

修士論文

表面成長による玉葱構造の創発の可能性について

1710263 田中 裕己

主指導教員 林 幸雄
審査委員主査 林 幸雄
審査委員 金井 秀明
Dam Hieu Chi
由井 蘭 隆也

北陸先端科学技術大学院大学
先端科学技術研究科
(知識科学)

平成 31 年 2 月

目次

第1章	はじめに	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究内容と目的	3
1.3	論文の構成	4
第2章	ネットワークの構築モデルについて	5
2.1	ネットワークの用語や分析指標	5
2.2	玉葱状ネットワークの性質と構築モデル	7
2.2.1	スケールフリーネットワークと玉葱状ネットワークの特徴	7
2.2.2	玉葱状ネットワークの構築法	9
2.3	比較検討に用いた構築モデル	10
第3章	表面成長するネットワーク	11
3.1	空間的ノード配置の構築モデル	11
3.2	表面成長するネットワークの構築法	14
3.2.1	表面成長するネットワークの構築法	14
3.2.2	MED-kmin MED-rand の適応するための問題と解決策	16
3.3	表面成長するネットワークの次数相関と次数分布	18
3.3.1	表面成長のないネットワークの次数分布の対比	18
3.3.2	次数相関と隣接の平均次数との比較	21
3.4	表面成長するネットワークの可視化	28
第4章	表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの比較	31
4.1	表面成長する2つの構築法によるネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関の比較	31
4.1.1	MED-kmin での表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関の対比	32
4.1.2	MED-rand での表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関の対比	34
4.1.3	MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークの次数相関での結果の対比	36
4.2	表面成長する2つの構築法によるネットワークと表面成長しないネットワークの頑健性の比較	38

4.2.1	MED-kmin の表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性との結果の対比	38
4.2.2	MED-rand の表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性との結果の対比	40
4.2.3	MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性での結果の対比	41
4.2.4	MED-kmin の表面成長するネットワークの bp 攻撃に対する頑健性との結果の対比	43
4.2.5	MED-rand の表面成長するネットワークの bp 攻撃に対する頑健性との結果の対比	44
4.2.6	MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークの bp 攻撃に対する頑健性での結果の対比	45
4.3	リワイヤリングしたネットワークの頑健性の比較	47
4.3.1	表面成長する MED-kmin での比較	47
4.3.2	表面成長する MED-rand での比較	51
第 5 章	空間的な攻撃での耐性	55
5.1	空間的な攻撃方法と連結性指標	55
5.1.1	空間的な攻撃方法	55
5.1.2	連結性指標	56
5.2	4 隣接の範囲での攻撃	57
5.2.1	MED-kmin	58
5.2.2	MED-rand	61
5.3	8 隣接の範囲での攻撃	64
5.3.1	MED-kmin	65
5.3.2	MED-rand	68
第 6 章	おわりに	71
6.1	表面成長による制約と次数相関, 次数分布, 頑健性への影響	71
6.1.1	ノード配置しながら成長するネットワークの制約	71
6.2	結論	72
	付録	73
	付録 A 表面成長するネットワークの可視化	74
	付録 B 空間的な攻撃での攻撃回数と連結性	80
B.1	MED-kmin	81

B.2 MED-rand	96
謝辭	111
參考文獻	112

目 次

2.1	次数相関の比較	8
2.2	除去率と最大連結成分比	9
2.3	MED-kmin の説明図	10
3.1	DLA モデルについての説明図	13
3.2	Eden モデルや IP モデルについての説明図	13
3.3	表面成長するネットワーク	14
3.4	初期ノードの配置	15
3.5	4 隣接と 8 隣接との成長の違い	16
3.6	4 隣接リンク数 1 での表面成長モデルのノード配置	17
3.7	8 隣接リンク数 2 での表面成長モデルのノード配置	17
3.8	MED-kmin の次数分布の比較	19
3.9	MED-rand の次数分布の比較	20
3.10	DLA モデルでの次数相関と ANND	22
3.11	Eden モデルでの次数相関と ANND	23
3.12	IP モデルでの次数相関と ANND	24
3.13	DLA モデルでの次数相関と ANND	25
3.14	Eden モデルでの次数相関と ANND	26
3.15	IP モデルでの次数相関と ANND	27
3.16	仲介数 $\mu = 4$ と仲介数 $\mu = 0$ の MED-kmin	29
3.17	仲介数 $\mu = 4$ と仲介数 $\mu = 0$ の MED-rand	30
4.1	MED-kmin の次数相関の比較	33
4.2	MED-rand の次数相関の比較	35
4.3	MED-kmin と MED-rand の次数相関の比較	37
4.4	ハブ攻撃に対して表面成長の有無での対比	39
4.5	ハブ攻撃に対して表面成長の有無での対比	40
4.6	ハブ攻撃に対して MED-krand と MED-rand での対比	42
4.7	bp 攻撃に対して表面成長の有無での対比	43
4.8	bp 攻撃に対して表面成長の有無での対比	44
4.9	bp 攻撃に対して MED-krand と MED-rand での対比	46
4.10	MED-kmin のリワイヤリングとの次数相関の比較	48

4.11	MED-kmin のリワイヤリングとのハブ攻撃の比較	49
4.12	MED-kmin のリワイヤリングとの bp 攻撃の比較	50
4.13	MED-rand のリワイヤリングとの次数相関の比較	52
4.14	MED-rand のリワイヤリングとのハブ攻撃の比較	53
4.15	MED-rand のリワイヤリングとの bp 攻撃の比較	54
5.1	MED-kmin の説明図	56
A.1	$\mu = 0$ での MED-kmin と MED-rand	75
A.2	$\mu = 1$ での MED-kmin と MED-rand	76
A.3	$\mu = 2$ での MED-kmin と MED-rand	77
A.4	$\mu = 3$ での MED-kmin と MED-rand	78
A.5	$\mu = 4$ での MED-kmin と MED-rand	79
B.1	MED-kmin dla $\mu = 0$	81
B.2	MED-kmin dla $\mu = 0$	81
B.3	MED-kmin dla $\mu = 0$	81
B.4	MED-kmin dla $\mu = 0$	81
B.5	MED-kmin dla $\mu = 0$	81
B.6	MED-kmin dla $\mu = 0$	81
B.7	MED-kmin dla $\mu = 1$	82
B.8	MED-kmin dla $\mu = 1$	82
B.9	MED-kmin dla $\mu = 1$	82
B.10	MED-kmin dla $\mu = 1$	82
B.11	MED-kmin dla $\mu = 1$	82
B.12	MED-kmin dla $\mu = 1$	82
B.13	MED-kmin dla $\mu = 2$	83
B.14	MED-kmin dla $\mu = 2$	83
B.15	MED-kmin dla $\mu = 2$	83
B.16	MED-kmin dla $\mu = 2$	83
B.17	MED-kmin dla $\mu = 2$	83
B.18	MED-kmin dla $\mu = 2$	83
B.19	MED-kmin dla $\mu = 3$	84
B.20	MED-kmin dla $\mu = 3$	84
B.21	MED-kmin dla $\mu = 3$	84
B.22	MED-kmin dla $\mu = 3$	84
B.23	MED-kmin dla $\mu = 3$	84
B.24	MED-kmin dla $\mu = 3$	84
B.25	MED-kmin dla $\mu = 4$	85
B.26	MED-kmin dla $\mu = 4$	85

B.27	MED-kmin dla $\mu = 4$	85
B.28	MED-kmin dla $\mu = 4$	85
B.29	MED-kmin dla $\mu = 4$	85
B.30	MED-kmin dla $\mu = 4$	85
B.31	MED-kmin eden $\mu = 0$	86
B.32	MED-kmin eden $\mu = 0$	86
B.33	MED-kmin eden $\mu = 0$	86
B.34	MED-kmin eden $\mu = 0$	86
B.35	MED-kmin eden $\mu = 0$	86
B.36	MED-kmin eden $\mu = 0$	86
B.37	MED-kmin eden $\mu = 1$	87
B.38	MED-kmin eden $\mu = 1$	87
B.39	MED-kmin eden $\mu = 1$	87
B.40	MED-kmin eden $\mu = 1$	87
B.41	MED-kmin eden $\mu = 1$	87
B.42	MED-kmin eden $\mu = 1$	87
B.43	MED-kmin eden $\mu = 2$	88
B.44	MED-kmin eden $\mu = 2$	88
B.45	MED-kmin eden $\mu = 2$	88
B.46	MED-kmin eden $\mu = 2$	88
B.47	MED-kmin eden $\mu = 2$	88
B.48	MED-kmin eden $\mu = 2$	88
B.49	MED-kmin eden $\mu = 3$	89
B.50	MED-kmin eden $\mu = 3$	89
B.51	MED-kmin eden $\mu = 3$	89
B.52	MED-kmin eden $\mu = 3$	89
B.53	MED-kmin eden $\mu = 3$	89
B.54	MED-kmin eden $\mu = 3$	89
B.55	MED-kmin eden $\mu = 4$	90
B.56	MED-kmin eden $\mu = 4$	90
B.57	MED-kmin eden $\mu = 4$	90
B.58	MED-kmin eden $\mu = 4$	90
B.59	MED-kmin eden $\mu = 4$	90
B.60	MED-kmin eden $\mu = 4$	90
B.61	MED-kmin ip $\mu = 0$	91
B.62	MED-kmin ip $\mu = 0$	91
B.63	MED-kmin ip $\mu = 0$	91
B.64	MED-kmin ip $\mu = 0$	91
B.65	MED-kmin ip $\mu = 0$	91

B.66	MED-kmin ip $\mu = 0$	91
B.67	MED-kmin ip $\mu = 1$	92
B.68	MED-kmin ip $\mu = 1$	92
B.69	MED-kmin ip $\mu = 1$	92
B.70	MED-kmin ip $\mu = 1$	92
B.71	MED-kmin ip $\mu = 1$	92
B.72	MED-kmin ip $\mu = 1$	92
B.73	MED-kmin ip $\mu = 2$	93
B.74	MED-kmin ip $\mu = 2$	93
B.75	MED-kmin ip $\mu = 2$	93
B.76	MED-kmin ip $\mu = 2$	93
B.77	MED-kmin ip $\mu = 2$	93
B.78	MED-kmin ip $\mu = 2$	93
B.79	MED-kmin ip $\mu = 3$	94
B.80	MED-kmin ip $\mu = 3$	94
B.81	MED-kmin ip $\mu = 3$	94
B.82	MED-kmin ip $\mu = 3$	94
B.83	MED-kmin ip $\mu = 3$	94
B.84	MED-kmin ip $\mu = 3$	94
B.85	MED-kmin ip $\mu = 4$	95
B.86	MED-kmin ip $\mu = 4$	95
B.87	MED-kmin ip $\mu = 4$	95
B.88	MED-kmin ip $\mu = 4$	95
B.89	MED-kmin ip $\mu = 4$	95
B.90	MED-kmin ip $\mu = 4$	95
B.91	MED-rand dla $\mu = 0$	96
B.92	MED-rand dla $\mu = 0$	96
B.93	MED-rand dla $\mu = 0$	96
B.94	MED-rand dla $\mu = 0$	96
B.95	MED-rand dla $\mu = 0$	96
B.96	MED-rand dla $\mu = 0$	96
B.97	MED-rand dla $\mu = 1$	97
B.98	MED-rand dla $\mu = 1$	97
B.99	MED-rand dla $\mu = 1$	97
B.100	MED-rand dla $\mu = 1$	97
B.101	MED-rand dla $\mu = 1$	97
B.102	MED-rand dla $\mu = 1$	97
B.103	MED-rand dla $\mu = 2$	98
B.104	MED-rand dla $\mu = 2$	98

