

修士論文/ 課題研究報告書

ネットワークの核とループ形成の密接な関係について

1850008 Liao Fuxuan

主指導教員 林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学
先端科学技術研究科
(融合科学共同専攻)

令和1年2月

目次

第1章	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	研究内容と目的	3
1.3	論文の構成	4
第2章	関連研究	5
2.1	ネットワークの基本的な用語や解析指標	5
2.1.1	基本的な用語	5
2.1.2	分析指標	5
2.2	Feedback Vertex Set (FVS)	8
2.2.1	FVS を求める近似アルゴリズム	8
2.2.2	二つ手法の比較	9
2.3	K-core/shell 分解 (K-core/shell decompose)	9
2.4	本研究で扱うネットワークモデル	11
2.4.1	Scale Free ネットワーク (Barabási-Albert モデル) とその構築手法	11
2.4.2	玉ねぎ状ネットワークと構築手法	13
2.4.3	実ネットワークデータ	14
第3章	提案手法	16
3.1	ネットワーク構築手法の修正変更	16
3.1.1	修正変更手順	16
3.1.2	修正変更したネットワークの比較	18
3.2	次数と FVS、FVS と K-core の関係の探す方法	20
3.2.1	次数と FVS	20
3.2.2	K-core と FVS	22
第4章	実験・評価	23
4.1	構築した人工ネットワークの分析結果	23
4.1.1	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6$ 、確率分布は $P = 33.3\%$ 、 $Q = 33.3\%$ 、 $R = 33.3\%$	24
4.1.2	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6$ 、確率分布は $P = 25\%$ 、 $Q = 50\%$ 、 $R = 25\%$	25

4.1.3	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6$ 、確率分布は $P = 45\%$, $Q = 10\%$, $R = 45\%$	26
4.1.4	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 10\%$, $Q = 82.5\%$, $R = 5\%$, $S = 2.5\%$	27
4.1.5	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 20\%$, $Q = 65\%$, $R = 10\%$, $S = 5\%$	28
4.1.6	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 30\%$, $Q = 47.5\%$, $R = 15\%$, $S = 7.5\%$	29
4.1.7	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 40\%$, $Q = 30\%$, $R = 20\%$, $S = 10\%$	30
4.1.8	平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 50\%$, $Q = 10\%$, $R = 30\%$, $S = 10\%$	31
4.1.9	平均 $\langle m \rangle = 6$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 10\%$, $Q = 34\%$, $R = 2\%$, $S = 54\%$	32
4.1.10	平均 $\langle m \rangle = 6$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 20\%$, $Q = 18\%$, $R = 4\%$, $S = 58\%$	33
4.1.11	平均 $\langle m \rangle = 6$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 30\%$, $Q = 2\%$, $R = 6\%$, $S = 62\%$	34
4.2	現実ネットワークの分析結果	35

目 次

1.1	FVS と K-core、FVS と次数を含めた、三つ間の関係	3
2.1	簡単無向グラフ	6
2.2	K-core 分解	10
2.3	K-shell 分解	11
2.4	BA モデルを生成の見取り図	12
2.5	玉ねぎ状ネットワークの生成	13
2.6	スケールフリーネットワークと玉ねぎ状ネットワーク次数分布の比較	14
3.1	逆時間順で皮むき法	16
3.2	ハブ攻撃率 q に対する $s(q)/N$ の変化	19
3.3	次数と FVS の関係	21
3.4	K-core と FVS の関係	22
4.1	FVS と K-core の関係	24
4.2	次数と FVS	24
4.3	FVS と K-core の関係	25
4.4	次数と FVS	25
4.5	FVS と K-core の関係	26
4.6	次数と FVS	26
4.7	FVS と K-core の関係	27
4.8	次数と FVS	27
4.9	FVS と K-core の関係	28
4.10	次数と FVS	28
4.11	FVS と K-core の関係	29
4.12	次数と FVS	29
4.13	FVS と K-core の関係	30
4.14	次数と FVS	30
4.15	FVS と K-core の関係	31
4.16	次数と FVS	31
4.17	FVS と K-core の関係	32
4.18	次数と FVS	32
4.19	FVS と K-core の関係	33

4.20 次数と FVS	33
4.21 FVS と K-core の関係	34
4.22 次数と FVS	34
4.23 FVS と K-core の関係	36
4.24 次数と FVS	36
4.25 FVS と K-core の関係	37
4.26 次数と FVS	37
4.27 FVS と K-core の関係	38
4.28 次数と FVS	38
4.29 FVS と K-core の関係	39
4.30 次数と FVS	39
4.31 FVS と K-core の関係	40
4.32 次数と FVS	40
4.33 FVS と K-core の関係	41
4.34 次数と FVS	41

表 目 次

1.1	様々な現実ネットワークに見られるスケールフリー性	2
2.1	近似法と BP 法の性能差	9
2.2	28 個本研究で扱う現実ネットワーク	15
3.1	平均 $\langle m \rangle = 4, 6$ の P、Q、R、S 計算結果	18
3.2	平均 $\langle m \rangle = 4$ の修正変更ネットワークとオリジナルネットワーク の比較	20
3.3	平均 $\langle m \rangle = 6$ の修正変更ネットワークとオリジナルネットワーク の比較	20

第1章 序論

1.1 研究の背景

現実の多くのネットワーク (表 1.1) はべき乗次数分布に従うスケールフリー (SF、Scale-Free) [1] ネットワークである。スケールフリーとは部分のノードが他のたくさんのノードと辺で接続しており、少数のノードが大きな次数を持っている。残念ながら、多数のノードが繋がっているハブ (次数の大きな頂点は「ハブ」とも呼ばれる) に対する攻撃で結合耐性が極端に脆弱となる弱点が存在する。実際に色々な災害や大事故などが発生している。例えば、この脆弱性に連鎖故障が加わった 2003 年の北米北東部停電事故の報告 [10] では、『アメリカ合衆国 4000 万人、カナダ 1000 万人の計 5000 万人がこの停電による被害を受け、この間の金融赤字は 60 億ドル (約 7000 億円) と見積もられた。特に、航空会社や証券取引所は、この日だけで大赤字となった。ほとんどの交通機関が麻痺した結果、ニューヨーク、クリーブランド、デトロイト、トロント、オタワなどの大都市では、自動車道路が歩道となり、交通麻痺となってしまったため、人の渋滞が発生し、公園や路上で一晩を明かす仕事帰りの人や学生などが多く出た』。このように、現代社会において、色々なシステムや組織が複雑ネットワークに関連している。従って、ネットワークの頑健性と拡散性に関する研究は非常に重要である。

そこで、高い次数を持つノード (ハブ) への攻撃が非常に破壊的であることが今世紀初期発見されて、ネットワークの頑健性については次数とハブに注目して研究がされてきた。しかしながら、近年、数値シミュレーションと理論解析によって、さらに強い攻撃手段が発見された。すなわち、次数の大きいハブだけではなく、ループや密集した核となる結合部分を破壊できる重要な標的ノードを選ぶには、Feedback Vertex Set (FVS) になる確率 (ノードがループ形成に必要な度合) [2] や K-core (数が k より小さいノードを再帰的に削除して、残った部分を K-core と呼ぶ) [3] などを考慮すべきと考えられる。

生物学	遺伝子、タンパク質の生化学反応連鎖、神経回路
社会関係	企業間取引、論文の引用、言語、知人関係、映画の共演
インフラ技術	インターネット、World-Wide-Web、電力網、航空線路網

表 1.1: 様々な現実ネットワークに見られるスケールフリー性

その根拠として、以下の二つが挙げられる。2010 年、M. Kitsak の研究からネットワーク核である K-core と次数の関係は既に調べられ [4]、核ほど次数が高い傾向にあることが分かっており、ネットワーク上の拡散現象において K-core の値が大きいノードは伝搬に大きな影響を与える。一方、最近の研究で、ある条件下でノードのはぎ取り (Network Dismantling) とループ無 (Network Decycling) の問題が等価であることから、ネットワークの頑健性と FVS は深い関係がある [5]。すべての FVS ノードをネットワークから削除すると、ループがないツリー構造になり、ツリー上の任意な点を攻撃すると、ネットワーク全体が急速に崩壊する。すなわち、もっと大きな FVS のサイズを持てば、もっと強い頑健性となると考えられる。さらにループの形成に必要不可欠な FVS の重要性も徐々に分かって来た [5]。

1.2 研究内容と目的

前節に述べたようにネットワーク核の一種である K-core と次数の関係 [4] は既に研究されており、K の値が大きい核ほどの次数が高い傾向にあることが分かっている。しかしながら、その大きい核にも次数の小さいノードが少数ではあるが含まれていることが明らかになっている。そこで、本研究は次数と K-core だけではなく、ループ形成に必要不可欠な最小ノードの集合としての FVS と K-core、FVS と次数を含めた、三つ間の関係を明らかにすること目的とする（図 1.1）。これまではハブなど次数が大きいノードやそれらが密集した核部分が結合耐性に重要と考えられてきたが、ループ形成に必要なならば次数が小さいノードでも耐性の要となり得れば、いわゆるネットワーク中の強者だけでなく、弱者にも着目すべきことが示唆される。

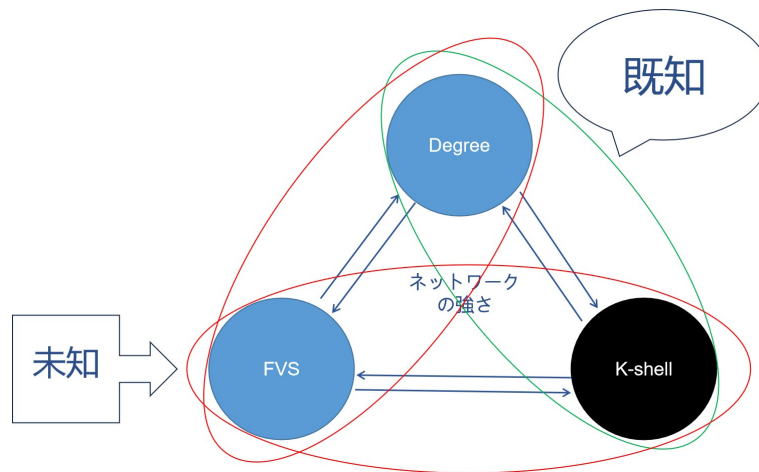


図 1.1: FVS と K-core、FVS と次数を含めた、三つ間の関係

1.3 論文の構成

本論文の構成を以下に示す。

第二章ではネットワークの基本的な用語や分析指標、Feedback Vertex Set、K-core 分解と本研究で扱うネットワークモデルの説明である。第三章では構築するネットワークについて、構築手法の修正変更、K-core, 次数と FVS 関係を判明するための手順である。第四章では60個の人工的なネットワークと28個の現実ネットワークをシミュレーションするの結果とその評価。第五章では本研究の結論をまとめる。

第2章 関連研究

以下、2.1 節で本研究で扱うネットワークの基本的な用語や解析指標を、2.2 節で Feedback Vertex Set に関する二つ手法を比較して説明する。2.3 節で K-core 分解の説明をする。2.4 節で本研究で扱うネットワークモデルを説明する。

2.1 ネットワークの基本的な用語や解析指標

2.1.1 基本的な用語

本研究で議論するネットワークは、グラフ $G = (V, E)$ における、ノード（頂点）の集合 $V(G) = \{1, 2, 3, 4, \dots, i, j, \dots, N-1, N\}$ とノードをつなぐエッジ（リンク）の集合 $E(G) = \{e_{ij}\}$ から構成される。 (i, j) はリンクの両端のノード。但し、リンクの両端が同じノードに繋がる自己ループ (self loop)、2つのノード間に複数のエッジが存在する多重エッジ (multiple edges) は認めていない単純グラフ (simple graph) とする。本論文では頂点の事をノード、エッジの事をリンクと呼ぶ。隣接行列 A を使えば、ノード i と j 間にリンクが存在する場合は $A_{i,j} = 1$ 存在しない場合は $A_{i,j} = 0$ 、 $i=j$ の場合は $A_{i,j} = 0$ と表わせる。リンクの向きを考慮する場合は有向グラフ (digraph: directed graph)、考慮しない場合は無向グラフ (undirected graph) と呼ばれるが、本研究で使うネットワークは、全て無向グラフである。

2.1.2 分析指標

ネットワークを分析する時、様々な指標を用いる。以下に、本研究で扱う分析指標として、次数、次数相関、拡散性、頑健性指標について述べる。

次数 (Degree)

