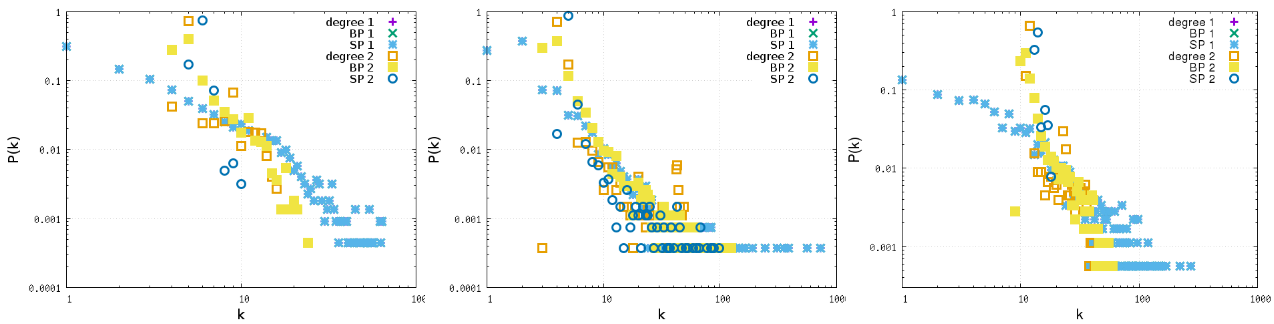

図 B.24: 各ネットワークにおける次数分布。左から Yeast、Japanese、Hamster、横軸が次数、縦軸がノード比率。

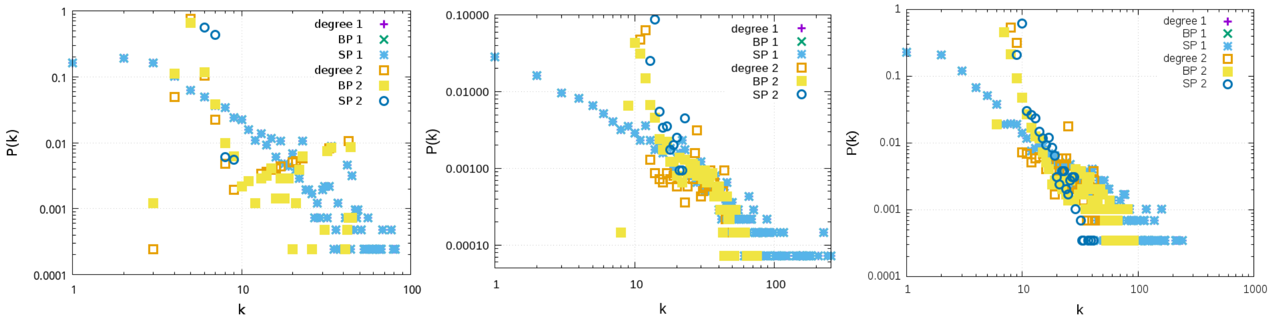

図 B.25: 各ネットワークにおける次数分布。左から GRQC、UCIrvine、OpenFlights、横軸が次数、縦軸がノード比率。

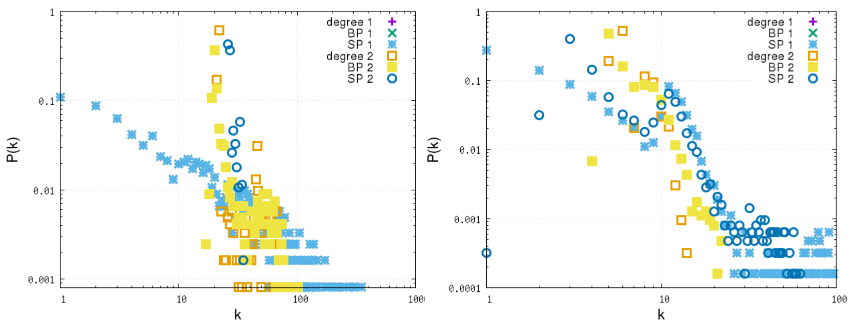

図 B.26: 各ネットワークにおける次数分布。左から Polblogs、Gnutella, 8, 2002、横軸が次数、縦軸がノード比率。

B.4 リワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化

実ネットワークに各手法を適用して、リワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化を示す。

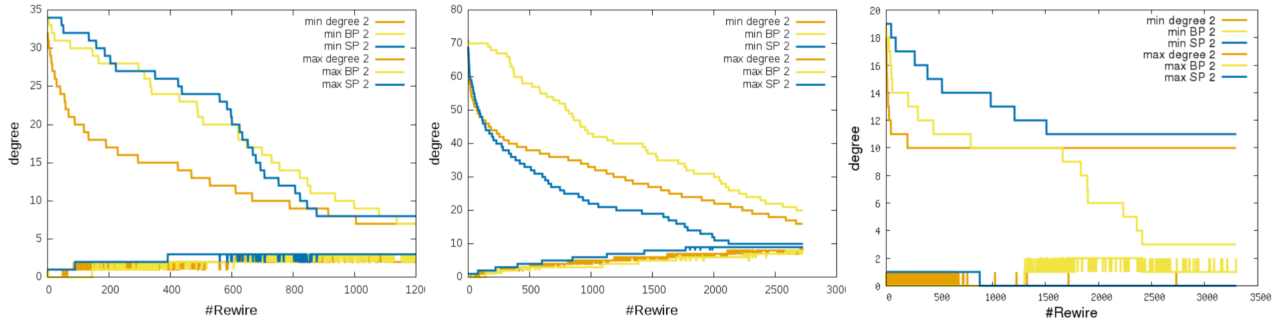

図 B.27: 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Airtraffic、Email、PowerGrid、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。

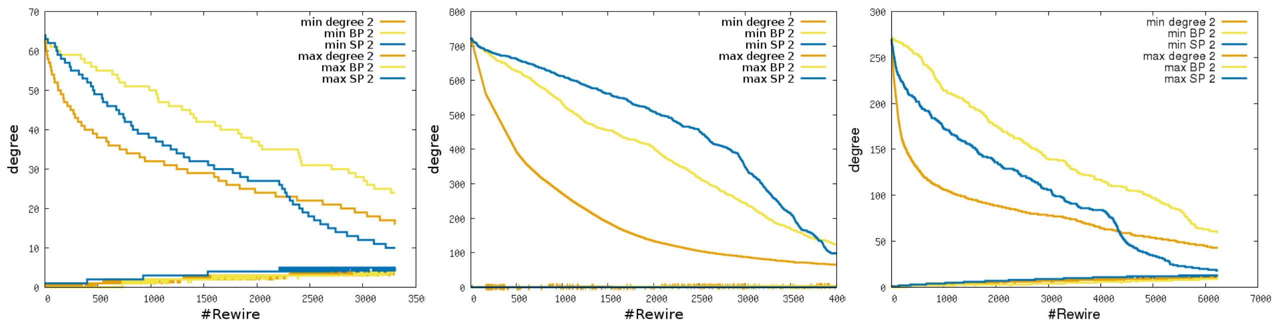

図 B.28: 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Yeast、Japanese、Hamster、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。