B.105 MED-rand dla $\mu = 2$	98
B.106 MED-rand dla $\mu = 2$	98
B.107 MED-rand dla $\mu = 2$	98
B.108 MED-rand dla $\mu = 2$	98
B.109 MED-rand dla $\mu = 3$	99
B.110 MED-rand dla $\mu = 3$	99
B.111 MED-rand dla $\mu = 3$	99
B.112 MED-rand dla $\mu = 3$	99
B.113 MED-rand dla $\mu = 3$	99
B.114 MED-rand dla $\mu = 3$	99
B.115 MED-rand dla $\mu = 4$	100
B.116 MED-rand dla $\mu = 4$	100
B.117 MED-rand dla $\mu = 4$	100
B.118 MED-rand dla $\mu = 4$	100
B.119 MED-rand dla $\mu = 4$	100
B.120 MED-rand dla $\mu = 4$	100
B.121 MED-rand eden $\mu = 0$	101
B.122 MED-rand eden $\mu = 0$	101
B.123 MED-rand eden $\mu = 0$	101
B.124 MED-rand eden $\mu = 0$	101
B.125 MED-rand eden $\mu = 0$	101
B.126 MED-rand eden $\mu = 0$	101
B.127 MED-rand eden $\mu = 1$	102
B.128 MED-rand eden $\mu = 1$	102
B.129 MED-rand eden $\mu = 1$	102
B.130 MED-rand eden $\mu = 1$	102
B.131 MED-rand eden $\mu = 1$	102
B.132 MED-rand eden $\mu = 1$	102
B.133 MED-rand eden $\mu = 2$	103
B.134 MED-rand eden $\mu = 2$	103
B.135 MED-rand eden $\mu = 2$	103
B.136 MED-rand eden $\mu = 2$	103
B.137 MED-rand eden $\mu = 2$	103
B.138 MED-rand eden $\mu = 2$	103
B.139 MED-rand eden $\mu = 3$	104
B.140 MED-rand eden $\mu = 3$	104
B.141 MED-rand eden $\mu = 3$	104
B.142 MED-rand eden $\mu = 3$	104
B.143 MED-rand eden $\mu = 3$	104

B.144	MED-rand eden $\mu = 3$	104
B.145	MED-rand eden $\mu = 4$	105
B.146	MED-rand eden $\mu = 4$	105
B.147	MED-rand eden $\mu = 4$	105
B.148	MED-rand eden $\mu = 4$	105
B.149	MED-rand eden $\mu = 4$	105
B.150	MED-rand eden $\mu = 4$	105
B.151	MED-rand ip $\mu = 0$	106
B.152	MED-rand ip $\mu = 0$	106
B.153	MED-rand ip $\mu = 0$	106
B.154	MED-rand ip $\mu = 0$	106
B.155	MED-rand ip $\mu = 0$	106
B.156	MED-rand ip $\mu = 0$	106
B.157	MED-rand ip $\mu = 1$	107
B.158	MED-rand ip $\mu = 1$	107
B.159	MED-rand ip $\mu = 1$	107
B.160	MED-rand ip $\mu = 1$	107
B.161	MED-rand ip $\mu = 1$	107
B.162	MED-rand ip $\mu = 1$	107
B.163	MED-rand ip $\mu = 2$	108
B.164	MED-rand ip $\mu = 2$	108
B.165	MED-rand ip $\mu = 2$	108
B.166	MED-rand ip $\mu = 2$	108
B.167	MED-rand ip $\mu = 2$	108
B.168	MED-rand ip $\mu = 2$	108
B.169	MED-rand ip $\mu = 3$	109
B.170	MED-rand ip $\mu = 3$	109
B.171	MED-rand ip $\mu = 3$	109
B.172	MED-rand ip $\mu = 3$	109
B.173	MED-rand ip $\mu = 3$	109
B.174	MED-rand ip $\mu = 3$	109
B.175	MED-rand ip $\mu = 4$	110
B.176	MED-rand ip $\mu = 4$	110
B.177	MED-rand ip $\mu = 4$	110
B.178	MED-rand ip $\mu = 4$	110
B.179	MED-rand ip $\mu = 4$	110
B.180	MED-rand ip $\mu = 4$	110

表 目 次

1.1	様々なネットワークに見られるスケールフリー性	1
2.1	次数相関の比較	8
2.2	頑健性の比較	9
5.1	kmin-dla-ran4 連結性指標 C	58
5.2	kmin-dla-hub4 連結性指標 C	58
5.3	kmin-dla-mitu4 連結性指標 C	58
5.4	kmin-eden-ran4 連結性指標 C	59
5.5	kmin-eden-hub4 連結性指標 C	59
5.6	kmin-eden-mitu4 連結性指標 C	59
5.7	kmin-ip-ran4 連結性指標 C	60
5.8	kmin-ip-hub4 連結性指標 C	60
5.9	kmin-ip-mitu4 連結性指標 C	60
5.10	rand-dla-ran4 連結性指標 C	61
5.11	rand-dla-hub4 連結性指標 C	61
5.12	rand-dla-mitu4 連結性指標 C	61
5.13	rand-eden-ran4 連結性指標 C	62
5.14	rand-eden-hub4 連結性指標 C	62
5.15	rand-eden-mitu4 連結性指標 C	62
5.16	rand-ip-ran4 連結性指標 C	63
5.17	rand-ip-hub4 連結性指標 C	63
5.18	rand-ip-mitu4 連結性指標 C	63
5.19	kmin-dla-ran8 連結性指標 C	65
5.20	kmin-dla-hub8 連結性指標 C	65
5.21	kmin-dla-mitu8 連結性指標 C	65
5.22	kmin-eden-ran8 連結性指標 C	66
5.23	kmin-eden-hub8 連結性指標 C	66
5.24	kmin-eden-mitu8 連結性指標 C	66
5.25	kmin-ip-ran8 連結性指標 C	67
5.26	kmin-ip-hub8 連結性指標 C	67
5.27	kmin-ip-mitu8 連結性指標 C	67

5.28	rand-dla-ran8 連結性指標 C	68
5.29	rand-dla-hub8 連結性指標 C	68
5.30	rand-dla-mitu8 連結性指標 C	68
5.31	rand-eden-ran8 連結性指標 C	69
5.32	rand-eden-hub8 連結性指標 C	69
5.33	rand-eden-mitu8 連結性指標 C	69
5.34	rand-ip-ran8 連結性指標 C	70
5.35	rand-ip-hub8 連結性指標 C	70
5.36	rand-ip-mitu8 連結性指標 C	70

第1章 はじめに

1.1 研究背景

繋がりや相互作用をもつ多数の要素によって構成される様々なシステムは、要素をノード、要素同士の繋がりや相互作用をリンクとして表すことでネットワークとして記述ができる。例えば電力網は発電所や変電所をノードとして、送電線をリンクとして表すことができ、神経回路網はニューロンと呼ばれる神経細胞をノード、ニューロン同士で発生する電気信号のやりとりをリンクとして表すことができる。このようにノードとリンクからなるネットワークとして表現することによって、表 1.1 に示す要素や機能が全く異なる様々なネットワークの間に驚くほど共通する構造的性質があることが 1990 年代後半頃以降に複数発見されている [1, 2]。その中で重要な性質の一つとして、少数のノードが他の多くのノードと接続する一方で、大多数のノードが一部のノードとしか接続しないという、次数分布がべき乗則に従うスケールフリー性 (SF; Scale-Free) があげられる [5]。スケールフリーネットワークはネットワークサイズが大きくても、次数が極端に大きいハブを有するため、ホップ数で測った短い経路の意味での効率的な Small-World (SW) 性 [6] をもつ。しかしながら、スケールフリーネットワークは一様ランダムなノード選択による攻撃には強い [?] にもかかわらず、スケールフリー構造をもつ現実の多くのネットワークの連結性は悪意あるハブ攻撃（次数が大きい順にノード除去を行う攻撃）に対して極めて脆く [10]、数%程度の攻撃でバラバラになってしまう。このように、現実にある多くのネットワーク (1.1) は効率的な SW 性と連結耐性の意味での強い頑健性の両方を同時に持たない。

スケールフリーネットワークが結合耐性の意味で頑健性が弱いことが明らかに

表 1.1: 様々なネットワークに見られるスケールフリー性

社会的関係	知人関係, 企業間取引, 映画の共演, 論文の引用, 性的関係, 言語
インフラ技術	インターネット (ルータ及び AS レベル), WWW, 航空路線網, 電力網, 電子メールの送受信
生物系	神経回路網, 遺伝子やエネルギー代謝の反応系, 食物連鎖

なって以降しばらくは、最適な頑健性がをもつ構造が何かについては未解決であったが、正の次数相関を持つことを特徴とする玉葱状構造に、最適に近い頑健性があることがコンピューターシミュレーションと理論の双方のパーコレーション解析によって発見された [3, 7, 8]. 玉葱状構造は、次数の大きい順に中心から周辺に、同心円上にノード配置すると、正の次数相関を強くする同程度の次数をもつノードの結合傾向が強く玉葱状に可視化されることからそう呼ばれる. この玉葱状構造をもつネットワークは、現状の多くの脆弱なスケールフリーネットワークに代わる頑健な次世代のネットワークとして期待でき、ノード追加による成長を基本とする現実的な玉葱状構造の構築モデルも複数提案されている [15, 4]. しかしながら、これらの構築モデルを空間上にノード配置を行い、表面成長させながら自己組織化する方法の例は少なく [9], 多くは知られていない. 現実にあるネットワークには空間的なノード配置が行なわれているネットワークが多く、空間的なノード配置を行った場合に、結合耐性の意味で頑健性が強いネットワークができるかどうかを調べることは非常に重要である. 本研究は未だ表面成長させた場合でも玉葱状構造が分かっていない構築モデルで空間的なノード配置を行い表面成長させた場合に玉葱状構造が創発するかについてコンピューターシミュレーションを用いて調査した.

関連研究として、局所的な部分コピー操作を基本として、ネットワークを成長させながら玉葱状構造を自己組織化させる方法 [4] が提案され、DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの空間的なノード配置を行い表面成長させた場合にも玉葱状構造が創発することが確認されている [15]. 本研究はコピー操作以外で玉葱状構造を自己組織化する MED-kmin モデル [15] に基づいて、DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの空間的なノード配置を行い表面成長させた場合にも玉葱状構造が創発することが確認する.