あるノード i の次数 k_i はノード i に繋げるリンクの数であり、図 2.1 緑ノードの次数は 2 である。以下はその定義式 (2.1) である。

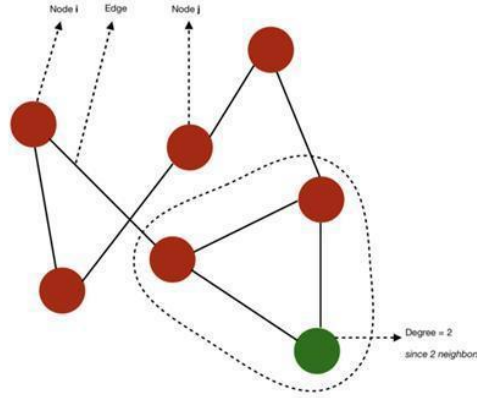


図 2.1: 簡単無向グラフ

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{i,j} \quad (2.1)$$

リンクが一つ増えるなら、次数は二回で計算する、リンク数の二倍であり、リンクの両端は二つノードがあるから、次数は二回で計算する。すなわち、次数を全てのノードで合計すると、総リンク数 M の 2 倍に等しくなる、ネットワークを分析する上では、ある次数 k を持つノードの存在確率 $p(k)$ の分布である次数分布 (degree distribution) で議論することが多い。

次数相関 (Degree-degree correlations)

次数相関とは隣接するノード間の次数の相関のことであり Pearson の相関係数をリンク両端のノードの次数に対して適用することで以下の式 (2.2) を定義する [6]。

$$r = \frac{\sum_{ij} (A_{i,j} - k_i k_j / 2M) k_i k_j}{\sum_{ij} (k_i \delta_{i,j} - k_i k_j / 2M) k_i k_j} \quad (2.2)$$

ここで、 $\delta_{i,j}$ は Kronecker のデルタであり $i = j$ のときに 1、 $i \neq j$ のとき 0 になる。また、式 (2.2) 変形することで次式 (2.3) が得られる。[6]

$$r = \frac{S_1 S_e - S_2^2}{S_1 S_3 - S_2^2} \quad (2.3)$$

ここで、

$$S_1 = \sum_i k_i, S_2 = \sum_i k_i^2, S_3 = \sum_i k_i^3, S_e = \sum_{ij} A_{i,j} k_i k_j \quad (2.4)$$

である。

上式で計算される次数相関 r の範囲は $[-1,1]$ 、 r は負値のときは次数が異なるノード同士が隣接しやすいことを示し、 r は正值のときは次数が同じノード同士が隣接しやすいことを示す。

頑健性 (Robustness)

ネットワークへの攻撃に対する耐性を評価する指標として、以下のような頑健性指標 R が広く用いられている。頑健性指標 R はノード除去したとき、ネットワークの連結性がどの程度まで保存されているかを評価する。具体的には、除去率 $q\%$ のノードを除去した場合、最大連結成分比 $S(q)/N$ の総和を頑健性指標 R として評価をする ($q\%$ のノードを削除して、ネットワークが様々な島になったとしても、その中に一番大きい島が最大連結成分である)。以下に頑健性指標 R の式 (2.5) を示す。

$$R = \sum_{q=1/N}^1 S(q)/N \quad (2.5)$$

ここで、 N はネットワークの全体なノード数で、 $S(q)$ はノード除去率 q の時の最大連結成分 (GC:Ginat Component) の大きさである。 $S(q)/N$ が最大連結成分比になり、除去率 q の範囲は $[0,1]$ である。本研究では除去ノードの攻撃法として、次数が高いノード (ハブ) から優先的に除去する、ハブ攻撃 [7] と呼ばれる、ループを多く仲介するノードに対し優先してノード除去を行う、今まで最悪のダメージを与える BP 攻撃 [2] の2種類を考える。BP については次節で説明する。

2.2 Feedback Vertex Set (FVS)

あるグラフ $G = (V, E)$ から、一部のノードを削除した、残りの G' において、ループが存在しない状態まで、削除したのその最小除去ノード集合は Feedback Vertex Set (FVS) である。しかしながら、FVS を探すのは NP 困難な組み合わせ問題であり、多項式時間で解くアルゴリズムが存在しない。そこで、厳密に最適解を求めるのが非常に困難であるため、近似アルゴリズムを適用する。以下の二つ近似法を試して、比較してみた。

2.2.1 FVS を求める近似アルゴリズム

コンピューター科学における二近似アルゴリズム

Vijay V. Vazirani が 2001 年に書籍「近似アルゴリズム」に紹介した方法で、最適解の高々 2 倍の近似値が求められる [8]。

以下、「近似アルゴリズム」[8] から転載した手順である。入力はグラフ G と重み関数 ω であり、出力は FVS に相当した F_0 である。

Algorithm 1 Approximation Algorithm of Feedback Vertex Set

Input: Given an undirected graph $G=(V,E)$ and a function ω assigning nonnegative weights to its vertices.

Output: F_0

```
1:  $H \leftarrow G, \omega_{prime} \leftarrow \omega, i \leftarrow 0$ 
2: for all  $H$  is not acyclic do
3:    $c \leftarrow \min_{u \in H} \{ \frac{\omega'(u)}{\delta_H(u)} \}$ 
4:    $G_i \leftarrow H, t_i \leftarrow c \delta_{G_i}, \omega' \leftarrow \omega' - t_i$ 
5:    $H \leftarrow$  the subgraph of  $G_i$  induced by vertices  $u$  with  $\omega'(u) > 0$ 
6:    $i \leftarrow i + 1$ 
7: end for
8:  $F_k \leftarrow \emptyset$ 
9:  $i = k, \dots, 1$  extend  $F_i$  to a feedback vertex set  $F_{i-1}$  of  $G_{i-1}$  by adding a
   minimal set of vertices from  $V_{i-1} - V_i$ 
10: return  $F_0$ .
```

統計物理のアプローチからの Zhou の BP 法

このアルゴリズムは、統計物理学の Cavity 法に基づく Belief Propagation (BP) という方法である [2]。以下はその手順である。

Algorithm 2 Belief Propagation Algorithm of Feedback Vertex Set

Input: Given an undirected graph $G=(V,E)$

Output: F_0

- 1: $H \leftarrow G$
 - 2: $q_i \leftarrow$ the probability of node becoming FVS node.
 - 3: **for all** H is not acyclic **do**
 - 4: candidate $\leftarrow$ a node who has the biggest q_i
 - 5: $G' \leftarrow$ delete the candidate from H
 - 6: $H \leftarrow G'$
 - 7: $i \leftarrow i + 1$
 - 8: **end for**
 - 9: **return** F_0 .
-

2.2.2 二手法の比較

ノードの総数 $N = 5000$ のスケールフリーネットワークに対して、描出した FVS。表 2.1 を示す。

この表から、第二列は FVS の総数、二近似法は総ノード 5000 の約半数 2113 個

	Size of FVS	Times(s)
近似法	2113	510
BP 法	1224	341

表 2.1: 近似法と BP 法の性能差

FVS と出力される、真の解は 1000 ノードぐらいである。すなわち、BP 法は正しい結果を計算できる。第三列の計算時間で BP 法は近似法の約三分の二である。だから、本研究で BP 法を採用した。

2.3 K-core/shell 分解 (K-core/shell decompose)

ネットワーク内で密に連結された核として、K-core は少なくとも互いに K 値以上のノードに接続されている部分グラフを指す。

K-core に含めるには、その部分グラフ内で少なくとも K 個の他のノードにリンクしている必要があるが、グループ外で他のいくつかのノードに接続しているかは関係ない。

例えば、その部分グラフが、その部分グラフ内の少なくとも他の 2 個のノードに接続しているすべての対象を含んでいる場合、その部分グラフは 2 コアになる。同様に、その部分グラフがその部分グラフ内の少なくとも 3 個の他のノードにリンクしているすべてのノードを含んでいる場合、その部分グラフは 3 コアになる。

3 コア内のすべてのノードは、3 コアの他のすべてのメンバーへのリンクを少なくとも 3 個持っている必要がある。明らかに、そのような対象は必然的に、3 コアの他のすべてのメンバーへのリンクを少なくとも 2 個持っている必要がある。言い換えれば、3 コアは 2 コアのサブセット (2 コアに含まれる) になる。より一般的には、K-core は、階層的に生成され、0 コアには 1 コアが含まれ、1 コアには 2 コアが、2 コアには 3 コアが含まれている (以下同様)。K の値が増加すると、コアサイズは小さくなるが、核内の連結度は高まる [3]。

以下の図 2.2 は、単純なネットワークの K-core の分解図を示しており、0 コア、1 コア、2 コア、および 3 コアのネストされた集合を示す。3 コアは、実際にはチャート上の 2 つの別個のグループで構成されていることに注意されたい。

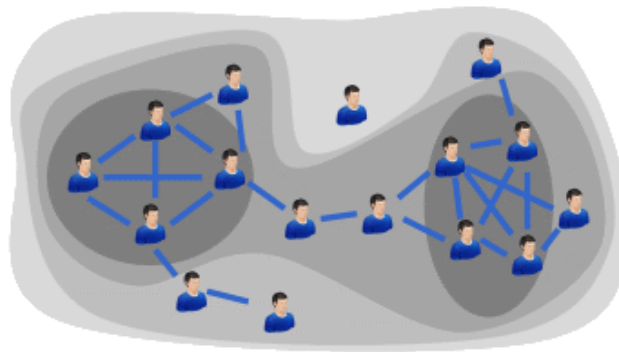


図 2.2: K-core 分解

K-shell は K-core の分解方法と同様に描出できる。しかしながら、 $K\text{-shell} = K\text{-core} - (K-1)\text{-core}$ として求められる。

以下は K-shell 分解の具体的な手順である。

Step0: 時刻 $t=0$ に次数が K ($K = 1$) の葉ノードを再帰的に削除して、削除した部分は 1-shell になる。

Step1: 毎時刻 $t=1,2,3,4\dots$ に次数が K ($K = t + 1$) より小さいノードを再帰的に削除して、削除した部分は k -shell になる。

Step2: 全部ノードが削除したまで Step1 を繰り返す。

下の図 2.3 では 3 つ shell に分解される。

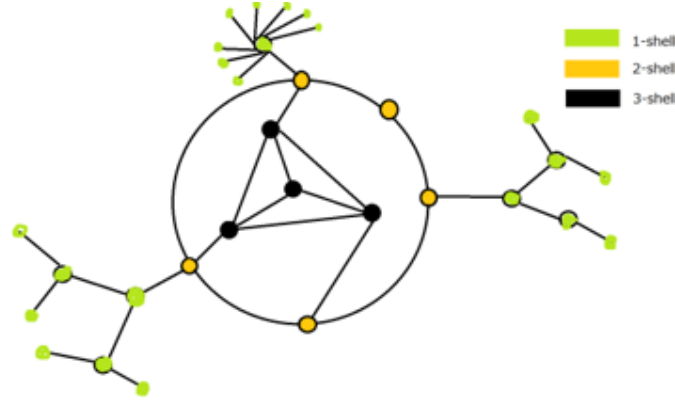


図 2.3: K-shell 分解

2.4 本研究で扱うネットワークモデル

2.4.1 Scale Free ネットワーク (Barabási-Albert モデル) とその構築手法

電力網、航空線路網、インターネット、World-Wide-Web、知人関係、企業間取引、遺伝子やタンパク質の生化学反応連鎖など現実の多くのネットワークには、べき乗次数分布 $p(k) \sim k^{-\gamma}$ に従うスケールフリーと呼ばれる構造が共通に存在する。例えば、航空線路網は $\gamma = 2.1$ 、E-mail は $\gamma = 2.3$ のべき指数の次数分布に従う。色々な異なるネットワークに、このような同じ特性が出現する原因は、繋げる先のノードをその次数に比率して選ぶ、“rich-get-richer” 法則ともよばれる優先的選択に基づく利己原理に従うことが理論的に導かれる [1]。BA モデルにおいて、スケールフリー性をもつ重要な要因は、優先的選択とネットワーク成長の 2 つある。優先的選択により新ノードから次数が大きい既存ノードをつなげる。成長は時間が経つにつれてノード数が大きくなり、ネットワークの規模が増える。以上の成長と優先的選択によって、ノード数の増大に伴って、次数が大きいノードはもっと大きくなって、巨大なリンク数を持って、ハブと呼ばれる接続が集中したノードが発生する。以下は BA モデルによるネットワーク構築のアルゴリズムである。また、図 2.4 は BA モデルにおける生成の見取り図、緑ノードは追加するノード、青いノードの次数は大きく、接続しやすい。ここで、式 (2.6) はノード選択確率で定義される [1]。

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_{n \in N} k_n} \quad (2.6)$$