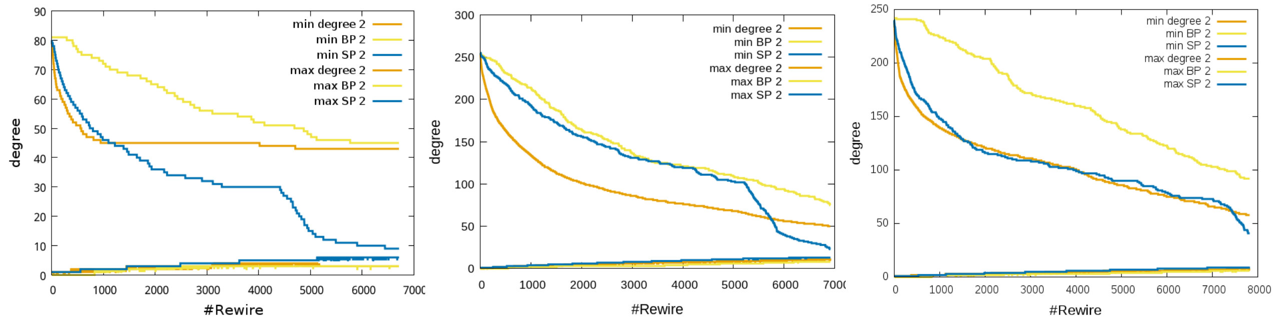

図 B.29: 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から GRQC、UCIrvine、OpenFlights、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。

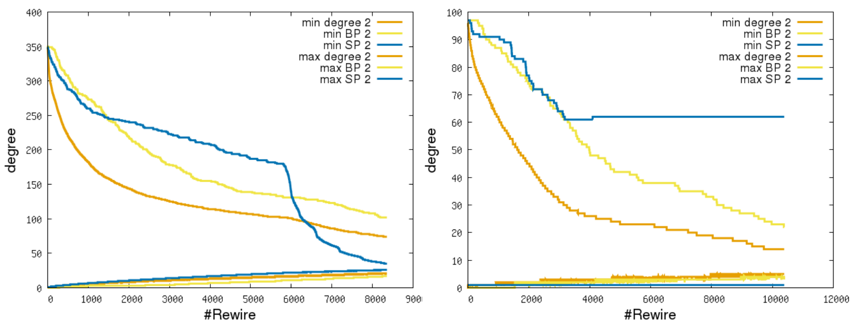

図 B.30: 各ネットワークにおけるリワイヤリングによる次数の最大値と最小値の変化。左から Polblogs、Gnutella, 8, 2002、横軸がリワイヤリング回数、縦軸が次数。