1.2 研究内容と目的

玉葱状構造を自己組織化し生成するネットワークは複数発見されているが、ノード配置を行いながら玉葱状構造を自己組織化するネットワークは構築法は少ない。本研究では、ノード配置を行いながら自己組織化するネットワークが高い頑健性をもつ玉葱状構造を創発する可能性についてシミュレーション実験を通じて調べる。本研究ではコピー操作以外で玉葱状構造を自己組織化する MED-kmin モデルに基づくノード配置を行いながら自己組織化するネットワークでも玉葱状構造が創発する可能性を示すことを目的とする。

実験では、玉葱状構造を自己組織化するネットワークとして知られている MED-kmin モデルに対して、ノード配置を行いながら成長させ、玉葱状構造をもつネットワークができるかについて、いくつかの指標を用いて調べた。

1.3 論文の構成

第2章 ネットワークの用語や分析手法を説明し，スケールフリーネットワークと玉葱状ネットワークの性質を説明した分析手法を用いて比較して，玉葱状ネットワークの性質を述べる．また，玉葱状ネットワークの構築法とそれとの比較に用いるネットワークの構築法について述べる．

第3章 玉葱状ネットワークの構築モデルと比較に用いるネットワークの構築モデルをDLAモデル, Edenモデル, IPモデルのノード配置で成長させる構築法について述べ，次数分布，隣接の平均次数と可視化を示す．

第4章 表面成長するネットワークの頑健性と次数相関を表面成長しないネットワークと対して結果について述べる．また，リワイヤリングした場合の対比についても述べる．

第5章 表面成長するネットワークへの空間的な攻撃方法に対する連結指標を結果について述べる．

第6章 表面成長による制約と表面成長での玉葱状ネットワークについて述べる．

第2章 ネットワークの構築モデルについて

本章では、2.1節で本研究で扱うネットワークの基本的な用語や分析指標を、2.2節で表面成長させるネットワークの構築モデルとそのネットワークの特徴をスケールフリーネットワークと比較し説明する。2.3節にはMED-kminの仲介数先の接続の性質を比較検討できるモデルを導入し、構築法の説明をする。

2.1 ネットワークの用語や分析指標

本研究で議論するネットワークは、頂点(ノード)の集合 $V = \{1, 2, 3, \dots, i, j, \dots, N\}$ とノードをつなぐ辺(リンク)の集合 $E = \{e_{ij}\}$ からなり、グラフ理論におけるグラフとほぼ同じ意味とする。また、リンクの両辺が1つのノードに繋がる自己ループ(self loop)、2つのノード間に複数のリンクをする多重辺(multiple edges)を認めない単純グラフ(simple graph)とする。本論文では頂点の事をノード、辺の事をリンクと呼ぶことにする。ネットワークの構造は隣接行列 \mathbf{A} を使って表す事ができ、その要素はノード ij 間にリンクが存在する場合は $A_{ij} = 1$ 存在しない場合は $A_{ij} = 0$ とする。リンクの向きを考慮する場合は有向グラフ(digraph:directed graph)、考慮しない場合は無向グラフ(undirected graph)とよぶが、本研究で扱うネットワークは、特に言及しない限り無向グラフとする。

ネットワークを分析する際、様々な分析指標を用いて議論される。以下に、本研究で扱う分析指標として、次数、次数相関、結合耐性を評価する頑健性指標について述べる。

次数 (Degree)

あるノード i の次数 k_i は、そのノードのリンク数のことであり、以下のように定義される。

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad (2.1)$$

リンク1つに対して次数は2つずつ増えるため、総リンク数 M とすると、全ノードの次数の合計は $\sum_{i=1}^N k_i = 2M$ となる。ネットワークを分析する上では、ある次

数 k をもつノードの存在確率 $p(k)$ の分布である次数分布 (degree distribution) がどのような分布に従うかが重要であるため、次数分布を用いて議論することが多い。

次数相関 (Degree-degree correlations)

次数相関とは隣接するノード間の次数の相関のことであり Pearson の相関係数をリンク両端のノードの次数に対して適応することで以下のように定義される [12].

$$r = \frac{\sum_{ij}(A_{ij} - k_i k_j / 2M) k_i k_j}{\sum_{ij}(k_i \delta_{ij} - k_i k_j / 2M) k_i k_j} \quad (2.2)$$

δ_{ij} は Kronecker のデルタであり $i = j$ のとき 1 に、 $j \neq i$ のとき 0 である。また、式 (2.2) を変形することで次式が得られる。

$$r = \frac{S_1 S_e - S_2^2}{S_1 S_3 - S_2^2} \quad (2.3)$$

ここで、

$$S_1 = \sum_i k_i, \quad S_2 = \sum_i k_i^2, \quad S_3 = \sum_i k_i^3, \quad S_e = \sum_{ij} A_{ij} k_i k_j \quad (2.4)$$

とした。

範囲は $-1 \leq r \leq 1$ であり、 r の値が正の時は次数が同じノード同士の繋がる傾向があり、逆に値が負の時は次数が異なるノード同士の繋がる傾向があり、次数が同じノード同士の繋がる傾向は小さい。

結合耐性を評価する頑健性指標

ネットワークの結合体制を評価する指標として、以下のような頑健性指標 R を考える。頑健性指標 R はノード除去を行ったとき、ネットワークの連結性がどの程度まで保たれているかを評価する。具体的には、ネットワークのノードを割合 q だけ除去した場合に除去率ごとの最大連結成分比の総和を頑健性指標 R として評価をする。以下に頑健性指標 R の式を示す。

$$R = \sum_{q=1/N}^1 S(q)/N \quad (2.5)$$

ここで、 N はネットワークの初期ノード数で、 $S(q)$ はノード除去率 q がの時の最大連結成分 (GC:Ginat Component) である。最大連結成分は連結してるネットワークの最大ノード数である。 $S(q)/N$ が最大連結成分比になり、除去率 q の範囲は $0 < q < 1$ である。本研究では除去ノードの攻撃法として、次数が高いハブと呼ばれるノードを優先してノード除去を行うハブ攻撃 [1]、ループを多く仲介するノー

ドに対し優先してノード除去を行う，現状で最悪のダメージを与える **bp** 攻撃 [15] を行った．

2.2 玉葱状ネットワークの性質と構築モデル

本研究では成長しながら玉葱状ネットワークを生成する方法の一つである MED-kmin モデル [15] に対して表面成長の仕組みを加えた，本節では玉葱状ネットワークの性質をスケールフリーネットワークと対比しながら 2.1 節で述べた解析手法を用いて説明する．また，表面成長するネットワークの基盤となる MED-kmin の構築法について述べる．

2.2.1 スケールフリーネットワークと玉葱状ネットワークの特徴

鉄道網，電力網，交通網といった現実にある多くのネットワークは，一部のノードが高い次数を持つ一方，多数のノードがごくわずかなノードとしかリンクしていないような特徴を持つ「スケールフリー構造」をもつネットワークだと知られている．スケールフリー構造をもつネットワークの特徴としてハブ攻撃に非常に脆い事が分かっている．一方で，次数が高いノード同士と次数が低いノード同士が結合しやすく，次数が大きいノードを中心に次数が小さい順に同心円上にノードを配置することで玉葱のような多層構造が現れることから玉葱構造と呼ばれるネットワークと呼ばれるネットワークのが，2011年にコンピューターシミュレーションと理論の双方のパーコレーション解析によって発見され，この玉葱構造をもつネットワーク（以後，玉葱状ネットワーク onion-like network と呼ぶ）は正の次数相関を有しハブ攻撃に強い耐性を持つことが分かっている [3]．以下ではこのような性質の玉葱状ネットワークを MED-kmin モデル，スケールフリーネットワークを BA モデルを用いてコンピューターシミュレーションから得られた結果を元に説明する．シミュレーションデータは特に言及しない限り 100 回平均での結果である．以下に，スケールフリーネットワークの次数分布を両対数グラフ (図 2.1(a)) で，玉葱状ネットワークの次数分布を片対数グラフ (図 2.1(b)) で示す． k が次数であり， $P(k)$ が次数 k の存在確率である．

図 2.1 で示したようにスケールフリーネットワークはべき乗分布に従い，玉葱状ネットワークは指数分布に従っている．また，スケールフリーネットワークの最大次数は玉葱状ネットワークの最大次数と比べて非常に大きいことが分かる．

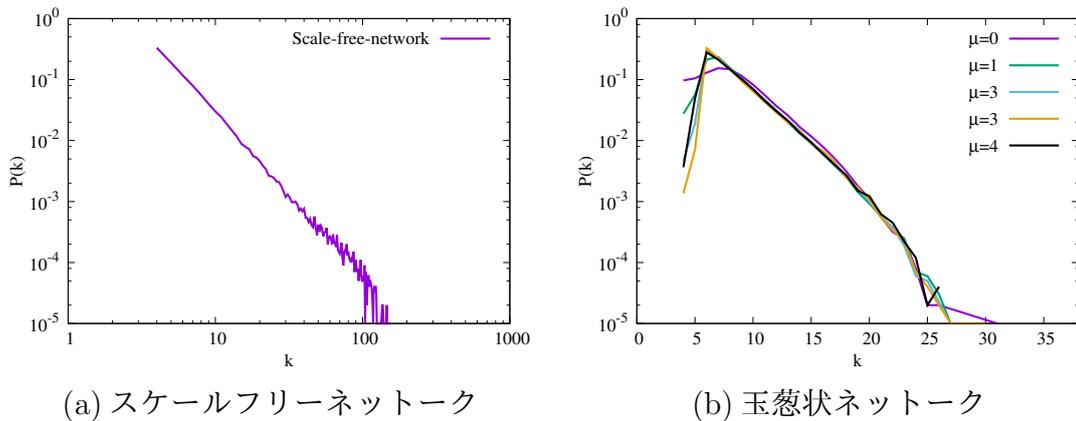


図 2.1: 次数相関の比較

また、表 2.1 にあるように次数相関もスケールフリーネットワークは負の相関になってる一方、玉葱状ネットワークの次数相関は高い事が確認することが出来る。

表 2.1: 次数相関の比較

ネットワーク	次数相関 r
スケールフリーネットワーク	-0.061131
玉葱状ネットワーク ($\mu = 0$)	0.395783
玉葱状ネットワーク ($\mu = 1$)	0.372372
玉葱状ネットワーク ($\mu = 2$)	0.360697
玉葱状ネットワーク ($\mu = 3$)	0.359967
玉葱状ネットワーク ($\mu = 4$)	0.344505

さらに次数が大きい順にノード除去を行うハブ攻撃での頑健性についても表 2.2 にあるようにスケールフリーネットワークと比較すると玉葱状ネットワークが約 1.6 倍高くなっており、図 2.2 にある縦軸が最大連結成分比 $S(q)/N$ 、横軸が除去率 q のグラフから分かるように玉葱状ネットワークはノード除去率が 0.6 で最大連結成分比がほぼ 0 となり、バラバラになるのに対してスケールフリーネットワークではノード除去率が 0.4 で最大連結成分比がほぼ 0 となっており、連結性がスケールフリーネットワークは玉葱状ネットワークより弱いことが分かる。

表 2.2: 頑健性の比較

ネットワーク	頑健性 R
スケールフリーネットワーク	0.233401
玉葱状ネットワーク ($\mu = 0$)	0.372005
玉葱状ネットワーク ($\mu = 1$)	0.368165
玉葱状ネットワーク ($\mu = 2$)	0.375353
玉葱状ネットワーク ($\mu = 3$)	0.373399
玉葱状ネットワーク ($\mu = 4$)	0.372401

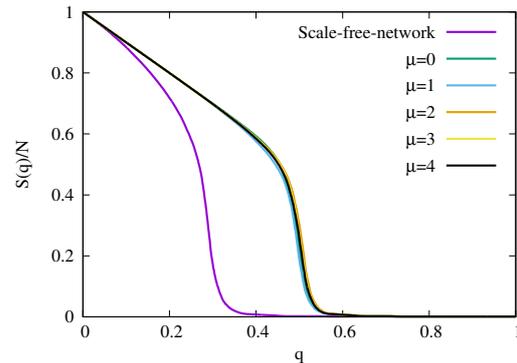


図 2.2: 除去率と最大連結成分比

2.2.2 玉葱状ネットワークの構築法

本研究では玉葱状ネットワークの一つである MED-kmin というネットワーク構築法を用いた。以下に構築手順を Step ごとに示す。また, Step1, Step2 の概略図を示す。

Step0: 時間 $t = 0$ にノード数 N 個の連結な初期ネットワークを構築する。初期ネットワークは, ノードと共に追加されるリンクの数を m とすると, $m + 1$ 以上であればどのようなものでも良いが, 本研究では初期ノード数に $m + 1$ の完全グラフを用いる。