Step0: 時刻 $t=0$ に初期ネットワークを構築する。Step1 で追加されるリンクの数

m から、初期ネットワークは少なくとも m 以上のノードを持つ。そこで、本研究ではノード数は $m+1$ の完全グラフを初期ネットワークとする。

Step1: 毎時刻 $t=1,2,3,4\dots$ 新しいノードから既存ノードに m 本リンクを追加する。

Step2: 既存ノード i の確率選択は式 (2.6) に従う。但し、毎時刻で各ノードの多重リンクは禁止され、式 (2.6) の確率選択が再試行される。

Step3: 構築したいノード数 N に達するまで Step1, Step2 を繰り返す。

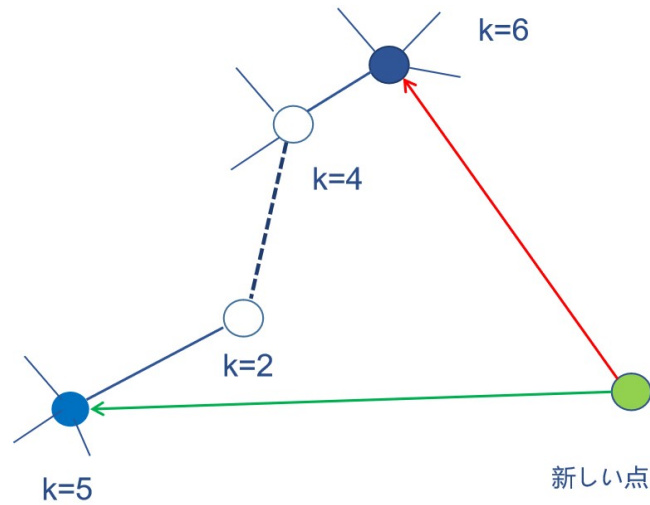


図 2.4: BA モデルを生成の見取り図

2.4.2 玉ねぎ状ネットワークと構築手法

スケールフリー性をもつネットワークは利己主義に基づいて構築されるが、このようなネットワークの利点は多数ある。しかしながら、弱点もあり、多数のノードが繋がっている「ハブ」攻撃に対する結合耐性が極端に脆弱である。

一方、近年数値シミュレーションと理論解析により、玉ねぎ状ネットワークが発見された。このようなネットワークは次数の大きい順に中心から周辺に同心円上にノードを配置すると、正の次数相関を強くする同程度の次数を持つノードが結合することで玉葱状に可視化されることから玉ねぎ状と呼ばれる。以下は玉ねぎ状ネットワークによるネットワーク構築のアルゴリズムである [5]。また、図 2.5 は玉ねぎ状ネットワーク生成 Step1, Step2 を示す。

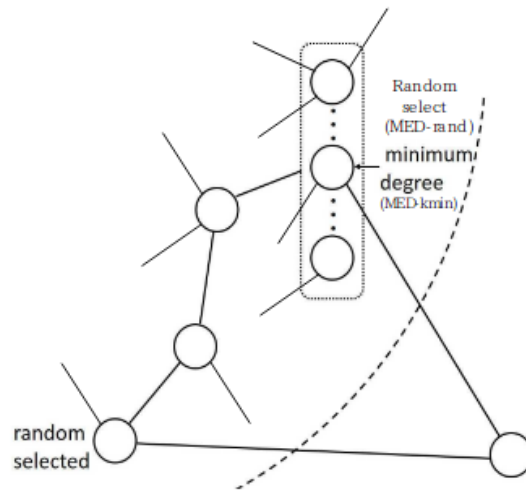


図 2.5: 玉ねぎ状ネットワークの生成

Step0: 時刻 $t=0$ に初期ネットワークを構築する。Step1 で追加されるリンクの数 m から、初期ネットワークは少なくとも m 以上のノードを持つ。そこで、本研究ではノード数は $m+1$ の完全グラフを初期ネットワークとする。

Step1: 毎時刻 $t=1,2,3,4,\dots$ に m 本リンクをもつ新しいノードを既存ネットワークに追加する。

Step2: 追加する時、既存ノードをランダムに一個選んで、新しいノードと選んだノードを接続する。更に、ランダム選択ノードから一定な仲介数 μ を経た $(\mu+1)$ ホップ先の最小のノードと繋げる。これを $\frac{m}{2}$ 回で実行する。但し、毎時刻で各ノードの多重リンクは禁止される。

Step3: ノード数 N に達するまで Step1, Step2 を繰り返す。

図 2.6(a)(b) において、スケールフリーネットワークと玉ねぎ状ネットワークの次数分布を比較する。図 2.6(a) の両対数の直線部分から、スケールフリーネットワークはべき乗次数分布に従う。一方、図 2.6(b) の縦軸のみ片対数の直線部分から、玉ねぎ状ネットワークは指数分布に従うことがわかる。

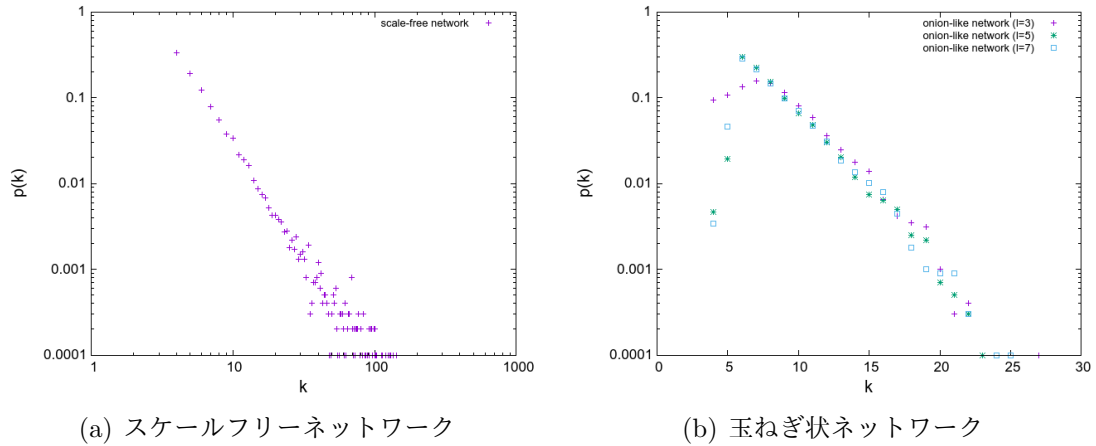


図 2.6: スケールフリーネットワークと玉ねぎ状ネットワーク次数分布の比較

2.4.3 実ネットワークデータ

先に述べた人工的に生成されるスケールフリーネットワークや玉ねぎ状ネットワークの他に、生物学、社会関係、言語、インフラ技術など、それぞれの分野や大きさの実データを用いて、次数、FVS と K-core の関係を調べる。表 (2.1) は 28 個の実ネットワークである。表上の左から、ネットワークの名前、 N はネットワークのノード総数、 E はリンク総数である。これらの実データは、スケールフリー性を持っている。すなわち、これらの現実データと BA モデルはべき乗次数分布に従う。

表 (2.1) 中に、Yeast Protein は生物学データ、Email、Political Blogs、Petster Hamster、UC Irvine、Maaya、GRQC、Open Flight などは社会関係データ、Air Traffic、Power Grid、Gnutella 6 2002、Reactome、JDK、JUNG、As-Caida などはインフラ技術、Japanese、Spanish、French は言語学データである [9]。

名前	N	E	名前	N	E
URV Email	1,133	5,451	Political Blogs	1,222	16,714
Air Traffic	1,226	2,408	Petster Hamster	1,788	12,476
UC Irvine	1,893	13,835	Yeast Protein	2,224	6,609
Japanese	2,609	7,995	Open Flight	2,905	15,645
GRQC	4,158	13,422	US Power Grid	4,914	6,594
Reactome	5,973	145,778	Jung	6,120	50,290
Gnutella 8 2002	6,299	20776	JDK	6,434	53,658
AS Oregon	6,474	12,572	French	8,308	24,806
Hep-Th	8,638	24,806	Gnutella 6 2002	8,717	31,525
PGP	10,680	24,316	Gnutella 4 2002	10,876	39,994
Spanish	12,643	55,019	DBLP	12,495	49,563
AstroPhys	17,903	196,972	Cond-Mat	21,363	91,286
As-Caida	26,475	53,381	Spanish2	12,643	55,019
HepPH	11,204	117,619	Maaya	1226	2,408

表 2.2: 28 個本研究で扱う現実ネットワーク

第3章 提案手法

本章では、次数、FVS、K-core の関係を調べる具体的な手順を述べる。3.1 節は構築するネットワークについて、構築手法の修正変更と元のネットワーク生成法の比較。3.2 節は次数と FVS 関係を判明するための手順を説明する。3.3 節は FVS と K-core 関係を調べるの手順である。

3.1 ネットワーク構築手法の修正変更

3.1.1 修正変更手順

2.3 節で、2 つ種類のネットワークモデルについて説明したが、K-core や K-shell 分解する時、問題が存在する。すなわち、BA モデルにせよ、玉ねぎ状ネットワークにせよ、新しいノードが追加される時、追加ノードと元ネットワーク間は固定したリンク数で接続する（2.4.1 と 2.4.2 の Step1 中の m 値が固定した）ために、K-core/shell 分解すると、全てノードの次数が m 以上となり、 m -shell に含まれてしまう。なぜなら、図 3.1 のように、成長過程を逆時間にして、 $t=2$ の時黄色部分の次数 m のノードから、2.3 節の Step1 で、黄色部分のノードは m -shell に属して、削除した、構築する時と逆時間順で、 $t=1$ の緑部分のノードの次数は m になって、同様に $t=0$ まで、全体的なノードは m -shell 中に含まれている。この問題を解決す

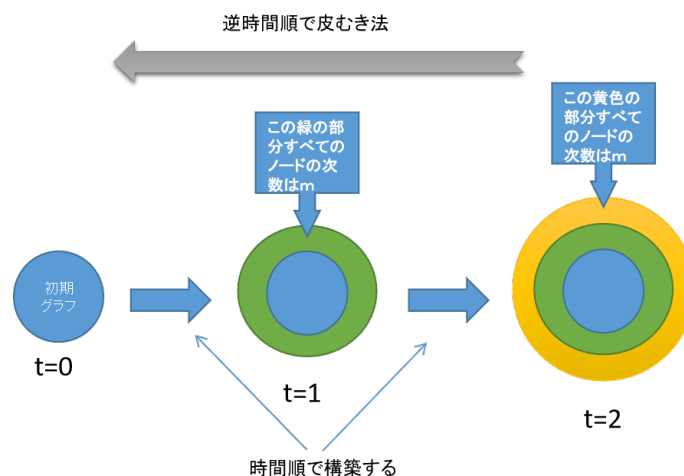


図 3.1: 逆時間順で皮むき法

るため、本研究は以下のように修正変更した。以下は具体的な手順である。

Step0: 時刻 $t=0$ に初期ネットワークを構築する。Step1 で追加されるリンクの数 m' は 2,4,6,8... いくつ種類の値を持つ、すべての m' は偶数である。そして、 $\langle m \rangle$ は変わらないのためにすべての PQRS... は式 (3.1) に従って、PQRS... は確率から、式 (3.2) に従う。初期ネットワークは少なくとも一番大きい m 以上のノードを持つ。そこで、本研究ではノード数は一番大きい $m+1$ の完全グラフを初期ネットワークとする。

$$2 P + 4 Q + 6 R + 8 S + \dots = m \quad (3.1)$$

$$P + Q + R + S + \dots = 1 \quad (3.2)$$

Step1: 毎時刻 $t=1,2,3,4\dots$ に確率で選択した m' 本リンクをもつ新しいノードを既存ネットワークに追加する。

Step2: 追加する時、新しいノードと様々な既存ノード i の連結確率は式 (2.9) に従う。

Step3: 構築したいノード数 N に達するまで Step1, Step2 を繰り返す。

例をとって、平均 $\langle m \rangle = 4$ の時、 m' は 2, 4, 6 と 2, 4, 6, 8 二種類のネットワークを構築した。 $\langle m \rangle = 6$ の時、 m' は 2, 4, 6, 8 一種類のネットワークを構築した。具体的な手順は $\langle m \rangle = 4$ 、 m' は 2, 4, 6 の時、式 (3.1) (3.2) 変形することで次式 (3.3) (3.4) が得られる。

$$2 P + 4 Q + 6 R = 4 \quad (3.3)$$

$$P + Q + R = 1 \quad (3.4)$$

また、式 (3.3)、(3.4) 変形することで次式 (3.5) が得られる。

$$(P + Q + R) + Q + 2R = 2 \quad (3.5)$$

ここで、 $P + Q + R = 1$ 、式 (3.5) は式 (3.6) になる。

$$Q + 2R = 1 \quad (3.5)$$

R の値として、典型的な強、中、弱の値を設定する。R を 0.25 にすると、P は 0.25、Q は 0.5 となる。R は 0.33 にすると、P は 0.33、Q は 0.33 となる。R は 0.45 にすると、P は 0.45、Q は 0.1 となる。そして、 m' は 2, 4, 6, 8 の時、同様に計算する。下の表 3.1 は確率 P、Q、R、S 計算した結果である。

$\langle m \rangle = 4$	$\langle m \rangle = 6$
P=25%, Q=50%, R=25%	P=20%, Q=18%, R=4%, S=58%
P=33.3%, Q=33.3%, R=33.3%	P=10%, Q=34%, R=2%, S=54%
P=45%, Q=10%, R=45%	P=30%, Q=2%, R=6%, S=62%
P=10%, Q=82.5%, R=5%, S=2.5%	
P=20%, Q=65%, R=10%, S=5%	
P=30%, Q=47.5%, R=15%, S=7.5%	
P=40%, Q=30%, R=20%, S=10%	
P=50%, Q=10%, R=30%, S=10%	