B.5 リワイヤリングによる隣接次数分布の変化

実ネットワークに各手法を適用して、リワイヤリングによる隣接次数分布の変化を示す。

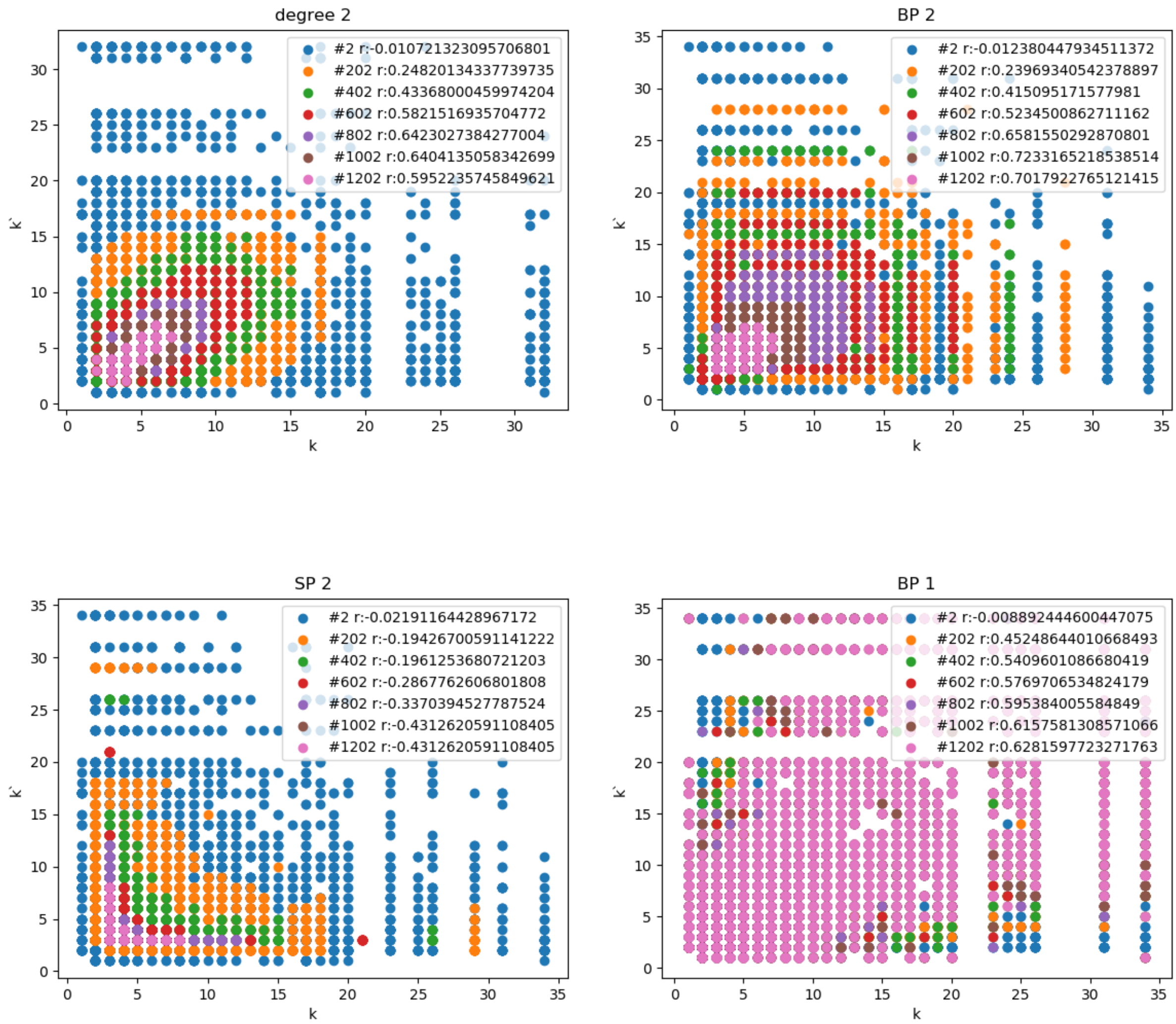

図 B.31: Airtraffic ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

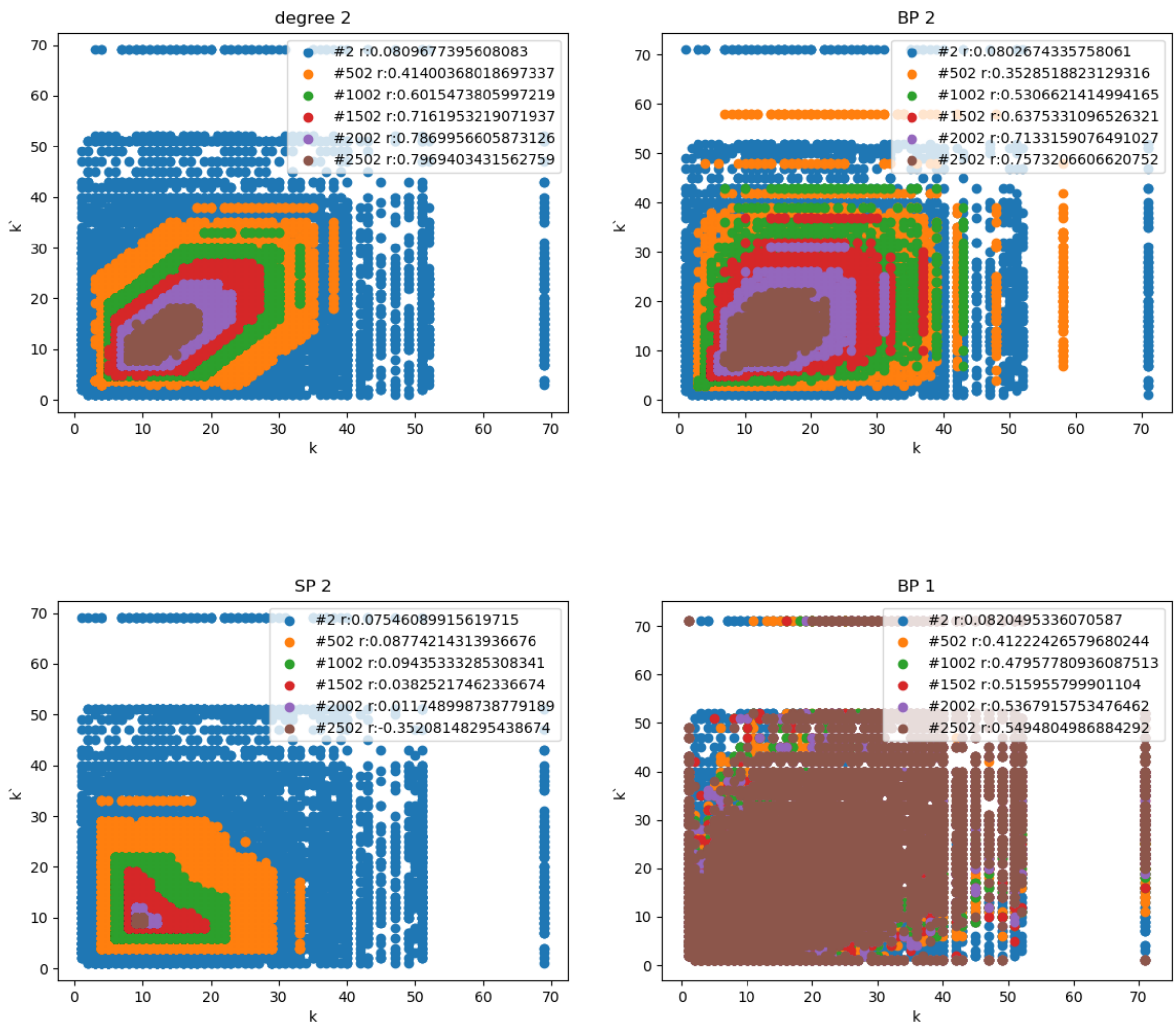