Step1: 毎時間 $t = 1, 2, 3, \dots$ にリンクを m 本もつノードを 1 つネットワークに追加する。

Step2: 追加したノードのリンクをランダムに選択した既存ノードと, ランダムに選択された既存ノードから仲介数 $\mu + 1$ ホップ離れた既存ノード集合 (ランダムに選択された既存ノードから深さ $\mu + 1$ にある既存ノード集合) から最小次数のノード (最小の次数が複数ある場合は最小の次数からランダムにノードを選ぶ) に接続する。ランダムに選択された既存ノードから仲介数 $\mu + 1$ ホップ離れた既存ノード集合が存在しない場合は, それより一つ小さい仲介数だけ離れた既存ノード集合の, 最小次数のノードに接続する。これを 1 つのノードに対して $m/2$ 回繰り返す。但し, 多重辺と自己ループはここでは禁止して再試行する。

Step3: 目的のノード数に達するまで Step1 と Step2 を繰り返す。

本研究では仲介数 $\mu = 0, 1, 2, 3, 4$, でのシミュレーションを行った。

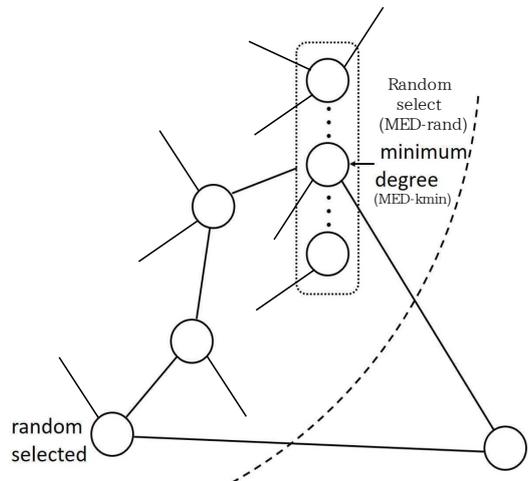


図 2.3: MED-kmin の説明図

2.3 比較検討に用いた構築モデル

本研究では，MED-kmin の仲介数先に接続するリンクがどのように影響を及ぼしているかについて比較検討するために，MED-rand の構築法 [15] を取り入れた．MED-kmin ではランダムに選択された既存ノードから仲介数 $\mu + 1$ ホップ離れた既存ノード集合の最小の次数に対して接続するが，MED-rand の構築モデルはランダムに選択された既存ノードから仲介数 $\mu + 1$ ホップ離れた既存ノード集合から一様ランダムに選択して接続する方法をとる．また，仲介数は同様に $\mu = 0, 1, 2, 3, 4$ ，である．

第3章 表面成長するネットワーク

本章では、3.1節では表面成長の典型的な構築モデルを説明し、コピー操作に基づくネットワーク構造の表面成長と同様 [4] に MED-kmin と MED-rand の2つのネットワークを DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの3つのノード配置を行って表面成長させるネットワークについての構築法を 3.2 節に説明する. 3.3 節ではそれぞれの表面成長でできた MED-kmin, MED-rand のネットワークの特徴として次数相関, 隣接の平均次数と次数分布を示す. また, それらの表面成長するネットワークを可視化して 3.4 節に示す.

3.1 空間的ノード配置の構築モデル

空間成長の典型的な型である DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの3つのモデルを用いて表面成長するネットワークの空間的ノード配置を行った. それぞれのモデルについて以下で述べる. 3つのモデルはフラクタルな性質があることが知られている. これらは空間的な広がる成長として典型的な例として, 本研究ではこの3つの空間的な広がりをもつ表面成長を用いた.

DLA モデル

DLA(diffusion-limited aggregation ; 拡散に支配された凝集体) モデルは, コロイド粒子などのブラウン運動する粒子 (ブラウン粒子) が凝集・付着して大きなクラスターを形成するモデルとして提案されたものであり, DLA は単にコロイド粒子の凝集だけでなく, メッキなど電気化学分野で知られている電析, 稲妻などの誘電破壊, 流体界面の不安定性に関係する粘性突起 (ヴィスカス・フィンガリング), 樹枝状結晶成長, バクテリアのコロニー成長など, 多種多様な現象に深く関係している事が知られている [16].

ネットワークにおける DLA モデルのノード配置は, 中央から方位状に伸びていくような形をした鉄道網や道路網などの拡散的に広がるネットワークを意味する. 四角格子上での DLA モデルの構築法を Step ごとに以下に示す. また, その概略図を図 3.1 に示す.

Step0: 図 3.1 の黒色の点の様に格子状の中央に初期ノードを配置する.

Step1: 半径 r の任意の点を選びそこから上下左右にランダムウォークさせる。

Step2: ランダムウォークさせたノードの上下左右が既存ノード集合に接触した場合に既存ノードと接続し既存ノード集合が成長する。一方、ランダムウォークさせたノードが半径 R の外に出た場合は Step1 に戻る。(図 3.1 の S_1 の点から時刻 t_1 に発生させランダムウォークさせる。中央のノードにランダムウォークしているノードの上下左右の四隣接が接触するとそこに付着し成長する。逆に図 3.1 の S_2 の点から時刻 t_2 に発生させランダムウォークさせ、ランダムウォークさせたノードが半径 R の外に出た場合は Step1 に戻る。)

Step3: 所望ノード数 N に達するまで Step1 と Step2 を繰り返す。

Eden モデル

この成長モデルは 1958 年に Eden によって、細胞のコロニー成長を模倣したものと提案された。Eden モデルは成長するランダム・パターンの最も基本的なモデルとして、腫瘍や癌の増殖の様子などのモデル化、布に溢したインクのシミの広がりなどをシミュレーションできる。

ネットワークとしては、細胞分裂のように最近接ノードに、特に障害等なく拡張していく場合に相当する。

Eden モデルの構築法を Step ごとにして以下に示す。また、その概略図を図 3.2 に示す。

Step0: 図 3.2 にある黒色の点の様に格子状の中央に初期ノードを配置する。

Step1: 図 3.2 にある様に、既存ノードの上下左右の位置を一様ランダムに選択しノードを追加する。

Step2: 所望ノード数 N に達するまで Step1 を繰り返す。

IP モデル

侵入型パーコレーションモデル (Invasion Percolation model: IP model) は岩石のような多孔質の物体に液体が浸透していく様子をあらわすモデルである。例として、石油の採掘でボーリングして岩石に水を注ぎ浸透した水が石油を一箇所に追い込みそこから石油を取り出す際に、岩石に水が浸透していくときの様子をあらわすものが上げられる。ネットワークとしては、このモデルは山や湖などのような障害を避けて成長するノード配置に相当する。

IP モデルの構築法を Step ごとにして以下に示す。また、その概略図を図 3.2 に示す。

Step0: 図 3.2 にあるような黒色の点の様に格子状の中央に初期ノードを配置する.

Step1: 図 3.2 にある様に, 既存ノードの上下左右の位置に 0 から 1 までの値を一様ランダムに付与する.

Step2: Step1 で付与された値の中で最小の値の位置にノードを追加して成長する.

Step3: 所望ノード数 S に達するまで Step1 と Step2 を繰り返す.

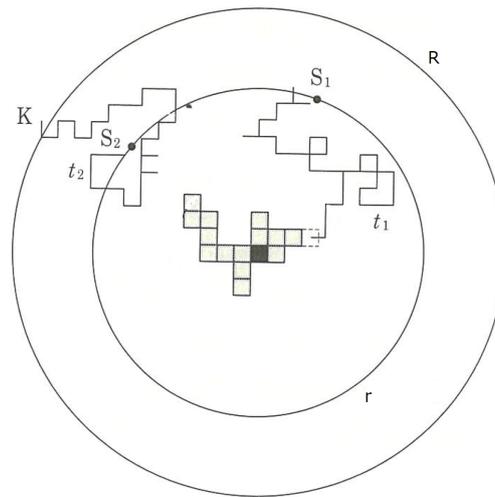


図 3.1: DLA モデルについての説明図

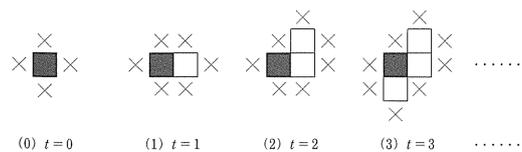


図 3.2: Eden モデルや IP モデルについての説明図

3.2 表面成長するネットワークの構築法

現実にある様々なネットワークには、空間的なノード配置が行われているネットワークが多数存在する。しかし、成長しながら構築された玉葱状ネットワークに対して空間的なノード配置をし、玉葱状構造の性質を保つかどうかの検証を行っている例は少ない。ノード配置のあるネットワークを成長しながら、攻撃に対して強いネットワークを現実構築するには、現実でのネットワークでも求められるようなノード配置を行った場合に、悪意ある攻撃にも強い玉葱状ネットワークを成長しながら構築できるのかを検証する必要がある。その一例として、未だ解明されていないMED-kminの方法を用いて3つのノード配置で表面成長させて検証をする。本節では、DLAモデル、Edenモデル、IPモデルのような空間的なノード配置に基づいてMED-kmin,MED-randのネットワーク構築法が表面成長しないネットワークとどう違うかを成長するネットワークの表面成長について説明する。

3.2.1 表面成長するネットワークの構築法

MED-kmin,MED-randは共にランダムに選択するリンク（図3.3の青色のリンク）と仲介数 μ 先の既存ノード集合と接続するリンク（図3.3の緑色のリンク）の2ペア合計4つのリンク接続を行うが、ランダムにノードを選択し、接続する2つのリンク（図3.3の青色のリンク）が表面に接触して結合する。すなわち、MED-kmin,MED-randの既存ノードからランダムに選ぶ接続が既存ネットワークの表面からしか選択出来ない制約が表面成長では起こる。初期ノードは図3.4に示す隣接するノード数5の完全グラフとする。