表 3.1: 平均 $\langle m \rangle = 4, 6$ の P、Q、R、S 計算結果

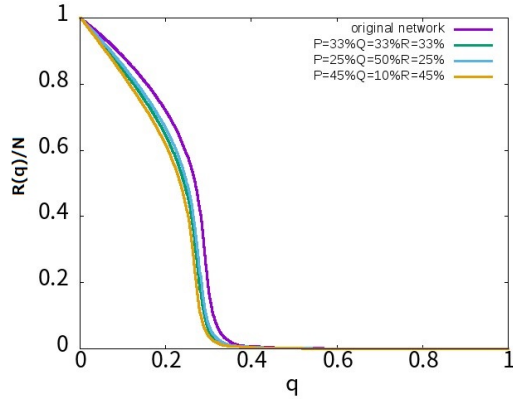
3.1.2 修正変更したネットワークの比較

本節では、修正変更したネットワークと元のネットワークの次数相関と頑健性を議論する。ノード総数 $N = 1000$, 平均 $\langle m \rangle = 4$ or 6 の同一条件において以下比較した。

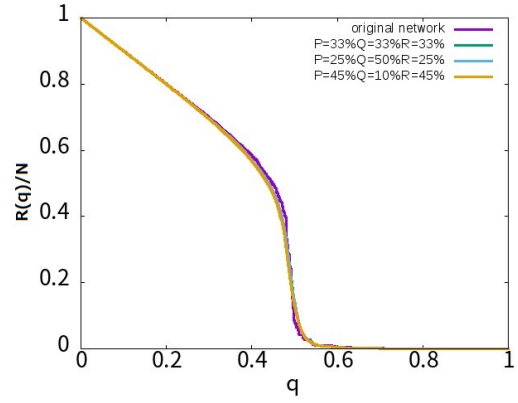
表 3.2 と 3.3 は、平均 $\langle m \rangle = 4, 6$ の修正変更ネットワークと元のネットワーク次数相関の係数を示す。ここで、左側の Network はネットワークの生成方法であり、BA r は 2.1.2 定義した BA モデルによるスケールフリーネットワークの次数相関 r であり、Onion-like r は玉ねぎ状ネットワークの次数相関 r である。二行目の Original Network は普通な構築法で生成したネットワークの次数相関であり、下の部分は様々な確率で生成したネットワークの次数相関である。

この表から、どのような構築法を使っても $\langle m \rangle$ が同じであれば、次数相関 r は大体同じ値を持つことが分かる。すなわち、我々提案したの構築法は BA モデルによるスケールフリーネットワークはスケールフリー性を持って、玉ねぎ状ネットワークは正の次数相関を持っている。

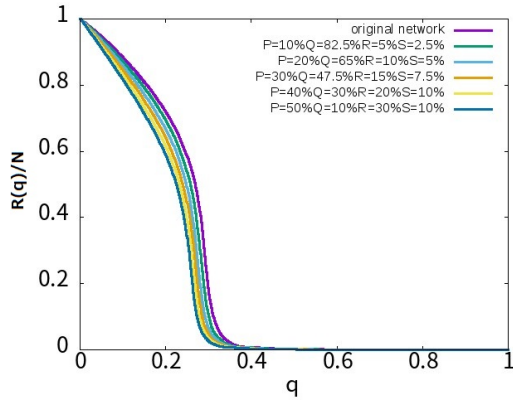
頑健性については、2.1.2 節の定義に基づいて、図 3.2 に示す。図の横軸は削除率 q、縦軸は最大連結成分比 $s(q)/N$ である。



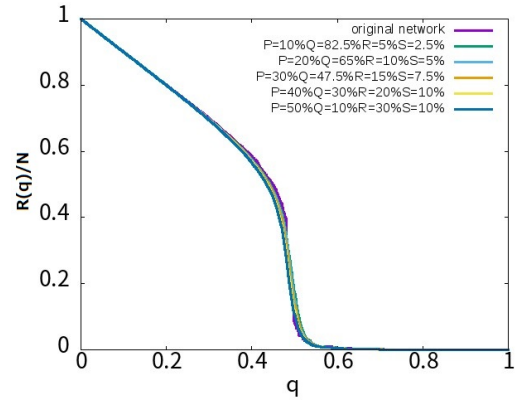
(a) $\langle m \rangle = 4, m' = 2, 4, 6$, BA モデル



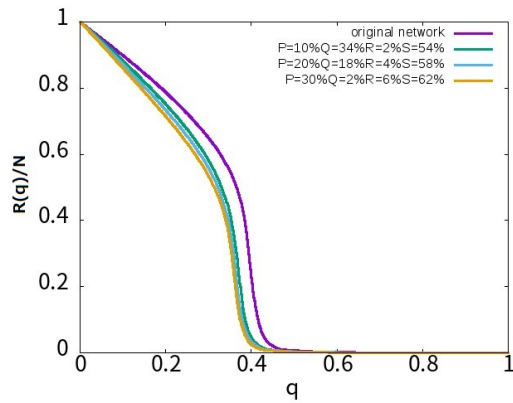
(b) $\langle m \rangle = 4, m' = 2, 4, 6$, 玉ねぎ状ネットワーク



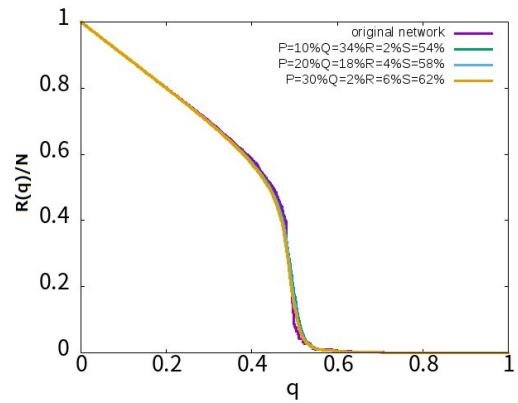
(c) $\langle m \rangle = 4, m' = 2, 4, 6, 8$, BA モデル



(d) $\langle m \rangle = 4, m' = 2, 4, 6, 8$, 玉ねぎ状ネットワーク



(e) $\langle m \rangle = 6, m' = 2, 4, 6, 8$, BA モデル



(f) $\langle m \rangle = 6, m' = 2, 4, 6, 8$, 玉ねぎ状ネットワーク

図 3.2: ハブ攻撃率 q に対する $s(q)/N$ の変化

Network	BA r	Onion-like r
Original Network	-0.0633355	0.3958471
P=33.3%,Q=33.3%,R=33.3%	-0.0633355	0.3958471
P=25%,Q=50%,R=25%	-0.0689998	0.3624452
P=45%,Q=10%,R=45%	-0.0542821	0.3625821
P=10%,Q=82.5%,R=5%,S=2.5%	-0.0647346	0.3567183
P=20%,Q=65%,R=10%,S=5%	-0.0687754	0.36133241
P=30%,Q=47.5%,R=15%,S=7.5%	-0.0653221	0.3523591
P=40%,Q=30%,R=20%,S=10%	-0.0654298	0.3654873
P=50%,Q=10%,R=30%,S=10%	-0.0647862	0.3467529

表 3.2: 平均 $\langle m \rangle = 4$ の修正変更ネットワークとオリジナルネットワークの比較

Network	BA r	Onion-like r
Original Network	-0.0340012	0.3628417
P=10%,Q=34%,R=2%,S=54%	-0.0376513	0.4162942
P=20%,Q=18%,R=4%,S=58%	-0.0379985	0.4726687
P=30%,Q=2%,R=6%,S=62%	-0.0437984	0.3715265

表 3.3: 平均 $\langle m \rangle = 6$ の修正変更ネットワークとオリジナルネットワークの比較

図 3.2 から、紫線は元の生成法を使って、構築したネットワークであり、他の色は修正変更したネットワークである。どんな方法でも、頑健性は同様である。更に、我々の修正変更法構築したネットワークと元の構築したネットワークは大体同じ特性を持っている。

また、図 3.2 (a) (c) (e) から、BA モデルによるスケールフリーネットワークの削除率 q は大体 40% ぐらい時、最大連結成分比がほぼ 0 になり、ネットワークは既に崩壊した。図 3.2 (b) (d) (f) 玉ねぎ状ネットワークの削除率 q は大体 60% ぐらい時、最大連結成分比がほぼ 0 になっている。すなわち、スケールフリーネットワークより、玉ねぎ状ネットワークの頑健性は強い。

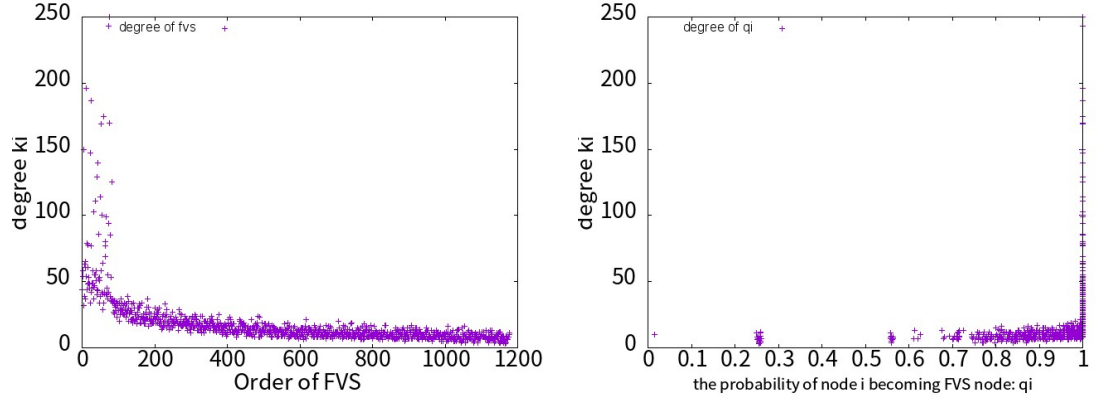
3.2 次数と FVS、FVS と K-core の関係の探す方法

1.1 節で次数と K-core の関係について述べたが、次数、K-core、FVS の 3 つの関係性について議論する。

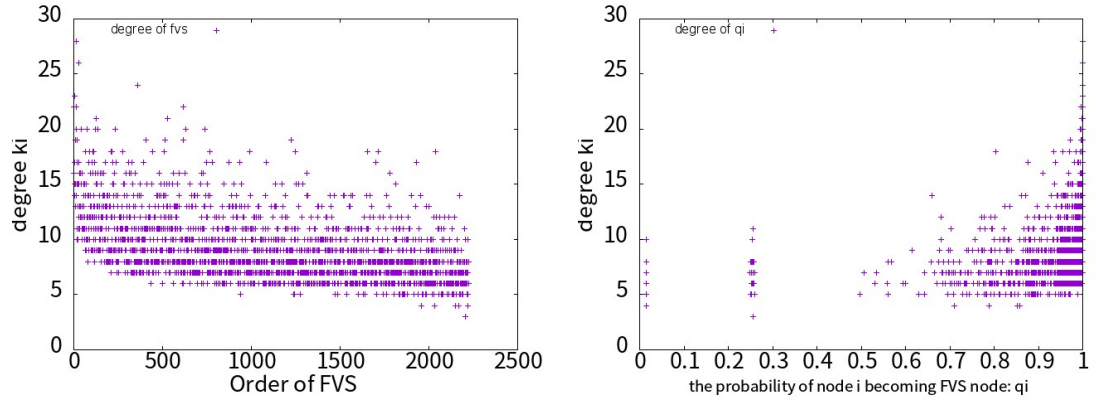
3.2.1 次数と FVS

先ず 2.2.1 節のアルゴリズムを用いて、FVS を計算する。

全ての FVS ノードの次数を記録したのデータが図を描く、一部の結果は図 3.3 を示す。ここで、(a) (c) の横軸の q_i はノード i が FVS に含まれるの確率で、 q_i 値が高い値の時は FVS ノードになる可能性が高い。縦軸は次数。(b) (d) の横軸は FVS の発見順、縦軸は次数である。これらの図は 5 章で説明する。