図 B.32: Email ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

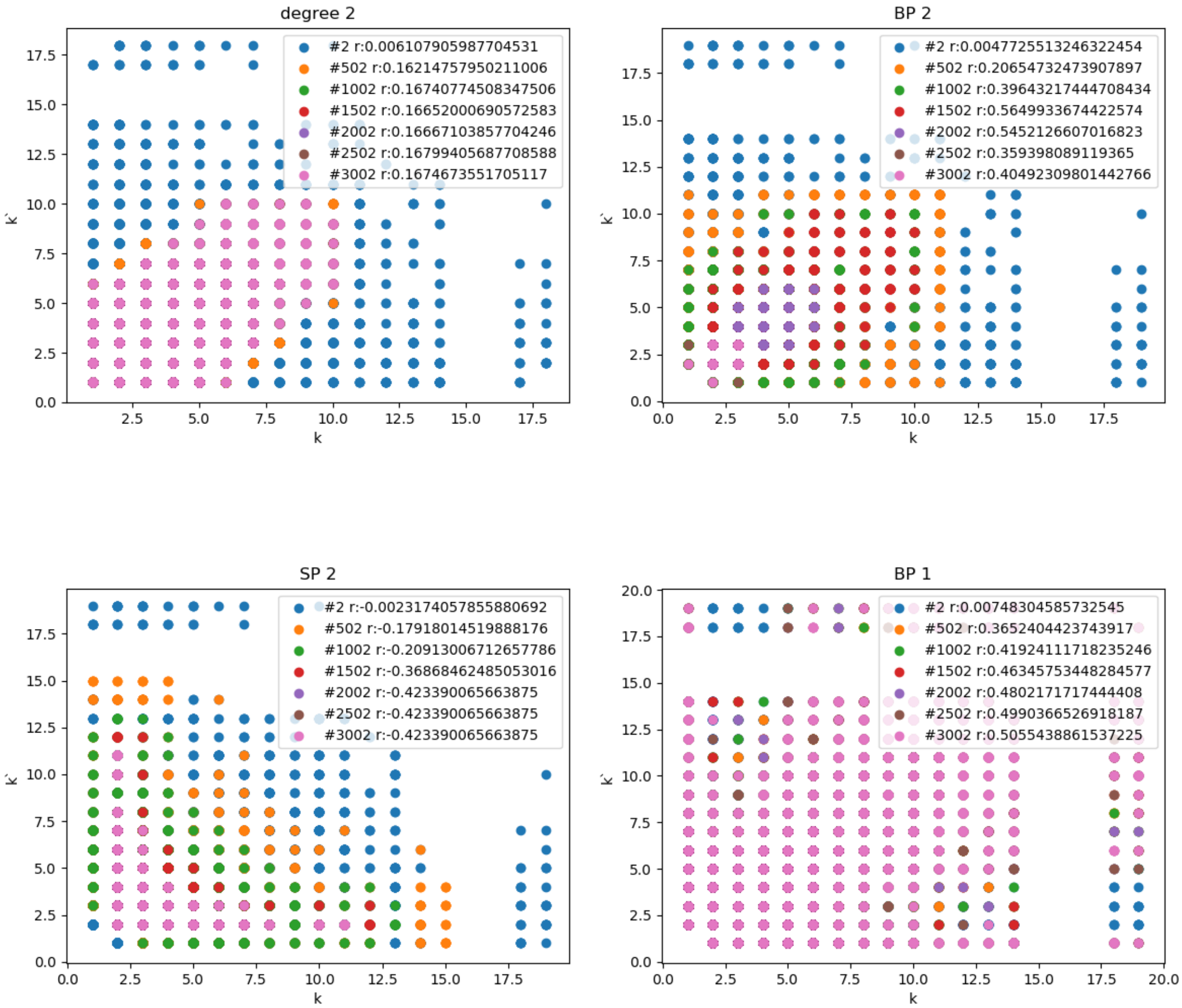

図 B.33: PowerGrid ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

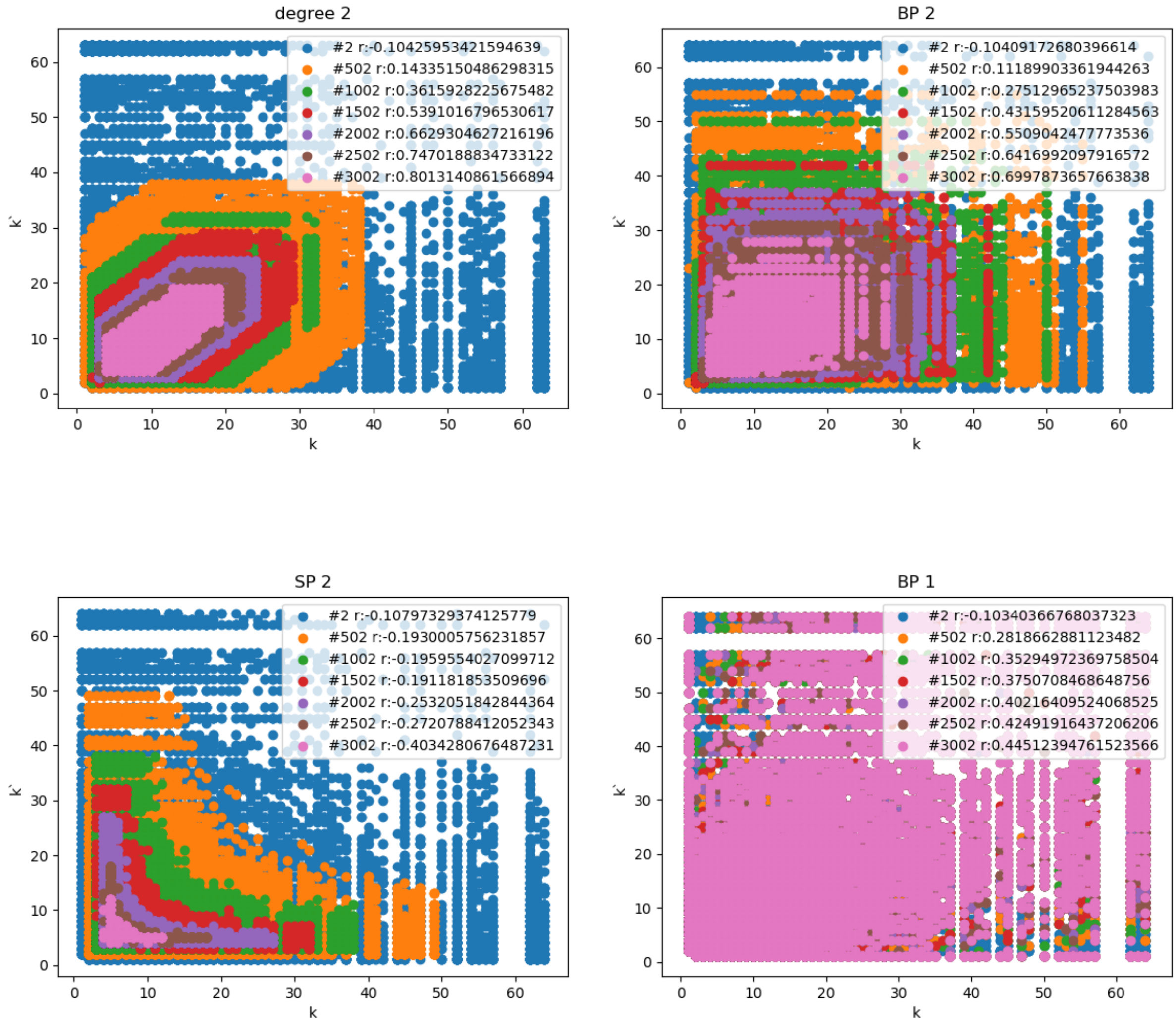