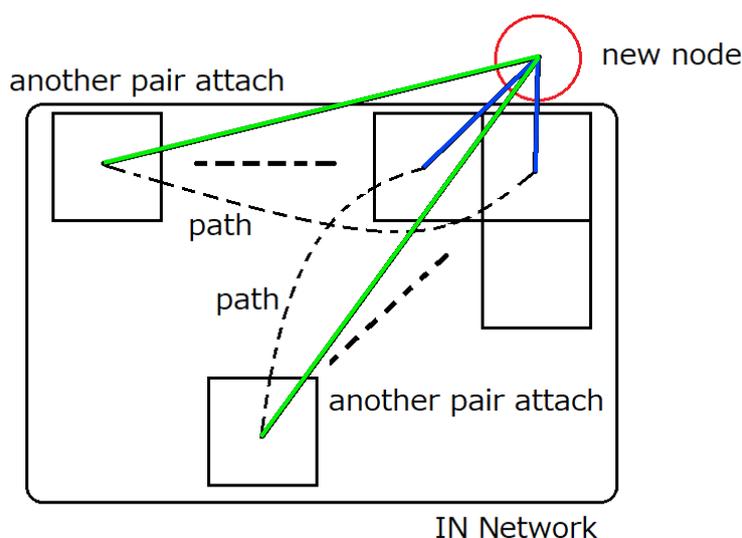


図 3.3: 表面成長するネットワーク

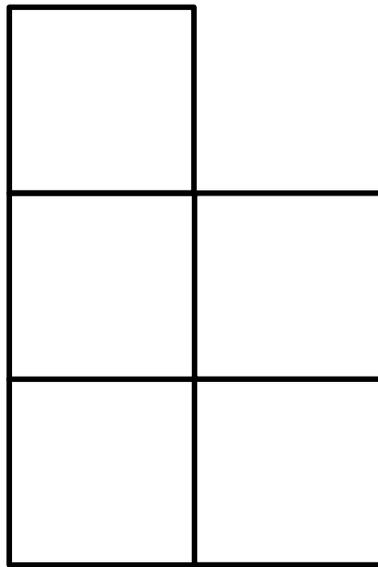


図 3.4: 初期ノードの配置

3.2.2 MED-kmin MED-rand の適応するための問題と解決策

3.2.1 項で説明したように、表面成長する MED-kmin, MED-rand は表面にしか接続ができないリンクが2つある、だが、DLA モデル、Eden モデル、IP モデルは隣接ノードに対して1つしかリンクをしない。そのため上下左右の四隣接のうち2つ接続リンクを持たなければならない。しかし、表面成長する MED-kmin, MED-rand の構築法を適用する場合、上下左右の4隣接から2つのリンクを選ぶ必要があるため図3.5(b)の×印の部分にしかノードが付着できない。つまり、くぼみにしかノードが付着できないため、拡散状に広がるノード配置が行えなく、くぼみにしか付着できない場合四角形のようなくぼみがない形になると成長ができなくなる。そのため上下左右の4隣接から上下左右と斜め上、斜め下の8隣接にした。上下左右の4隣接ではなく上下左右斜めを入れた8隣接にした場合は図3.5(b)の様(赤丸が8隣接にした場合に表面成長する MED-kmin, MED-rand のネットワークが付着できる箇所)に平面な部分からでもノードの成長が出来るため、成長が止まる事がない。だが、8隣接にしてもリンク数が2本だと、4隣接のリンク数1本より成長できる場所が少ない。図3.5(a)の赤丸は4隣接でリンク数1の時に付着が可能な箇所であり、図3.5(b)の赤丸(8隣接にした場合に表面成長する MED-kmin, MED-rand のネットワークが付着できる箇所)と比べると成長できる場所が少ないことが分かる。

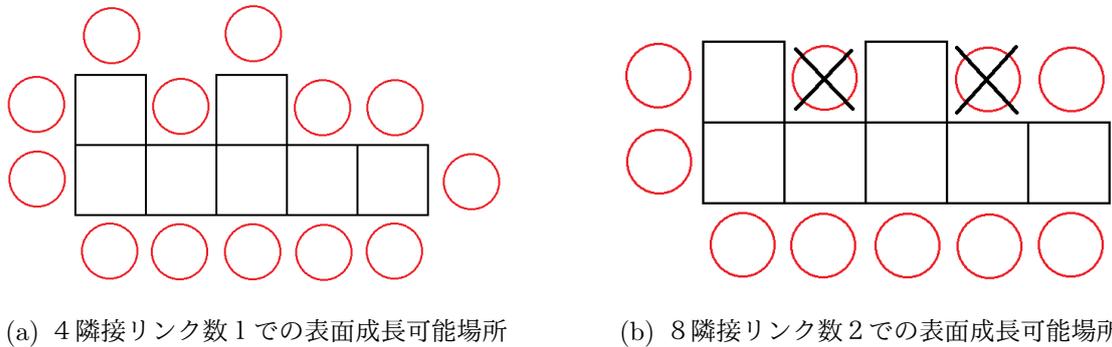
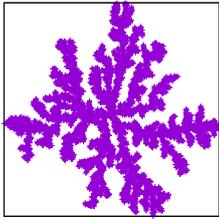
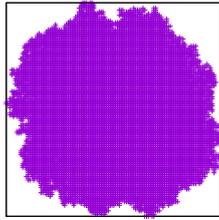


図 3.5: 4 隣接と 8 隣接との成長の違い

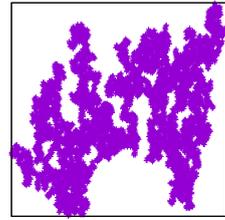
この8隣接を導入することによって DLA モデル、Eden モデル、IP モデルのそれぞれが空間的なノード配置に影響するかを可視化にして確かめたところ、図3.6の4隣接でリンク数1の時に成長させたネットワークのノード配置と図3.7の8隣接でリンク数2の時に成長させたネットワークのノード配置の形状の差は殆ど確認されなかった。しかし、DLA モデルは8隣接ではスケールが4隣接に比べると0.7倍の大きさとなり、スケールが小さくなった。



(a) DLA モデル

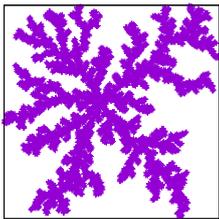


(b) Eden モデル

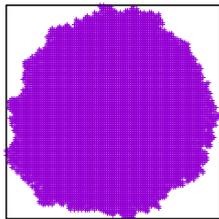


(c) IP モデル

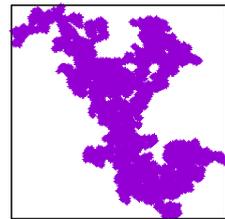
図 3.6: 4 隣接リンク数 1 での表面成長モデルのノード配置



(a) DLA モデル



(b) Eden モデル



(c) IP モデル

図 3.7: 8 隣接リンク数 2 での表面成長モデルのノード配置

3.3 表面成長するネットワークの次数相関と次数分布

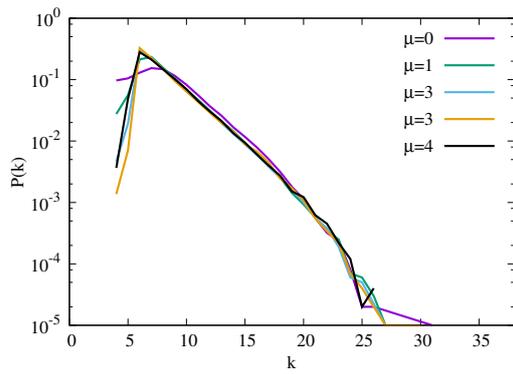
本節では、表面成長するネットワークの構造と表面成長しないネットワークの構造の違いがどう頑健性に影響するを知るために様々な分析手法を用いて比較する。3.3.1 項では次数分布を、3.3.2 項では次数相関と隣接の平均次数について述べる。シミュレーションは全て 100 回平均での結果である。

3.3.1 表面成長のないネットワークの次数分布の対比

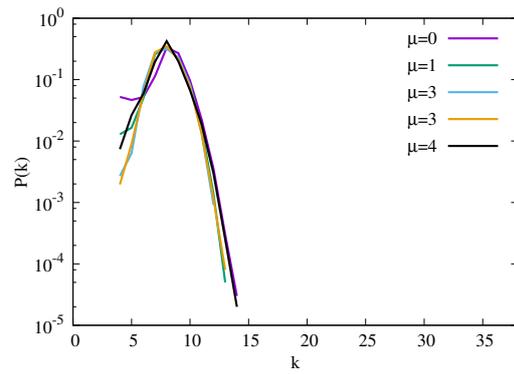
ノード数 1000 の表面成長のない MED-kmin ネットワークと表面成長がある MED-kmin のネットワークの次数分布の対比を図 3.8 に表面成長のない MED-kmin ネットワークと表面成長がある MED-rand のネットワークの次数分布の対比を図 3.9 に示す。

次数分布の最大次数が大きい場合、そのネットワークはハブ攻撃を受けた際、被害が大きいと考えられるため、此处では次数分布の最大次数に注目する。図 3.8(a) 表面成長のないネットワークと MED-kmin の表面成長のあるネットワークを比べると、表面成長のないネットワークは最大次数が約 25 くらいであるが、表面成長する MED-kmin のネットワークは最大次数が 15 であり、表面成長しない方を下回っている。これは、ランダムに選択するノードが既存ネットワーク全体か、既存ネットワークの表面にあるノードかの違いで生じていると考えられる。表面にあるノードは新しいノードのため次数が低く、表面のノードへの接続では高い次数を作ることが難しく、次数が低いためハブ攻撃よる耐性強いと考えられる。

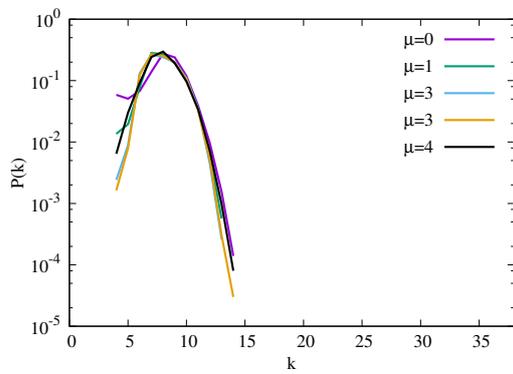
一方、図 3.9(a) 表面成長のないネットワークと MED-rand の表面成長のあるネットワークを比べると、表面成長のあるネットワークは仲介数 $\mu = 0, 1, 2$ では最大の次数が約 30 以上あるが、仲介数 $\mu = 3, 4$ では最大の次数が約 25 以下であり、最大次数が約 25 である表面成長しないネットワークを下回っている。