(a) BA モデル、 $N=5000$ 、FVS ノードの発見順と (b) BA モデル、 $N=5000$ 、FVS ノードの q_i 値と次数の関係



(c) 玉ねぎ状ネットワーク、 $N=5000$ 、FVS ノード (d) 玉ねぎ状ネットワーク、 $N=5000$ 、FVS ノードの発見順と次数の関係

図 3.3: 次数と FVS の関係

3.2.2 K-core と FVS

2.3 節紹介した K-core/shell の分解法を用いて、いくつかの小さな shell に分解する。また、BP 法を使って、FVS を計算する。K-core と FVS の関係を調べるため、各 Shell に属する FVS ノードと各 Shell のノードの総数の割合 p_1 は式 (3.5)、各 Shell に属する FVS ノードとすべて FVS ノード総数の比率 p_2 は式 (3.6)、各 Shell のノードの個数とノード総数の比率 p_3 は式 (3.7) より求める。ここで、 $\mathcal{F}$ 、 K_s 、 N はそれぞれ、FVS 集合、K-shell ($k = s$)、ノード総数を表す。

$$p_1 = \frac{|\mathcal{F} \cap K_s|}{|K_s|} \quad (3.5)$$

$$p_2 = \frac{|\mathcal{F} \cap K_s|}{|\mathcal{F}|} \quad (3.6)$$

$$p_3 = \frac{|K_s|}{|N|} \quad (3.7)$$

例として、図 3.4 を示す。横軸は Shell 数、縦軸はそれぞれ割合： p_1 は紫線、 p_2 は緑線、 p_3 は水色線で表す。これらの図は 5 章で説明する。

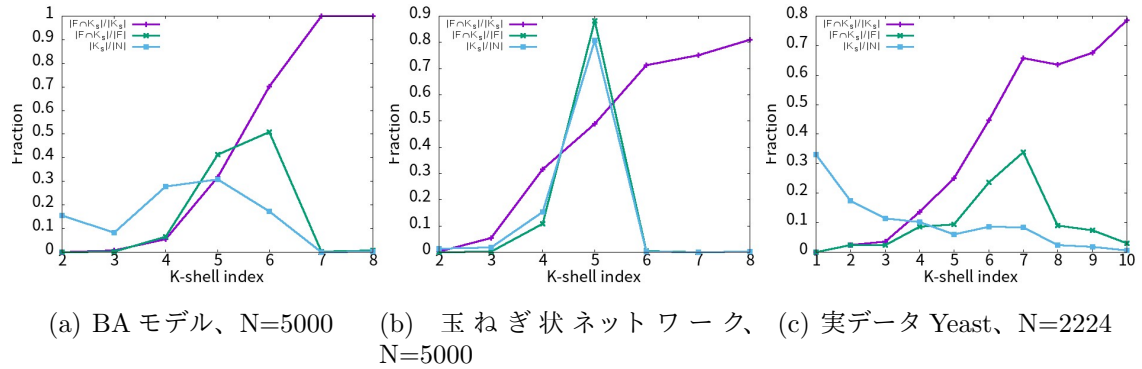


図 3.4: K-core と FVS の関係

第4章 実験・評価

本章では、3.1 節に示したの人工ネットワークと 2.4.3 節示したの実ネットワークを 3 章紹介したの方法を実験した結果について述べる。

4.1 構築した人工ネットワークの分析結果

11 個の確率で $\langle m \rangle = 4$ or 6 の BA モデルと玉ねぎ状ネットワークを構築する。ここで、全てのネットワークの大きさは $N = 1000$ とした。

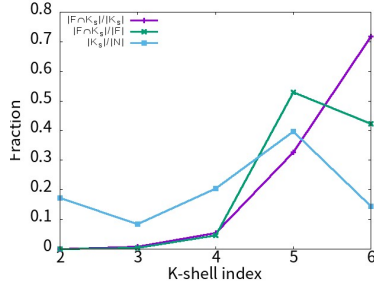
図 4.1, 図 4.3, 図 4.5... (a) と (b) において $\mathcal{F}$ 、 K_s 、 N はそれぞれ、FVS 集合、K-shell ($k = s$)、ノード総数を表す。

- $\frac{|\mathcal{F} \cap K_s|}{|K_s|}$ は各 shell 中の FVS ノードの割合で、紫線で示す。
- $\frac{|\mathcal{F} \cap K_s|}{|\mathcal{F}|}$ は FVS ノード全体に対する各 shell 中の FVS ノードの比率で、緑線で示す。
- $\frac{|K_s|}{|N|}$ は各 shell 中のノード総数に対する割合で、水色線で示す。

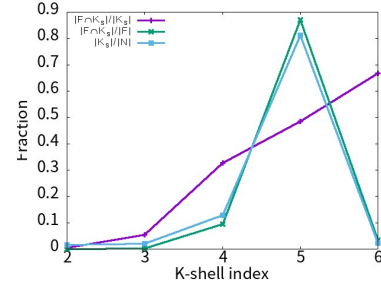
紫線に示すように、以下の傾向が分かる。すなわち、どんなネットワークでも、各 shell 中の FVS ノードの比率は shell index の深さとともに大きくなり、深層の shell 中のノードは FVS ノードになりやすい。また、水色線から、深層の shell は少数ノードで形成される。ただし、緑線は紫線と水色線に従って変化している。

図 4.2, 図 4.4, 図 4.6... において、スケールフリーネットワークと玉ねぎ状ネットワークに対して、(a) と (c) の結果は最初発見された FVS ノードは高い次数を持つ。(b) と (d) の結果は高い次数を持つノードは FVS になりやすい (q_i 値が高い)。

4.1.1 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6$ 、確率分布は $P = 33.3\%$ 、 $Q = 33.3\%$ 、 $R = 33.3\%$

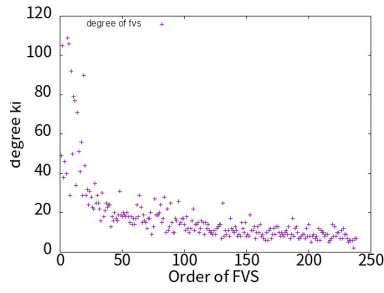


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

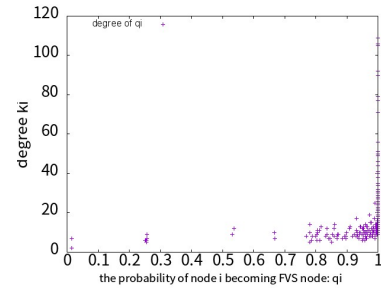


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

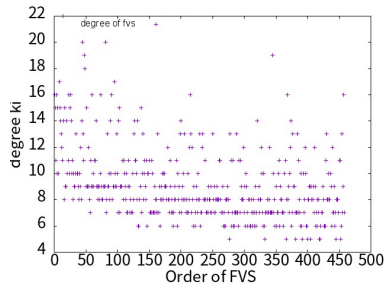
図 4.1: FVS と K-core の関係



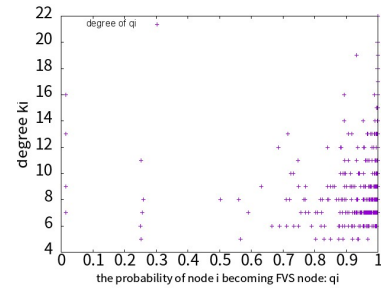
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の qi 値と次数の関係



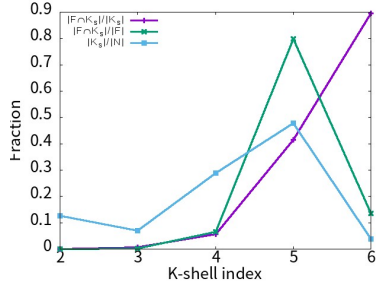
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



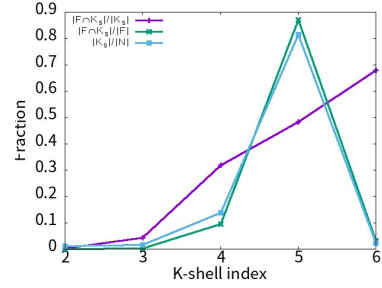
(d) Onion-like、FVS の qi 値と次数の関係

図 4.2: 次数と FVS

4.1.2 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6$ 、確率分布は $P = 25\%$ 、 $Q = 50\%$ 、 $R = 25\%$

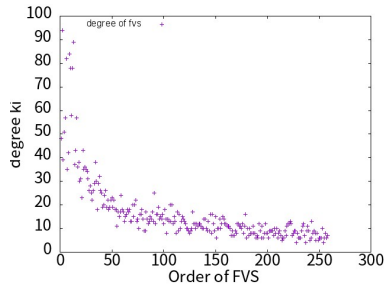


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

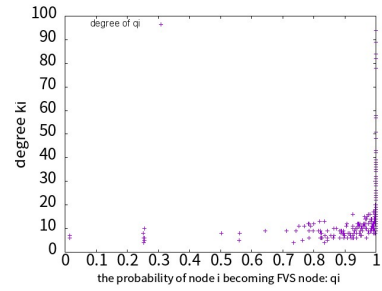


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

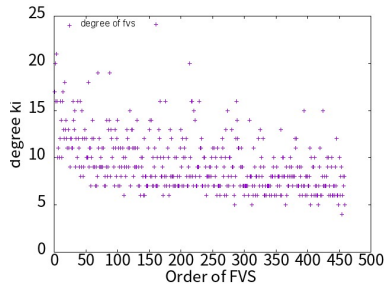
図 4.3: FVS と K-core の関係



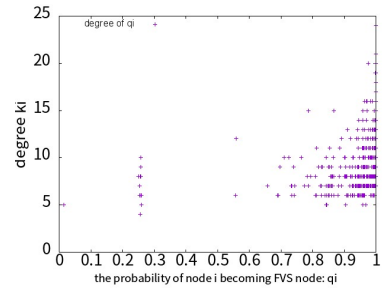
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



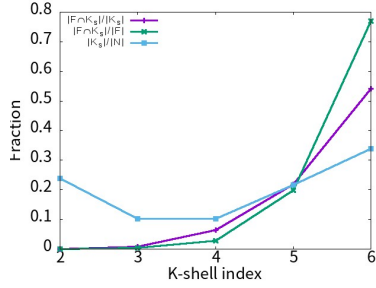
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



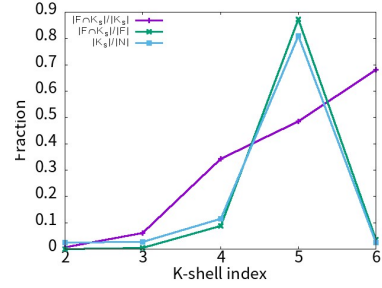
(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.4: 次数と FVS

4.1.3 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6$ 、確率分布は $P = 45\%$ 、 $Q = 10\%$ 、 $R = 45\%$

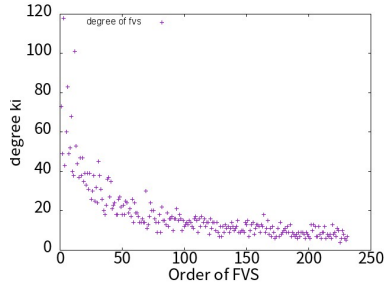


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

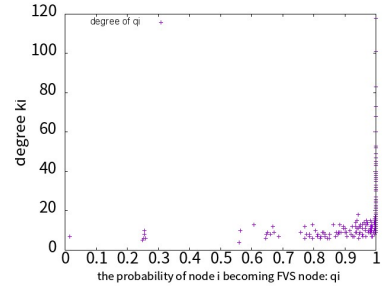


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

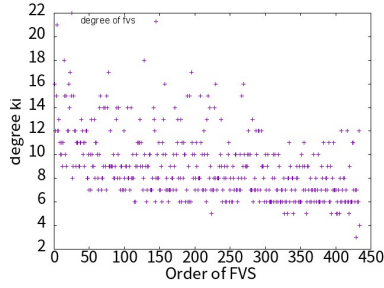
図 4.5: FVS と K-core の関係



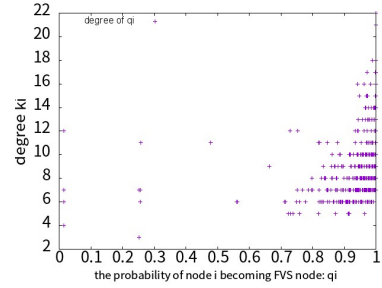
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



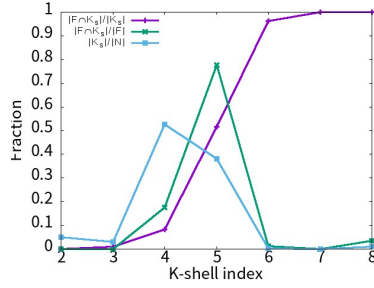
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



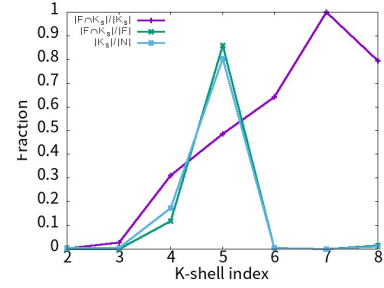
(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.6: 次数と FVS

4.1.4 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 10\%$, $Q = 82.5\%$, $R = 5\%$, $S = 2.5\%$