図 B.34: Yeast ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

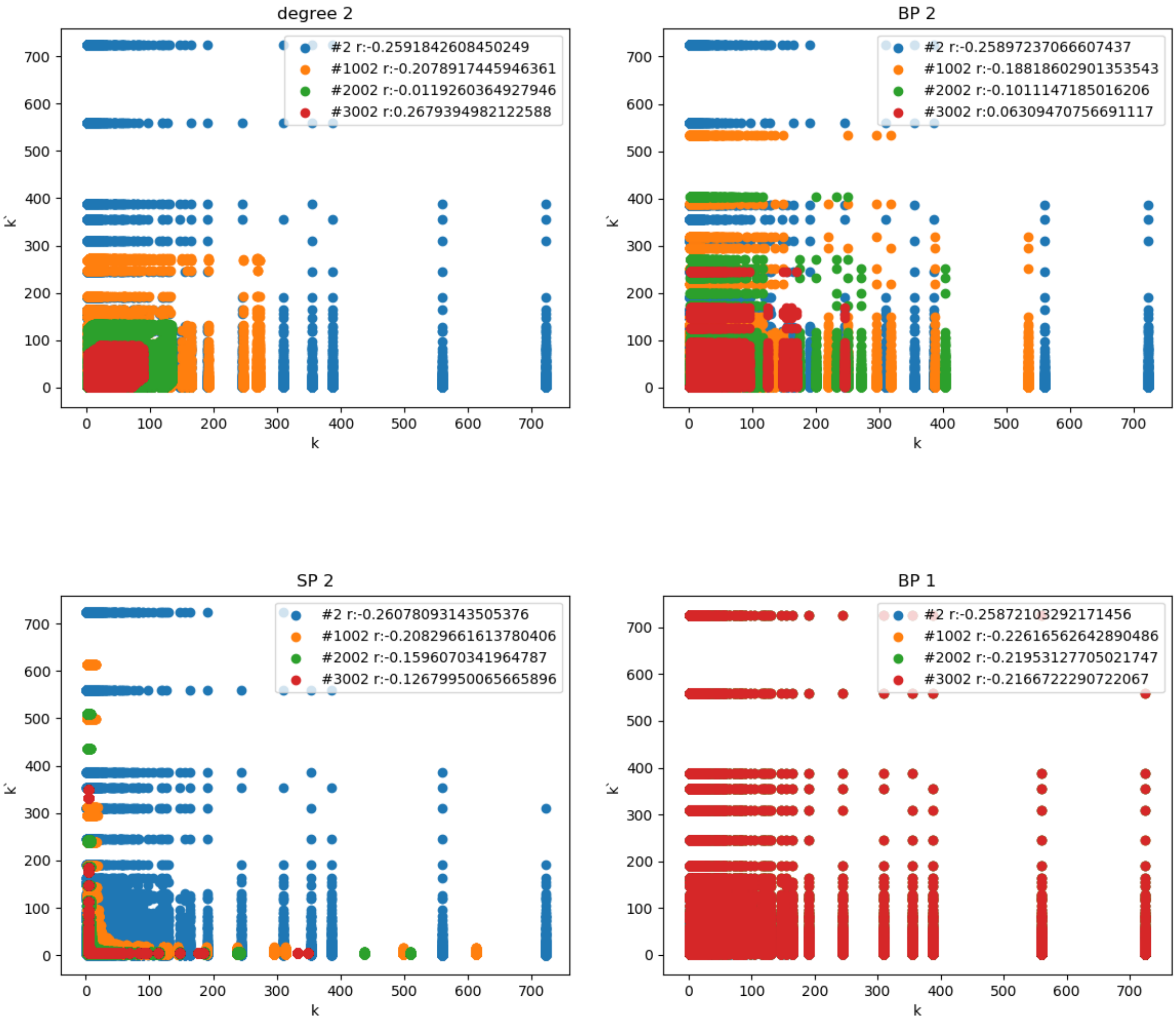

図 B.35: Japanese ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

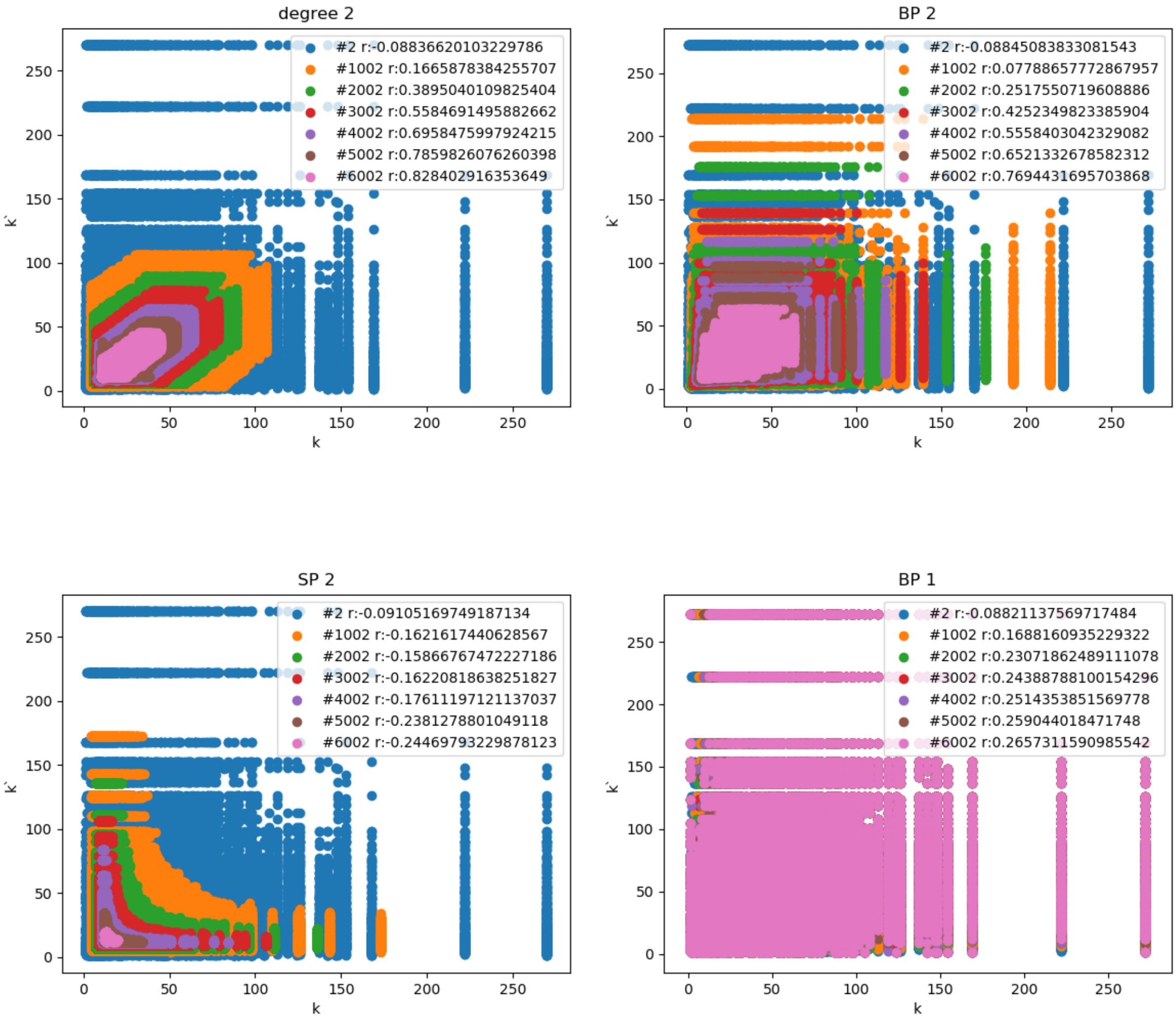