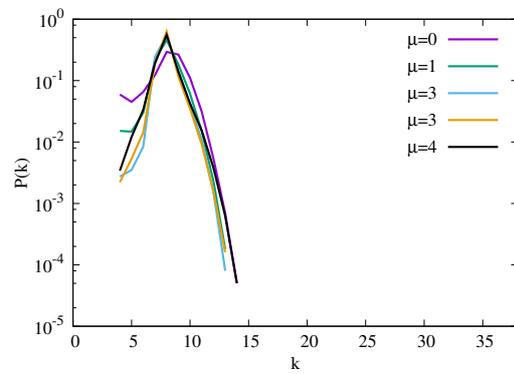
(a) MED-kmin 表面成長なし



(b) MED-kmin DLA モデル

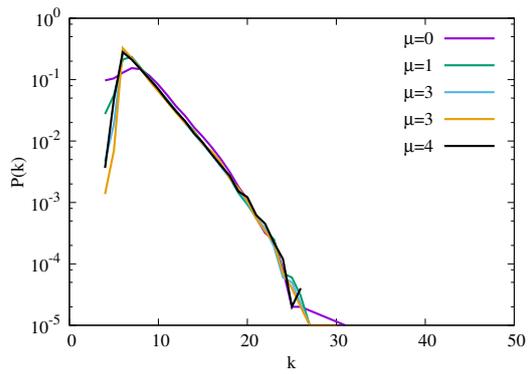


(c) MED-kmin Eden モデル

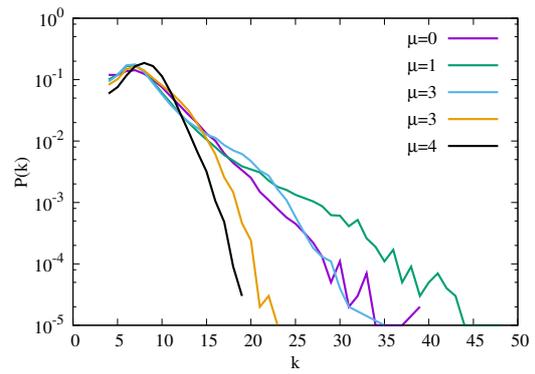


(d) MED-kmin IP モデル

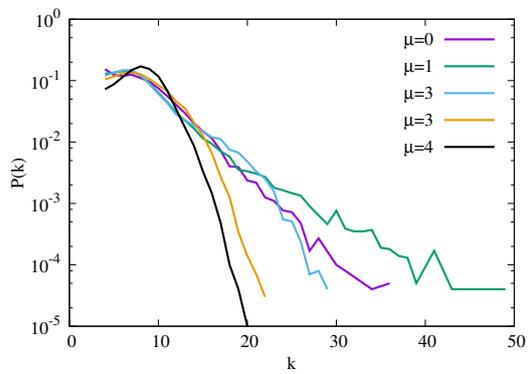
図 3.8: MED-kmin の次数分布の比較



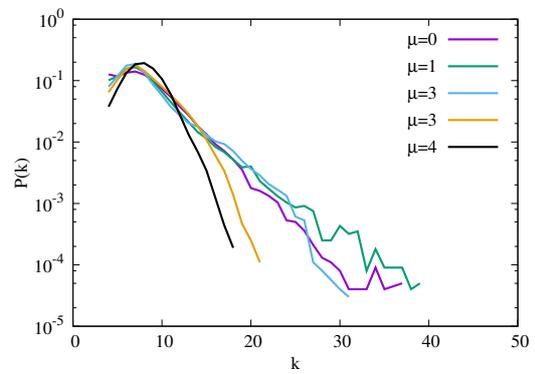
(a) MED-rand 表面成長なし



(b) MED-rand DLA モデル



(c) MED-rand Eden モデル



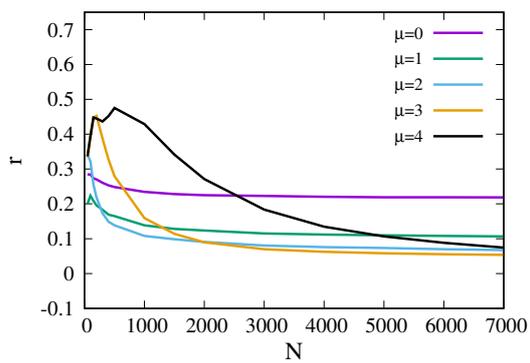
(d) MED-rand IP モデル

図 3.9: MED-rand の次数分布の比較

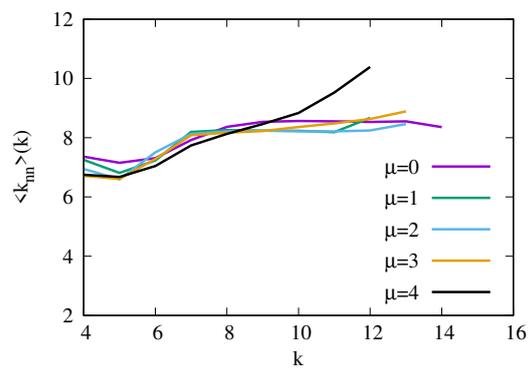
3.3.2 次数相関と隣接の平均次数との比較

次数相関を強めるようなノードを調べるため、次数 k と隣接ノードの平均次数 $\langle k_{nn} \rangle(k)$ (ANND:AverageNearestNeighbor Degree) との関係調べた、ノード数 1000, 5000, 7000 の時のあるノードの次数とそのノードの隣接の平均次数を比較した図をノード数 1000, 5000, 7000 の順に図 3.10(b)(c)(d), 図 3.11(a)(c)(d), 図 3.12(a)(c)(d), 図 3.13(a)(c)(d), 図 3.14(a)(c)(d), 図 3.15(a) に、次数相関を図 3.10(a), 図 3.11(a), 図 3.12(a), 図 3.13(a), 図 3.14(a), 図 3.15(a) に示す。

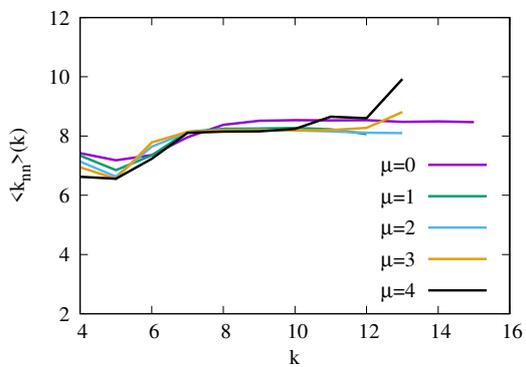
MED-kmin の表面成長のネットワークでは、隣接の平均次数のグラフから分かるように、ノード数 1000, 5000, 7000, DLA モデル, Eden モデル, IP モデルにおいてあまり大きな変化ない。仲介数 μ で比較すると極わずかだが、仲介数 $\mu = 4$ では次数相関を高めるような次数が低い場合には隣接するノードの平均次数も低く、次数が高い場合には隣接するノードの平均次数も高い傾向が見られる。その傾向がノード数 1000 の次数相関にあらわれている。ノード数 5000, 7000 にはその傾向が次数相関にあらわれなかった。考えられる理由として、隣接の平均次数であって、高い次数同士でコアをつくり高い次数のノード同士、低い次数のノード同士で次数相関を高め合ってるかは分からないためだと思われる。MED-rand の表面成長のネットワークでも同様に、ノード数 1000, 5000, 7000, DLA モデル, Eden モデル, IP モデルにおいてあまり大きな変化ない。しかし、MED-kmin に比べると、仲介数 $\mu = 1, 2, 3, 4$ で次数相関を高めるような次数が低い場合には隣接するノードの平均次数も低く、次数が高い場合には隣接するノードの平均次数も高い傾向強く見られた。ノード数 1000, 5000, 7000 の次数相関に対して 4 そのような傾向が影響して次数相関を高めたと考えられる。一方、仲介数 $\mu = 0$ では、次数相関を高めるような次数が低い場合には隣接するノードの平均次数も低く、次数が高い場合には隣接するノードの平均次数も高い傾向は全く見られず。次数相関も非常に低くなっているのが分かる。