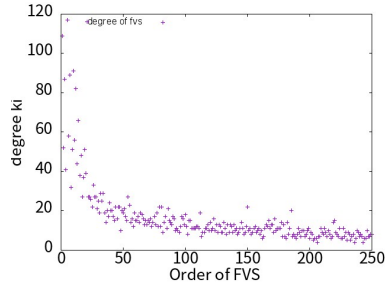


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

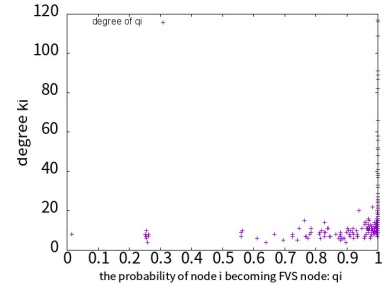


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

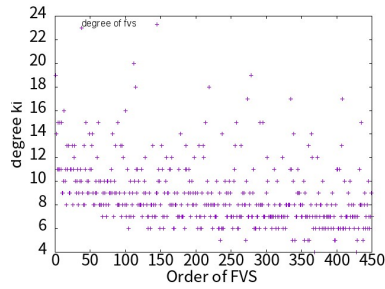
図 4.7: FVS と K-core の関係



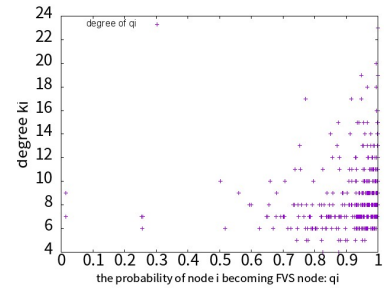
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



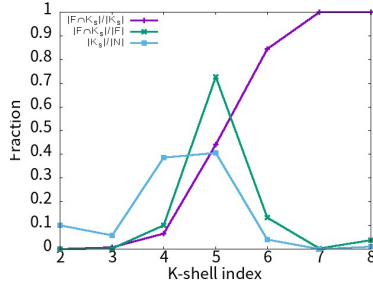
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



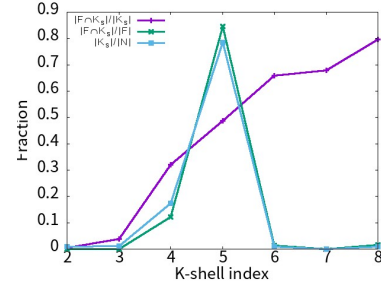
(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.8: 次数と FVS

4.1.5 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 20\%$ 、 $Q = 65\%$ 、 $R = 10\%$ 、 $S = 5\%$

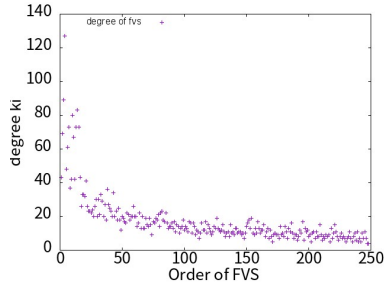


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

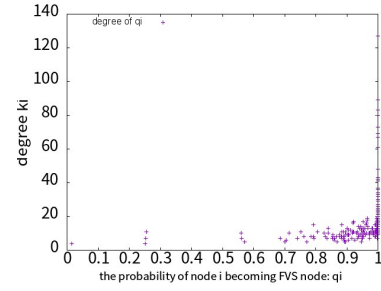


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

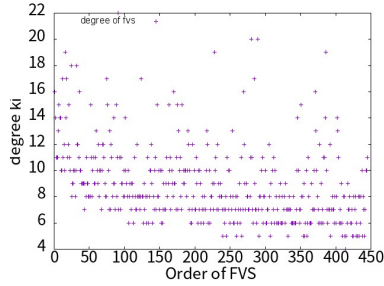
図 4.9: FVS と K-core の関係



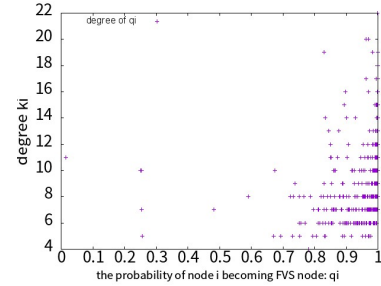
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の qi 値と次数の関係



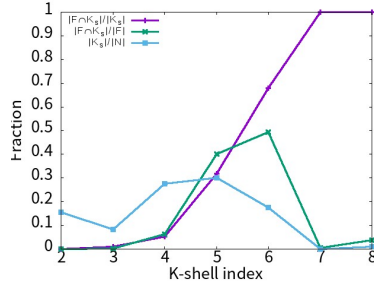
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



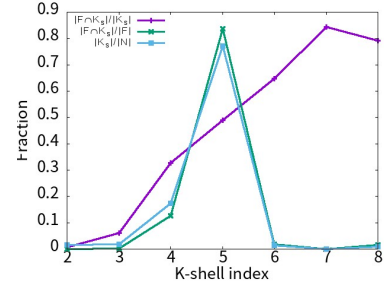
(d) Onion-like、FVS の qi 値と次数の関係

図 4.10: 次数と FVS

4.1.6 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 30\%$, $Q = 47.5\%$, $R = 15\%$, $S = 7.5\%$

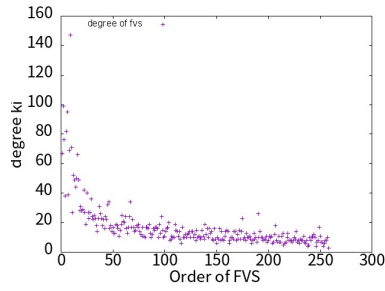


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

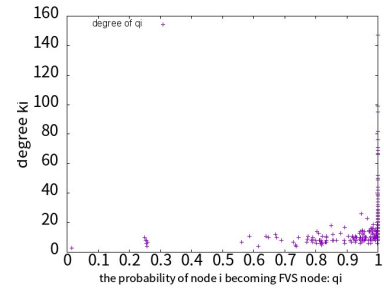


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

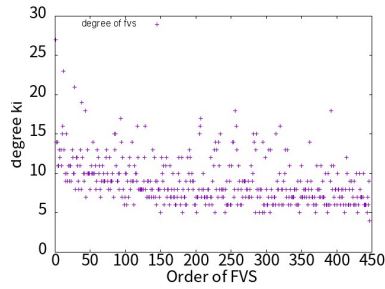
図 4.11: FVS と K-core の関係



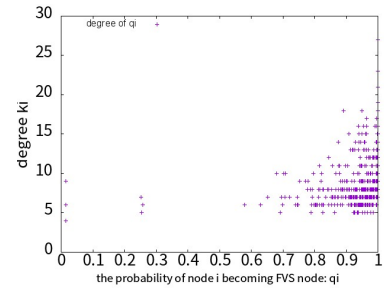
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の qi 値と次数の関係



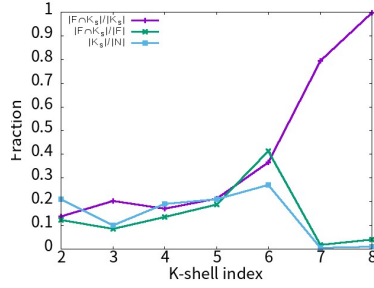
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



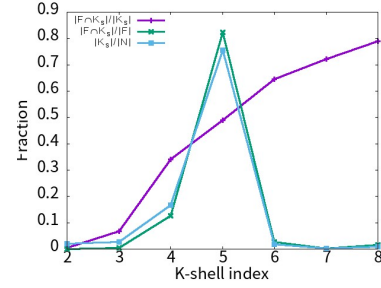
(d) Onion-like、FVS の qi 値と次数の関係

図 4.12: 次数と FVS

4.1.7 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 40\%$, $Q = 30\%$, $R = 20\%$, $S = 10\%$

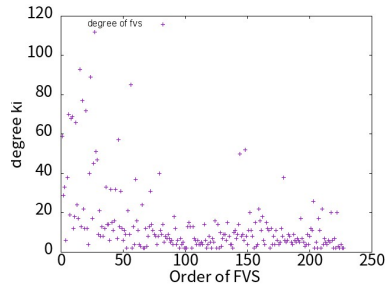


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

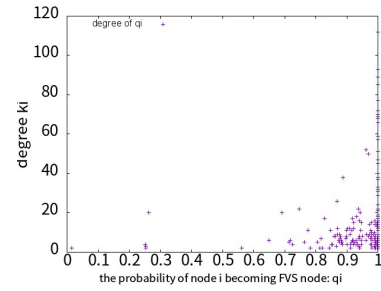


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

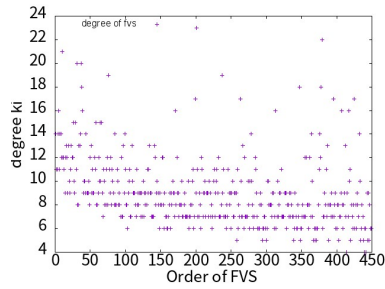
図 4.13: FVS と K-core の関係



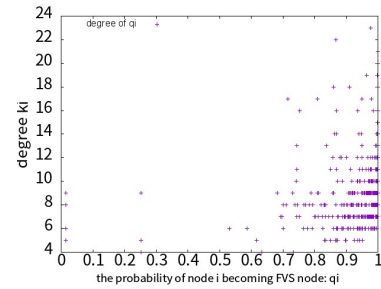
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



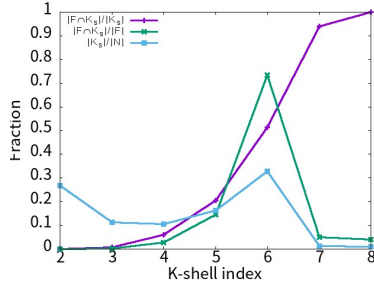
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



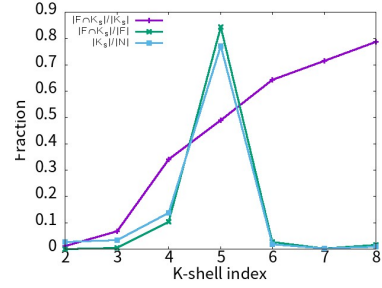
(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.14: 次数と FVS

4.1.8 平均 $\langle m \rangle = 4$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 50\%$, $Q = 10\%$, $R = 30\%$, $S = 10\%$

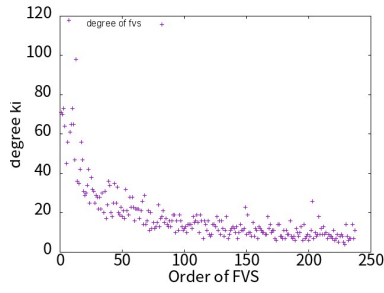


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

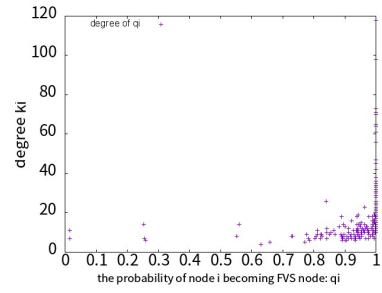


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

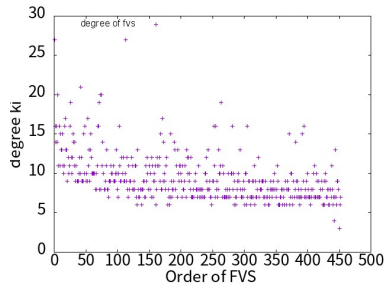
図 4.15: FVS と K-core の関係



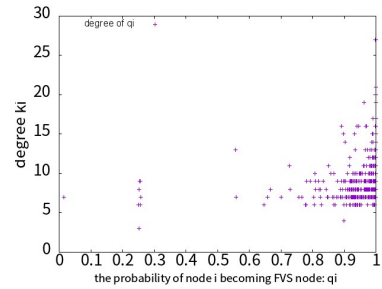
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の qi 値と次数の関係



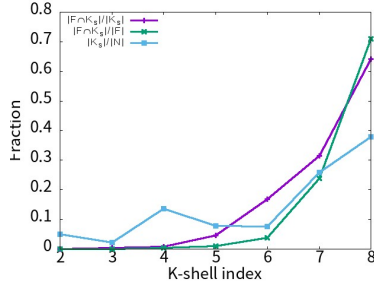
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



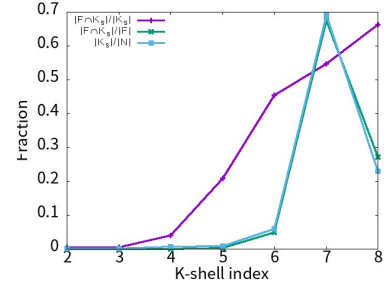
(d) Onion-like、FVS の qi 値と次数の関係

図 4.16: 次数と FVS

4.1.9 平均 $\langle m \rangle = 6$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 10\%$ 、 $Q = 34\%$ 、 $R = 2\%$ 、 $S = 54\%$