図 B.36: Hamster ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

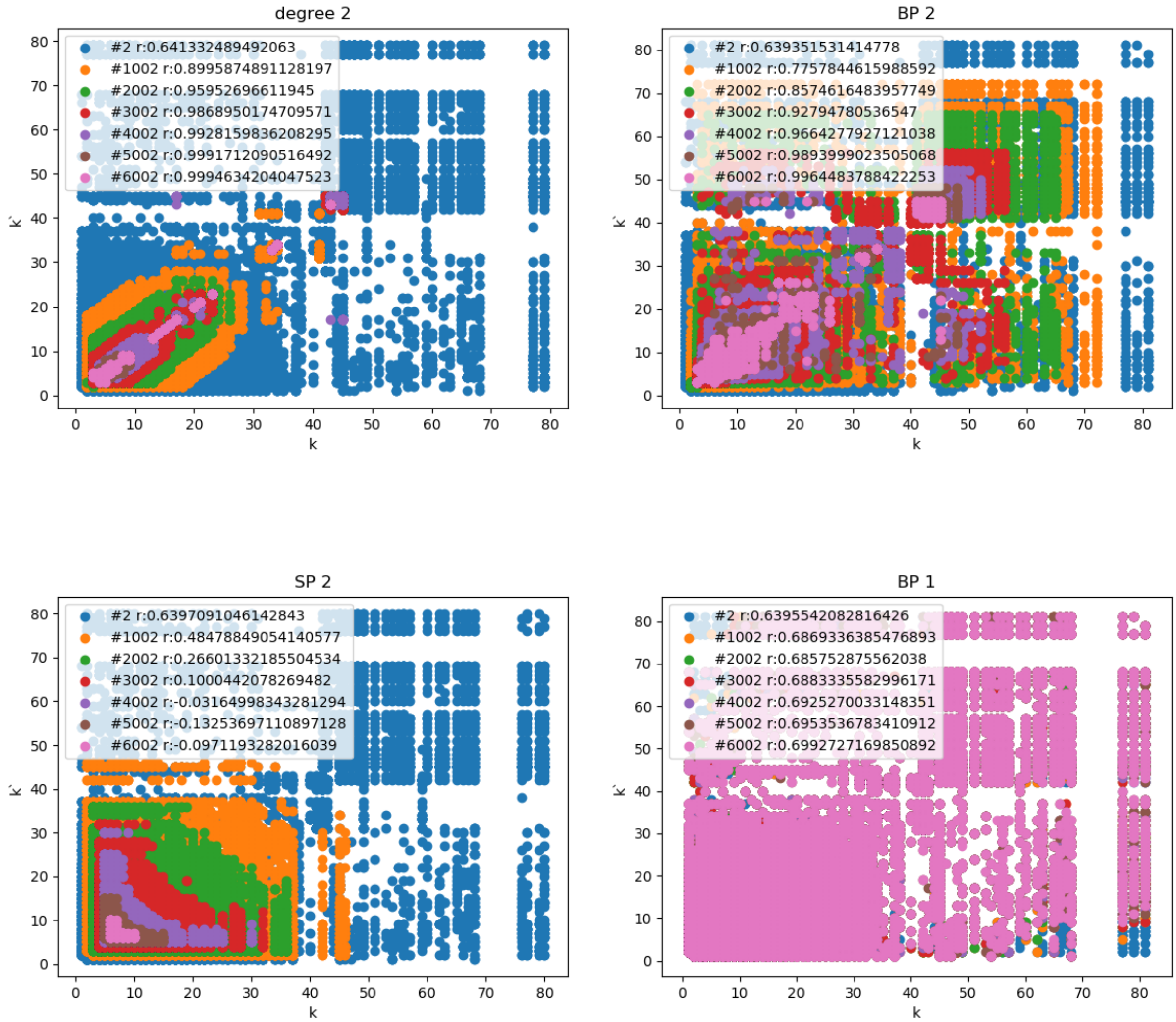

図 B.37: GRQC ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

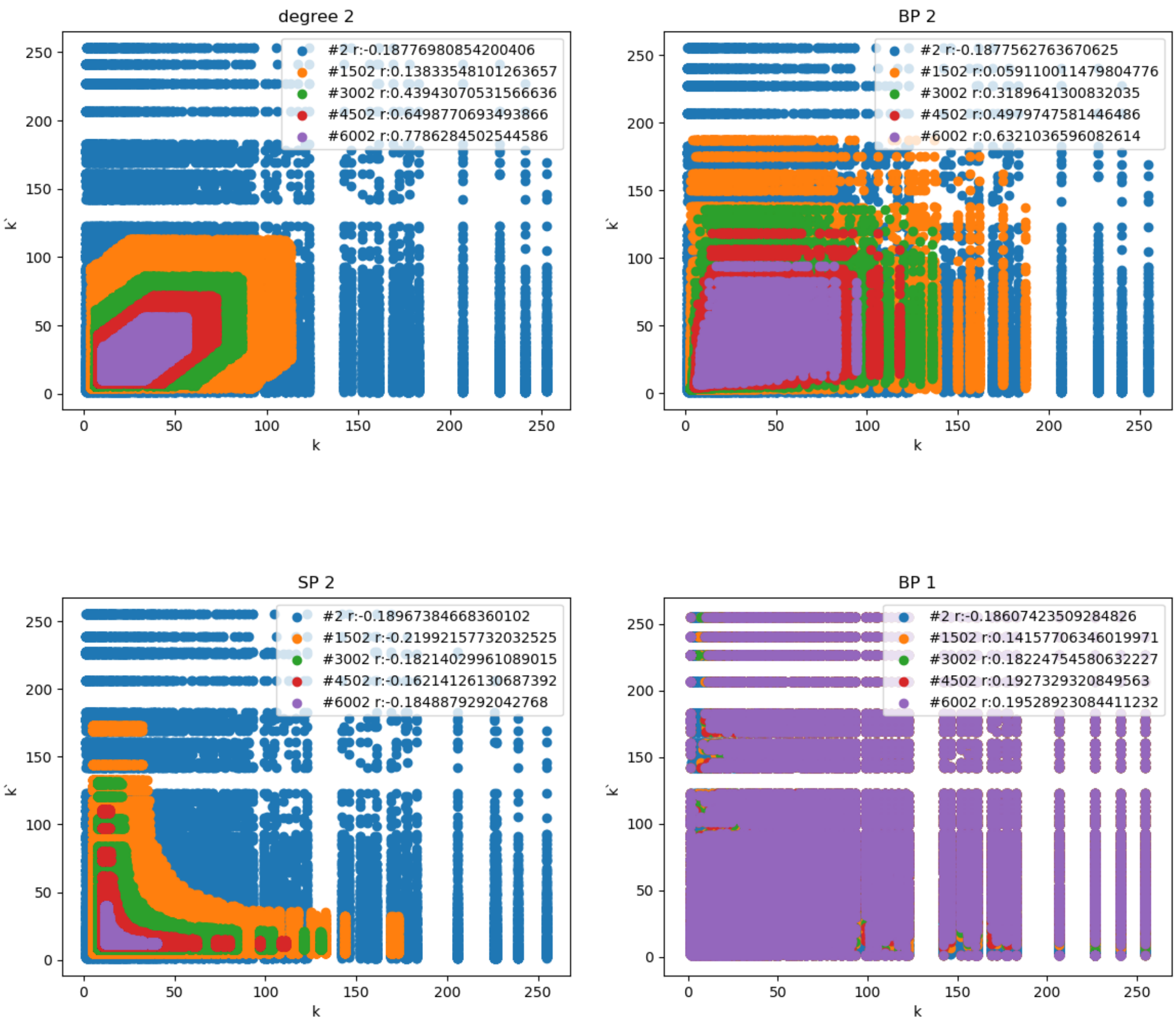