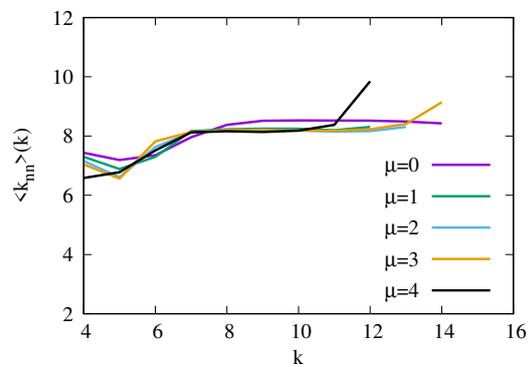
(a) MED-kmin 次数相関



(b) MED-kmin 1k

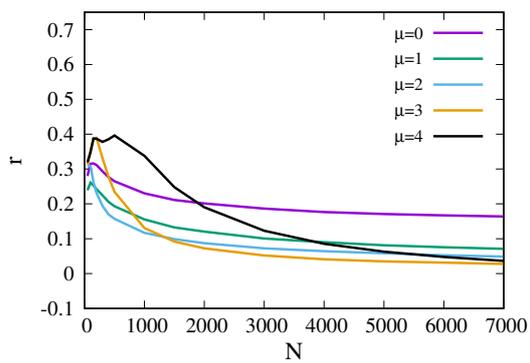


(c) MED-kmin 5k

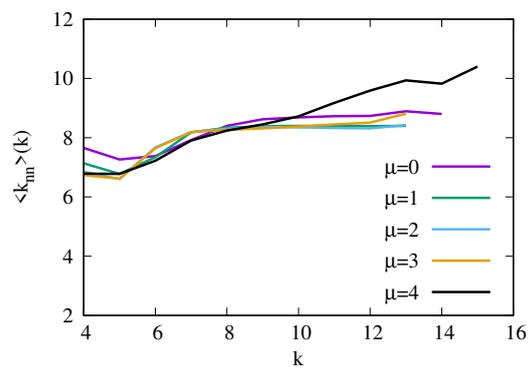


(d) MED-kmin 7k

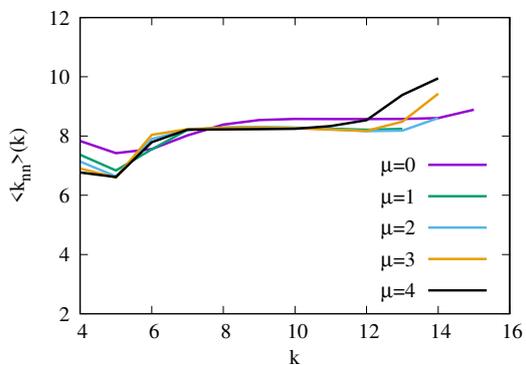
図 3.10: DLA モデルでの次数相関と ANND



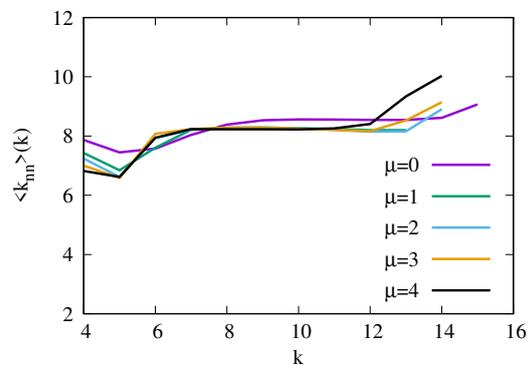
(a) MED-kmin 次数相関



(b) MED-kmin 1k

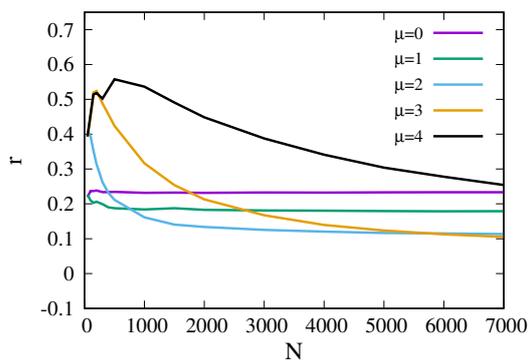


(c) MED-kmin 5k

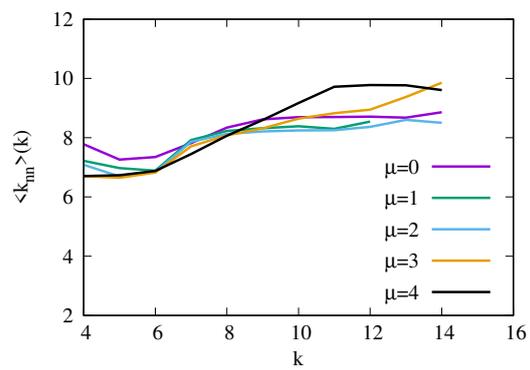


(d) MED-kmin 7k

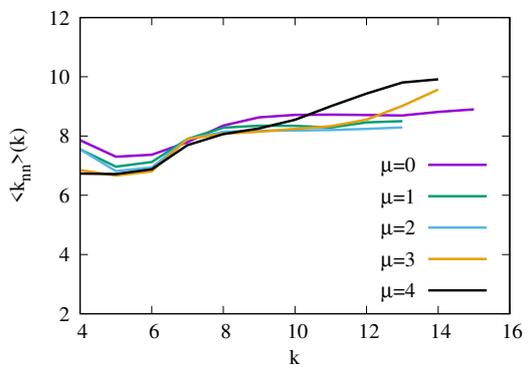
図 3.11: Eden モデルでの次数相関と ANND



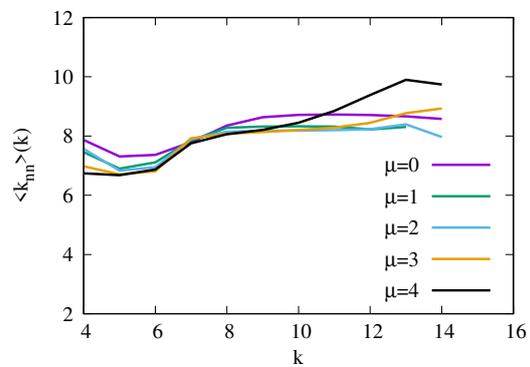
(a) MED-kmin 次数相関



(b) MED-kmin 1k

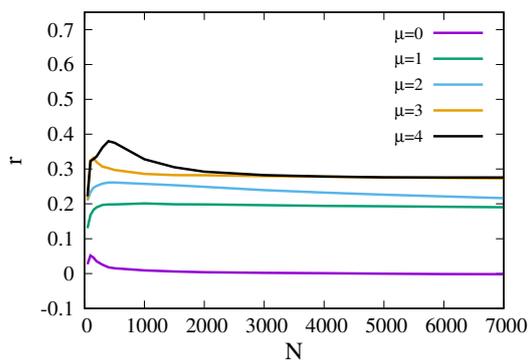


(c) MED-kmin 5k

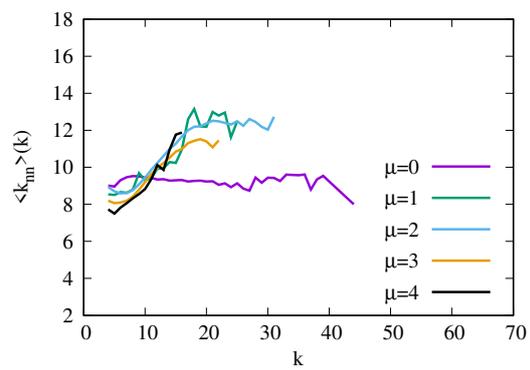


(d) MED-kmin 7k

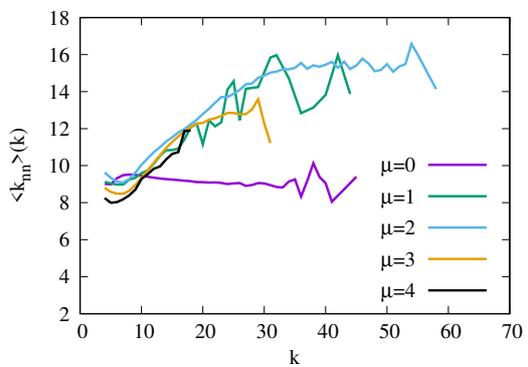
図 3.12: IP モデルでの次数相関と ANND



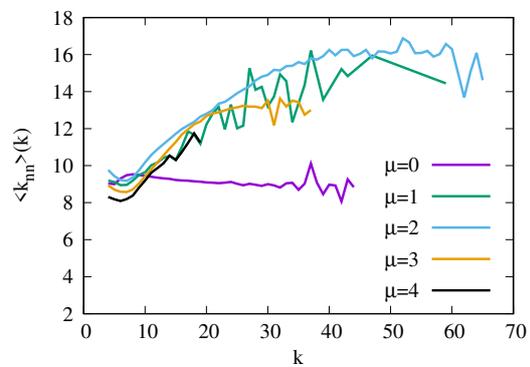
(a) MED-rand 次数相関



(b) MED-rand 1k

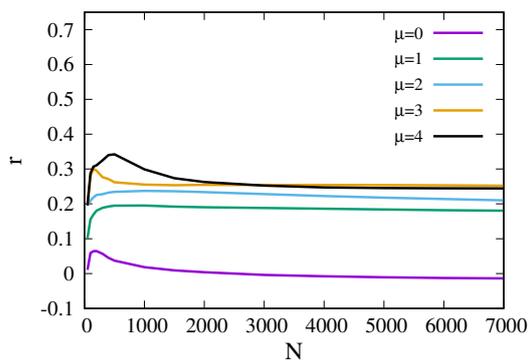


(c) MED-rand 5k

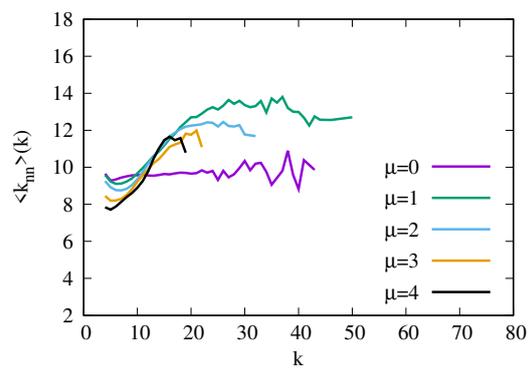


(d) MED-rand 7k

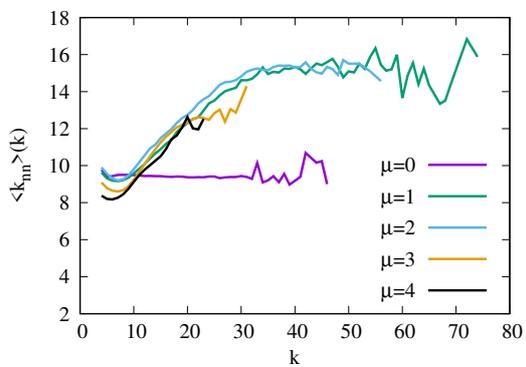
図 3.13: DLA モデルでの次数相関と ANND



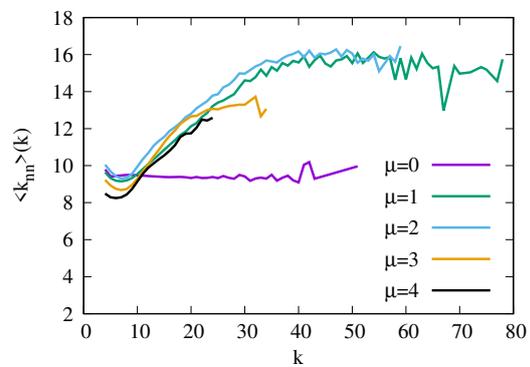
(a) MED-rand 次数相関



(b) MED-rand 1k

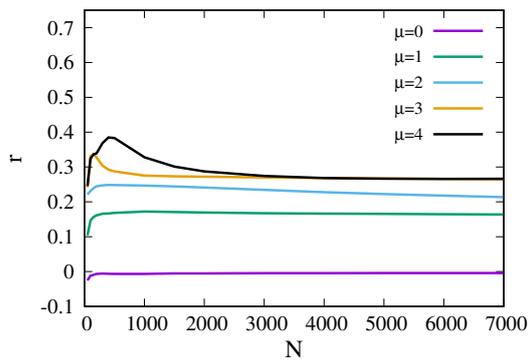


(c) MED-rand 5k

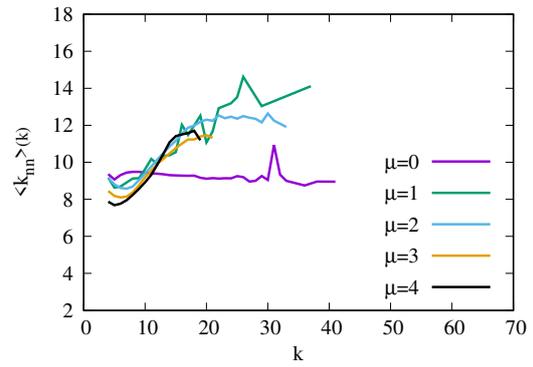


(d) MED-rand 7k

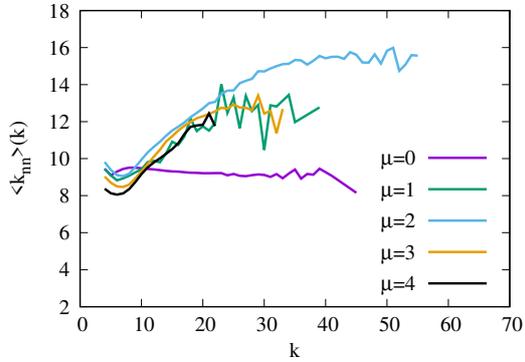
図 3.14: Eden モデルでの次数相関と ANND



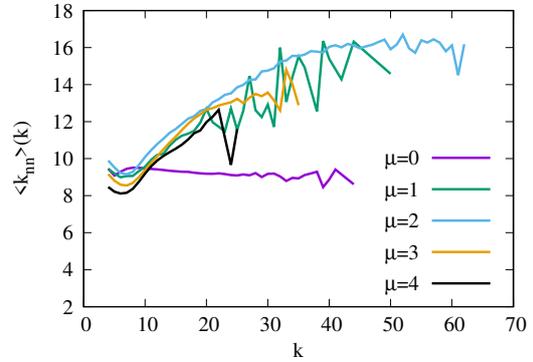
(a) MED-rand 次数相関



(b) MED-rand 1k



(c) MED-rand 5k



(d) MED-rand 7k

図 3.15: IP モデルでの次数相関と ANND

3.4 表面成長するネットワークの可視化

図 A.5 に表面成長させた MED-kmin ノード数 1000 のネットワークを，図 A.1 に表面成長させた MED-rand のノード数 1000 ネットワークの可視化を示す．ここで示すネットワークの空間的な配置を行うモデルは DLA モデル，Eden モデル，IP モデルである．例として，仲介数 $\mu = 0,4$ のときのみここでは示す．他の仲介数での可視化は付録 (付録 A) にて掲載する．次数の 4 がノードを白色，5 ~ 7 を黄色，8 ~ 10 を緑，11 ~ 13 を青，14 ~ 19 を茶色，20 以上を赤色とし，リンクを青色とした．

仲介数 μ での比較

図 A.5(a)(b) および図 A.1(a)(b) に示された図からわかるように，仲介数 μ の値が大きくなると表面同士のリンクが増えることが分かる．また，図 A.5(a)，図 A.1(a) のように表面同士のリンクが少ないとツリー状のネットワークになり攻撃に非常に脆くなることが考えられる．

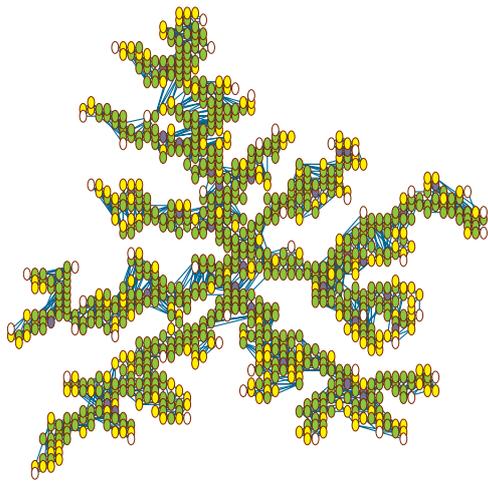
空間的な配置モデルでの比較

DLA モデル，Eden モデル，IP モデルそれぞれネットワークの広がり方が異なっており，特に DLA モデルでの表面成長ネットワークの図 A.5(a)(b) と図 A.1(a)(b) では図 A.5(c)(d) と図 A.1(c)(d) の Eden モデルに比べてネットワークが拡散的に広がっているため表面同士の距離が遠く，仲介数 μ が高い値でないと接続することが難しく，仲介数 $\mu = 0$ のような低い値だとツリー状のネットワークが出来やすいことが考えられる．この理由としては，DLA モデルの仲介数 μ が低い場合だとツリー状のネットワークが出来やすく，頑健性が低い場合が多いと考えられる．