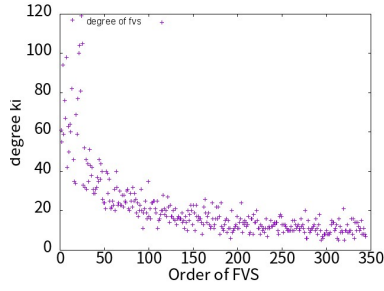


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

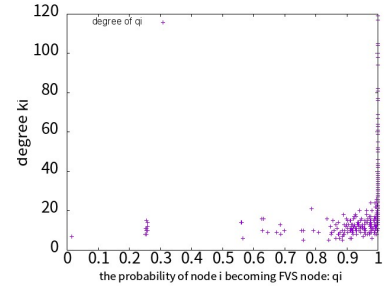


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

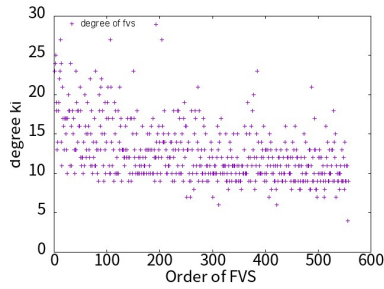
図 4.17: FVS と K-core の関係



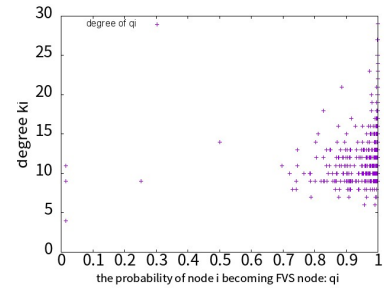
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



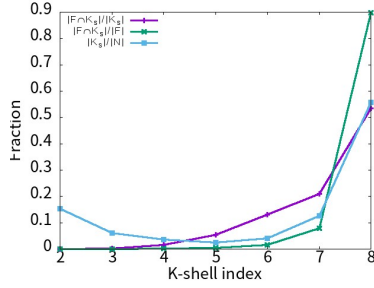
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



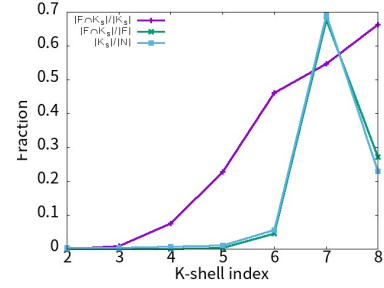
(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.18: 次数と FVS

4.1.10 平均 $\langle m \rangle = 6$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 20\%$, $Q = 18\%$, $R = 4\%$, $S = 58\%$

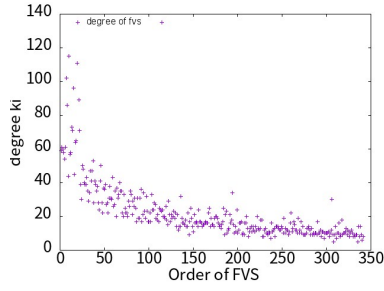


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

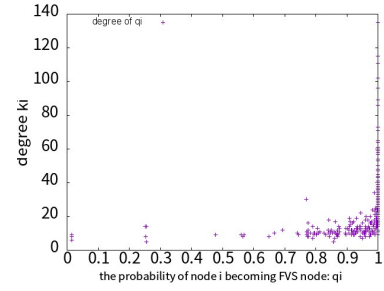


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

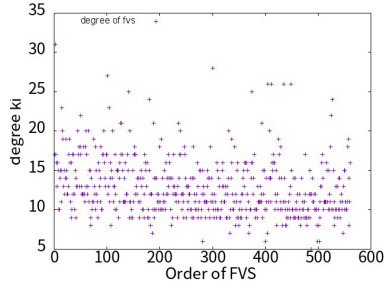
図 4.19: FVS と K-core の関係



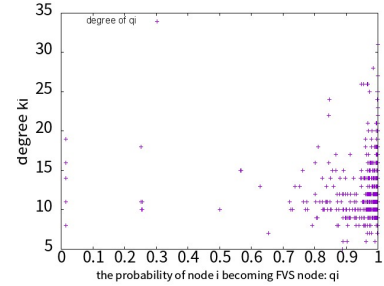
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



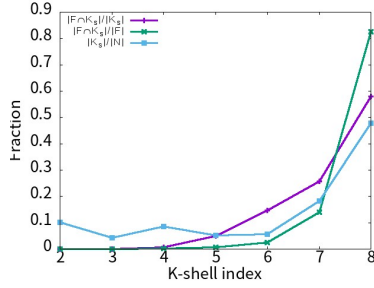
(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係



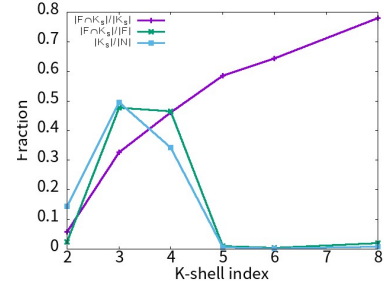
(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.20: 次数と FVS

4.1.11 平均 $\langle m \rangle = 6$ 、 $N = 10^3$ 、 $m=2,4,6,8$ 、確率分布は $P = 30\%$ 、 $Q = 2\%$ 、 $R = 6\%$ 、 $S = 62\%$

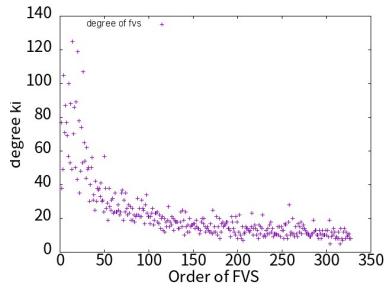


(a) SF Network、FVS と K-core の関係

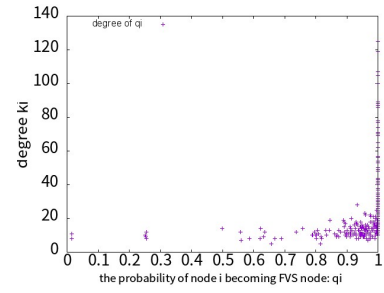


(b) Onion-like、FVS と K-core の関係

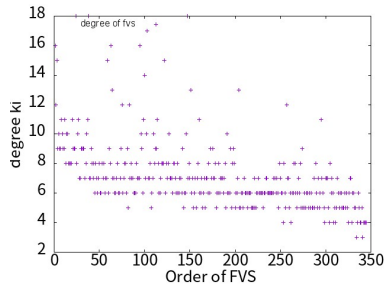
図 4.21: FVS と K-core の関係



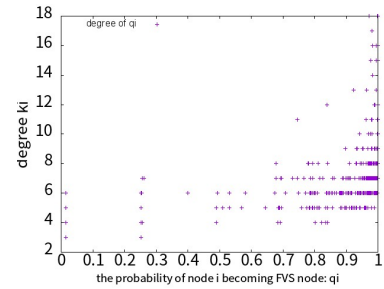
(a) SF Network、FVS の発見順と次数の関係



(b) SF Network、FVS の q_i 値と次数の関係



(c) Onion-like、FVS の発見順と次数の関係

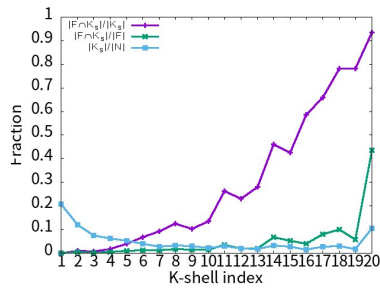


(d) Onion-like、FVS の q_i 値と次数の関係

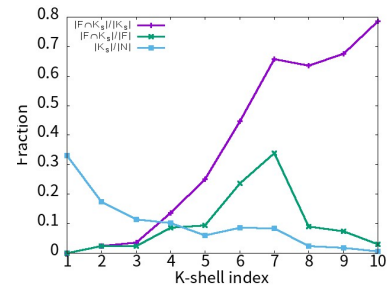
図 4.22: 次数と FVS

4.2 現実ネットワークの分析結果

BA モデルと同じに、実ネットワークはほとんどスケールフリーネットワークである。図 4.23、4.25 など、紫線は滑らかな曲線ではない、しかしながら、増加の傾向は見られる。すなわち、深層の shell 中のノードが FVS に含まれやすい。

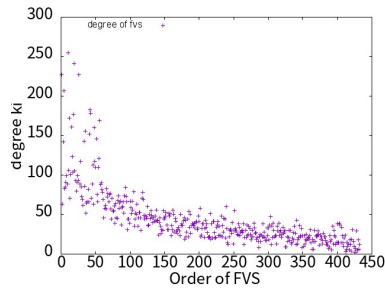


(a) UC Irvine、FVS と K-core の関係

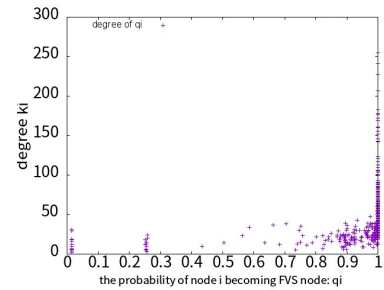


(b) Yeast Protein、FVS と K-core の関係

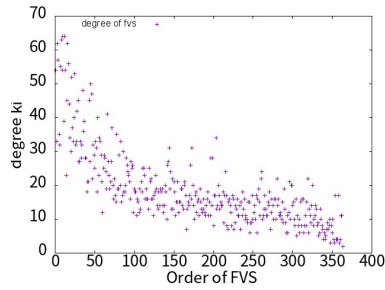
図 4.23: FVS と K-core の関係



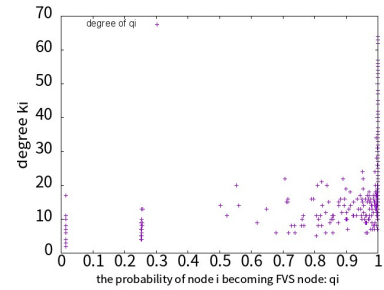
(a) UC Irvine、FVS の発見順と次数の関係



(b) UC Irvine、FVS の q_i 値と次数の関係

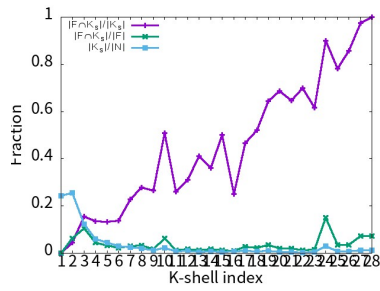


(c) Yeast Protein、FVS の発見順と次数の関係

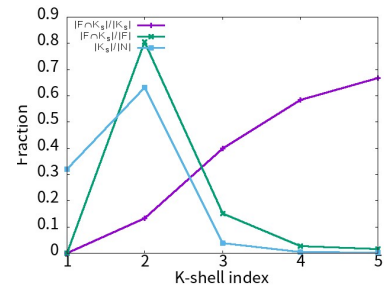


(d) Yeast Protein、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.24: 次数と FVS

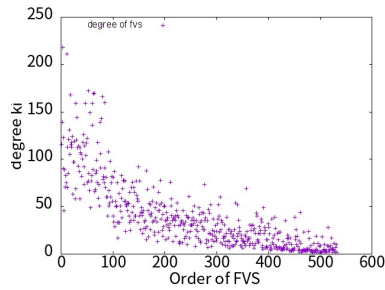


(a) Open Flight、FVS と K-core の関係

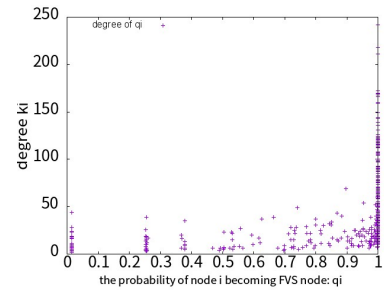


(b) US Power Grid、FVS と K-core の関係

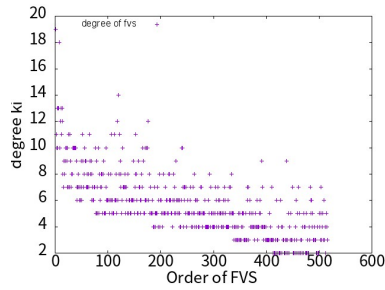
図 4.25: FVS と K-core の関係



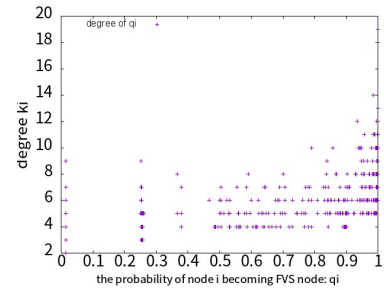
(a) Open Flight、FVS の発見順と次数の関係



(b) Open Flight、FVS の q_i 値と次数の関係

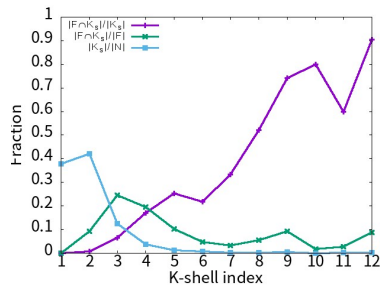


(c) US Power Grid、FVS の発見順と次数の関係

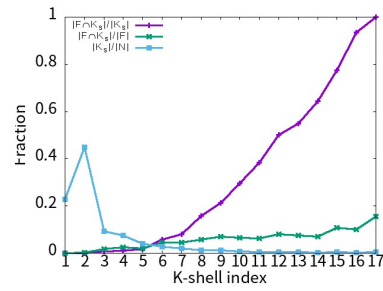


(d) US Power Grid、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.26: 次数と FVS