図 B.38: UCIrvine ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

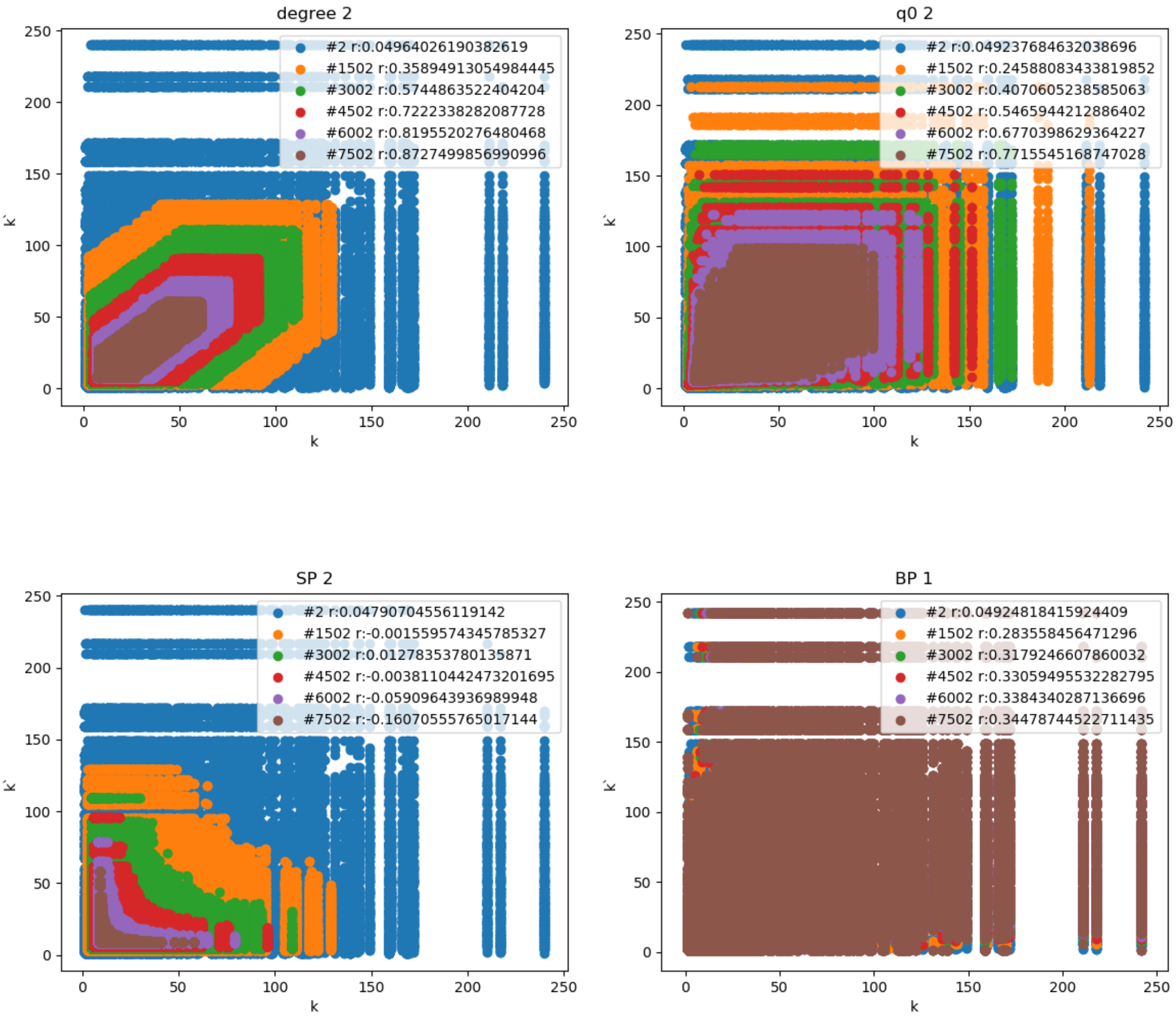

図 B.39: OpenFlights ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

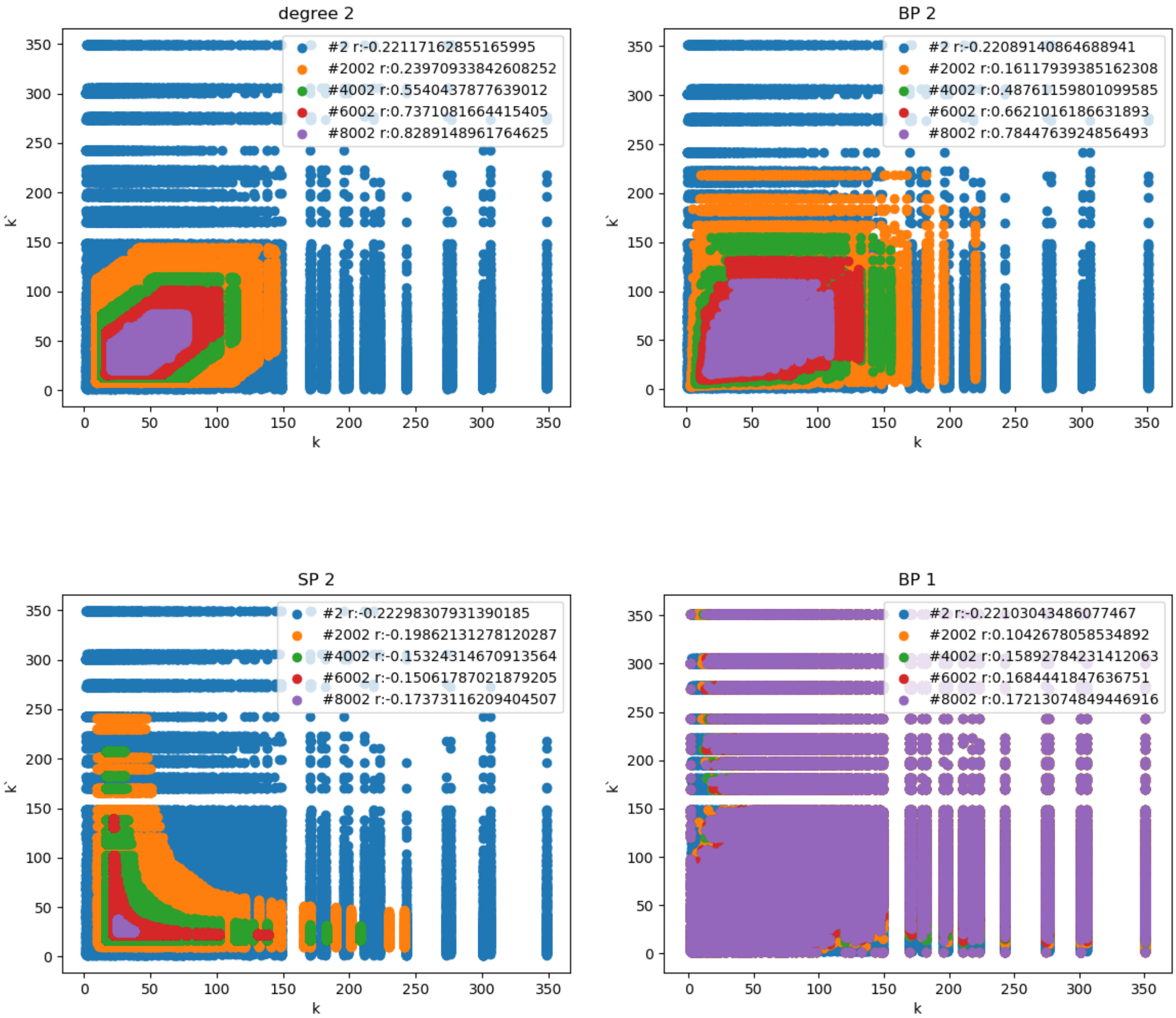