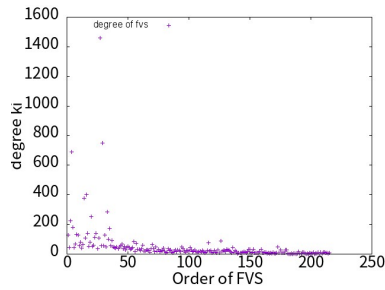


(a) AS Oregon、FVS と K-core の関係

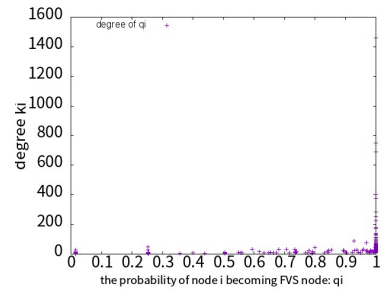


(b) French、FVS と K-core の関係

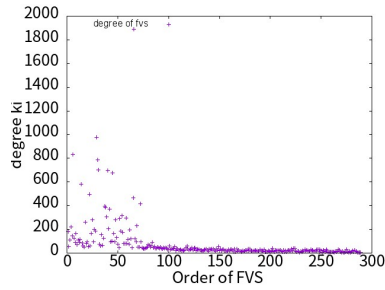
図 4.27: FVS と K-core の関係



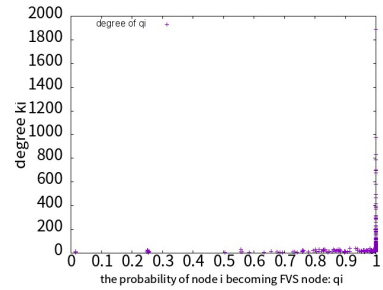
(a) AS Oregon、FVS の発見順と次数の関係



(b) AS Oregon、FVS の q_i 値と次数の関係

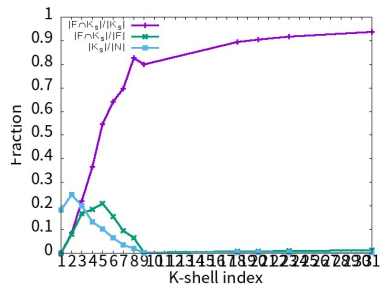


(c) French、FVS の発見順と次数の関係

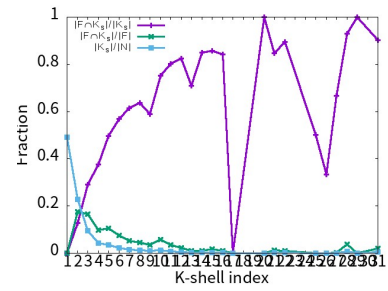


(d) French、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.28: 次数と FVS

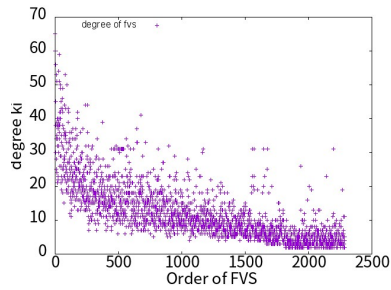


(a) Hep-Th、FVS と K-core の関係

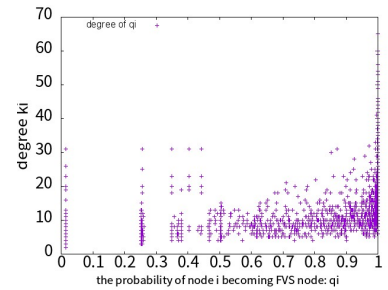


(b) PGP、FVS と K-core の関係

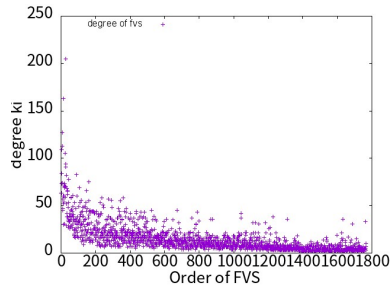
図 4.29: FVS と K-core の関係



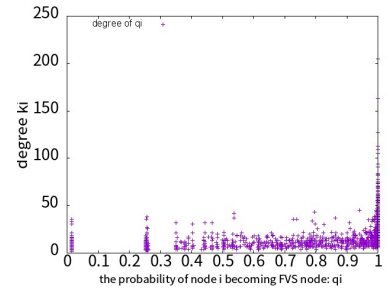
(a) Hep-Th、FVS の発見順と次数の関係



(b) Hep-Th、FVS の q_i 値と次数の関係

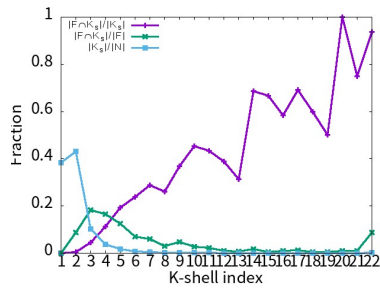


(c) PGP、FVS の発見順と次数の関係

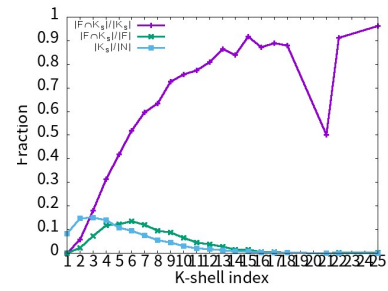


(d) PGP、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.30: 次数と FVS

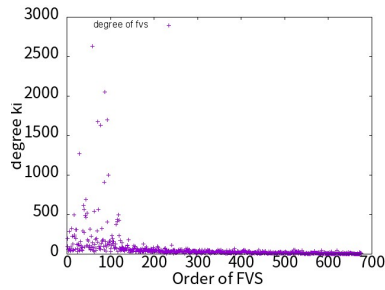


(a) As-Caida、FVS と K-core の関係

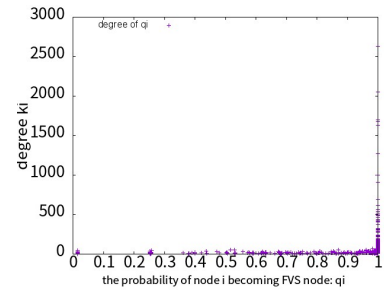


(b) Cond-Mat、FVS と K-core の関係

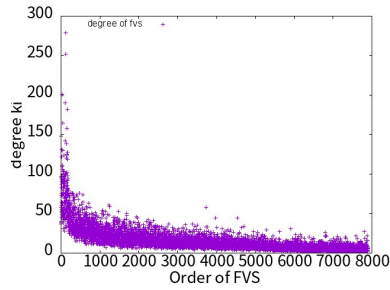
図 4.31: FVS と K-core の関係



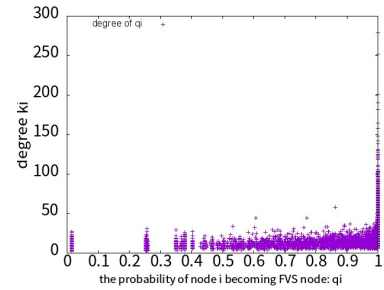
(a) As-Caida、FVS の発見順と次数の関係



(b) As-Caida、FVS の q_i 値と次数の関係

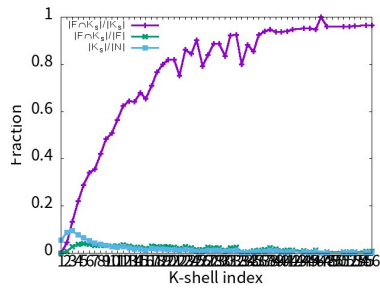


(c) Cond-Mat、FVS の発見順と次数の関係

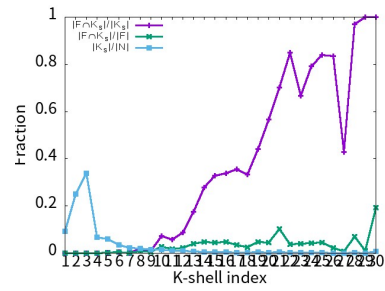


(d) Cond-Mat、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.32: 次数と FVS

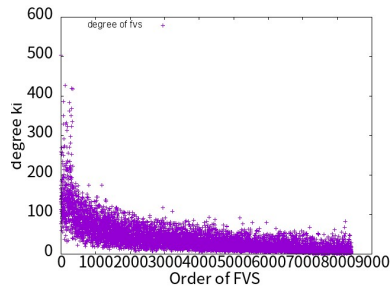


(a) ASTrophy、FVS と K-core の関係

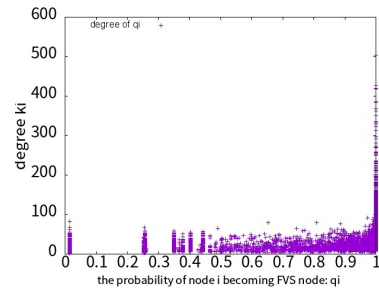


(b) Spanish、FVS と K-core の関係

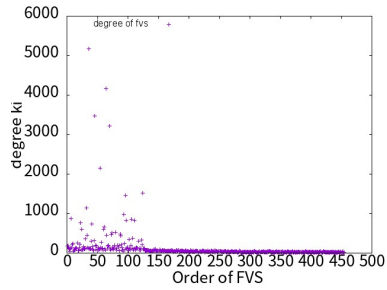
図 4.33: FVS と K-core の関係



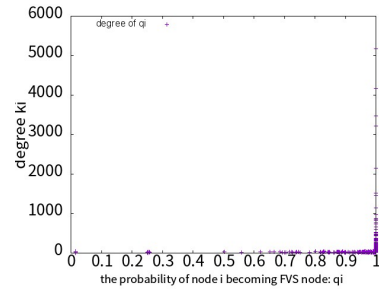
(a) ASTrophy、FVS の発見順と次数の関係



(b) ASTrophy、FVS の q_i 値と次数の関係



(c) Spanish、FVS の発見順と次数の関係



(d) Spanish、FVS の q_i 値と次数の関係

図 4.34: 次数と FVS

第5章 結論

本研究ではFVSとK-core及び次数とFVSの関係明らかにするため、修正変更モデルで構築したネットワークと、現実のネットワーク上のそれぞれに対して、次数相関、頑健性、ループ、次数とK-coreについて調べた。

以下、得られた結果をまとめる。

- 深層の shell 中のノードにFVSが含まれやすい。従って、ループが頑健性や拡散性に強く影響し得ることを示唆した。
- 本研究で扱うネットワーク、スケールフリーネットワークと玉ねぎ状ネットワークに対して、次数とFVSの関係について、次数が大きいノードがFVSになりやすい。他のネットワークに対しては今後検討することが必要である。

発表論文・口頭発表

- [1] Liao Fuxuan, and Yukio Hayashi, “ A new relation of k-shell and feedback vertex set ”, International School and Conference on Network Science, no.78, Tokyo, Japan, Jan. 2020.
- [2] Liao Fuxuan, and Yukio Hayashi, “ Identifying a crucial role for robustness and spreading in complex network ”, The 8th International Conference on Complex Network and their Application, no.78, Lisbon, Portugal, Dec. 2019.
- [3] Liao Fuxuan, and Yukio Hayashi, “ 頑健性と拡散性に影響を与えるネットワーク指標の分析 ”, 電子情報通信学会, Hirojima、Japan, Mar, 2020.

参考文献

- [1] Barabási, A. L., Bonabeau, E. Scale-free networks. *Scientific American* 288(5), 60-69 (2003).
- [2] Zhou, H. J. Spin glass approach to the feedback vertex set problem. *The European Physical Journal B* 86(11), 455 (2013).
- [3] Dorogovtsev, S. N., Goltsev, A. V., Mendes, J. F. F. K-core organization of complex networks. *Physical Review Letters* 96(4), 040601 (2006).
- [4] M. Kitsak, L.K. Gallos, S. Havlin, F. Liljeros, L. Muchnik, H.E. Stanley, H.A. Makse. Identification of influential spreaders in complex networks. *Nature Physics* 6 (11), 888-893 (2010).
- [5] Hayashi, Y., Uchiyama, N. Onion-like networks are both robust and resilient. *Scientific Reports* 8 (2018).
- [6] Newman, M. *Networks: an introduction*. Oxford university press, 2010.
- [7] Barabási, A.-L. (青木 薫 訳), 「新ネットワーク思考」, HNK 出版, 2003.
- [8] Vazirani, Vijay V. *Approximation algorithms*. Springer Science Business Media, 2013.
- [9] F. Radicchi. Predicting percolation thresholds in networks. *Phys. Rev. E* 91, 010801(R) (2015).
- [10] <http://incidents.kogus.org/articles/SiyBILu5>, 2003 年北アメリカ大停電.