図 B.40: Polblogs ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。

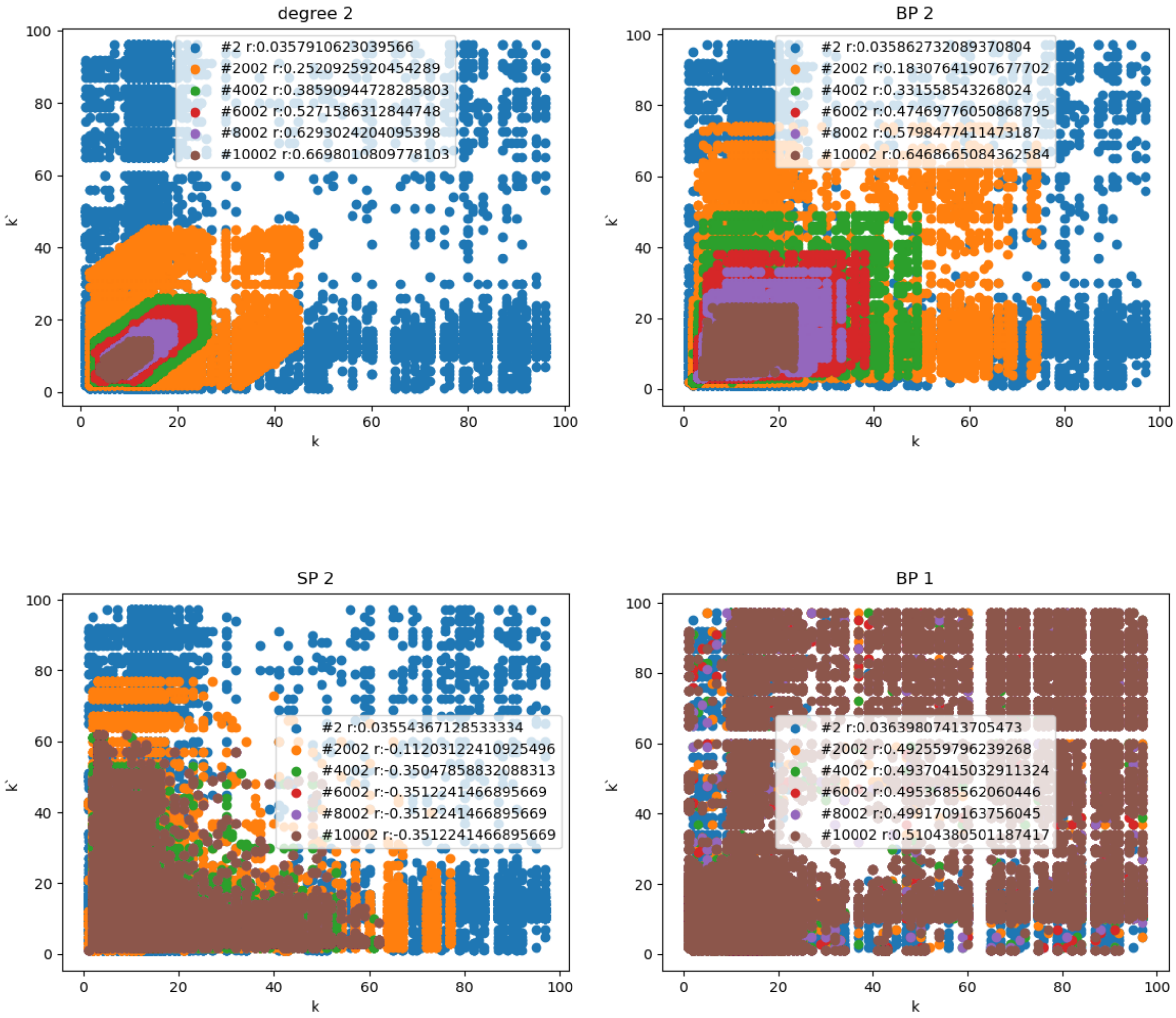

図 B.41: Gnutella 8 2002 ネットワークにおける隣接次数分布の変化。degree 2(左上)、BP 2(右上)、SP 2(左下)、次数保存の一例として BP 1(右下) を示す。凡例にリワイヤリング数 (#) と次数相関 (r:) を記載する。