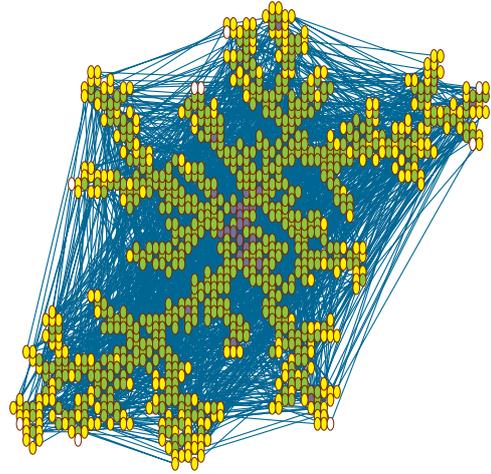
構築モデルでの比較

MED-kmin モデルでの構築法は，表面成長において次数を高めるような接続がないため，次数が高いノードが少ないことが図 A.5 から分かる．そのため次数分布でも確認したが，最大次数も図 A.1 の MED-rand に比べて低いことも分かる．

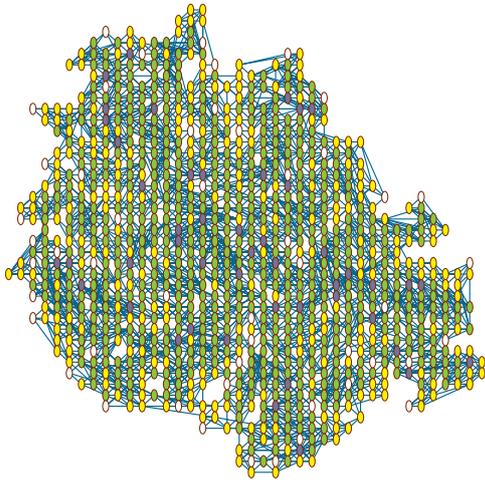
一方で，MED-rand では仲介数先のノードをランダムに選ぶため，古いノードが選ばれやすく，DLA モデルは中央が一番古いノード（初期グラフ）であり，選ばれやすい中央のノードの次数が高くなっていることが分かる (図 A.1)．そのため，次数が高いコアを作り出し，次数の高いノード同士，次数が低いノード同士の結合により，次数相関を高めるような玉葱状構造が期待できる．ただし，中央まで届くだけの仲介数が必要である．



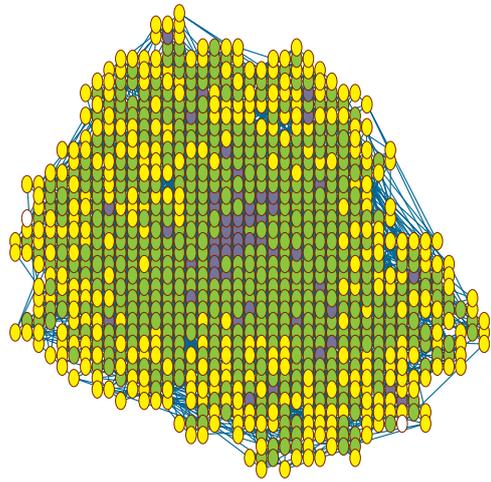
(a) MED-kmin DLA モデル $\mu = 0$



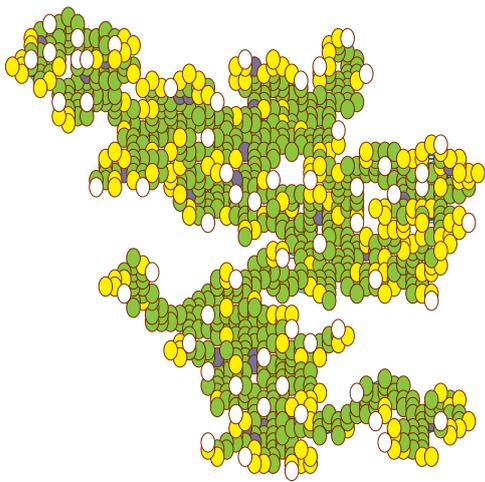
(b) MED-kmin DLA モデル $\mu = 4$



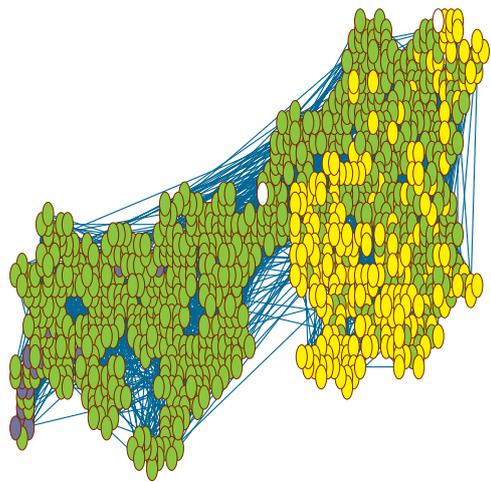
(c) MED-kmin Eden モデル $\mu = 0$



(d) MED-kmin Eden モデル $\mu = 4$

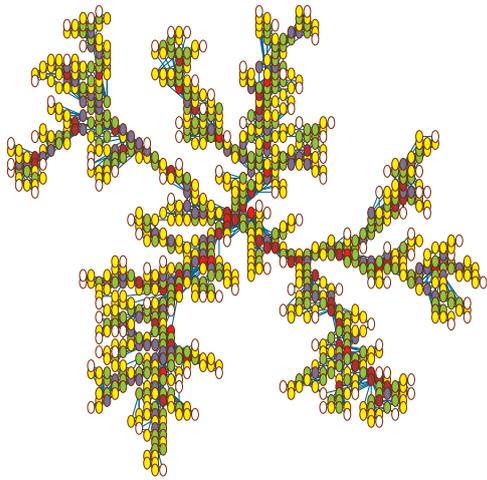


(e) MED-kmin IP モデル $\mu = 0$

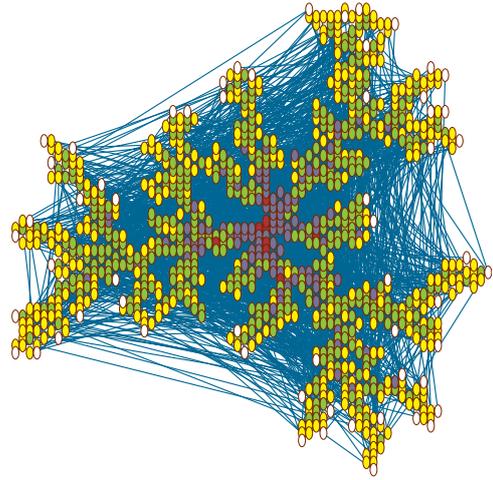


(f) MED-kmin IP モデル $\mu = 4$

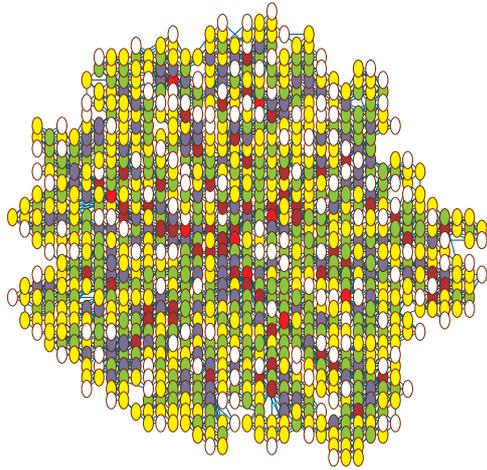
図 3.16: 仲介数 $\mu = 4$ と仲介数 $\mu = 0$ の MED-kmin



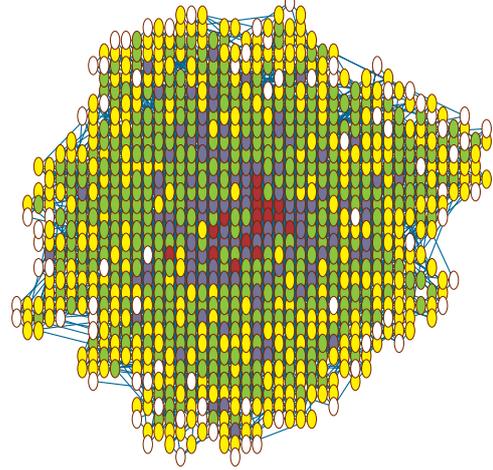
(a) MED-rand DLA モデル $\mu = 0$



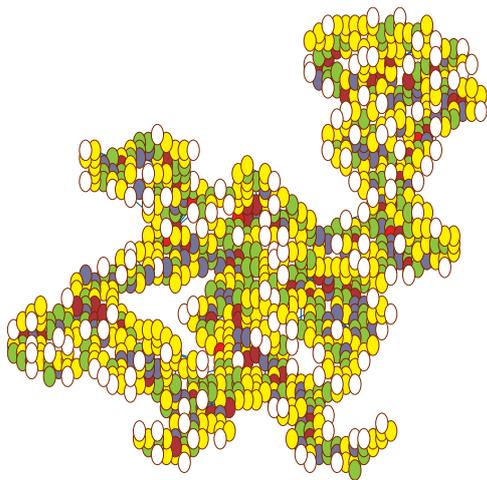
(b) MED-rand DLA モデル $\mu = 4$



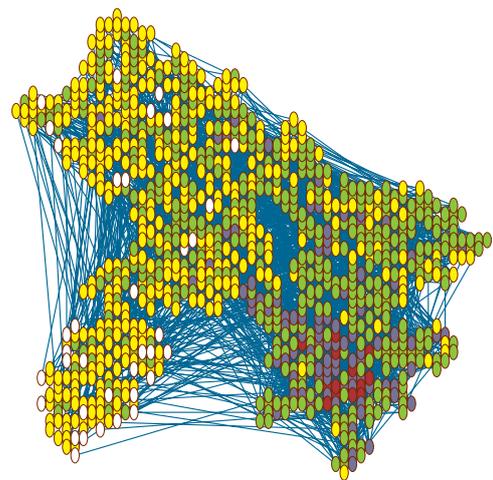
(c) MED-rand Eden モデル $\mu = 0$



(d) MED-rand Eden モデル $\mu = 4$



(e) MED-rand IP モデル $\mu = 0$



(f) MED-rand IP モデル $\mu = 4$

図 3.17: 仲介数 $\mu = 4$ と仲介数 $\mu = 0$ の MED-rand

第4章 表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの比較

本章では、玉葱状構造の創発が起こっているかを検証するために表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関と頑健性についてのシミュレーション結果を比較する。表面成長しないネットワークは MED-kmin モデルのネットワークであり、表面成長するネットワークは MED-kmin モデルと MED-rand モデルを DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの3つの空間的なノード配置で表面成長を行ったものである。それぞれの結果は100回平均で、仲介数 $\mu = 0, 1, 2, 3, 4$ のネットワークで行った。また、結果のグラフはノード数 $N = 50, 100, 150, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000$ での次数相関や頑健性の値である。4.1 節ではそれぞれのネットワークの次数相関の対比を、4.2 節には頑健性の対比について述べた。また、4.3 節では、MED-kmin と MED-rand の表面成長するネットワークに対して正の相関になるようにリンクの張替えを行い、そのネットワークとの頑健性の対比をした。

4.1 表面成長する2つの構築法によるネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関の比較

MED-kmin の構築法を用いた表面成長のないネットワークと MED-kmin の構築法と MED-rand の構築法を DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの3つの空間的なノード配置を適応したネットワークの次数相関を比較する。4.1.1 項で表面成長のないネットワークと MED-kmin の構築法を空間的なノード配置で表面成長させたネットワークの次数相関の対比を、4.1.2 項で表面成長のないネットワークと MED-rand の構築法を空間的なノード配置で表面成長させたネットワークの次数相関の対比を示す。4.1.3 項では表面成長のある MED-kmin と MED-rand の2つのネットワークの次数相関について別の視点で比較をする。

4.1.1 MED-kminでの表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関の対比

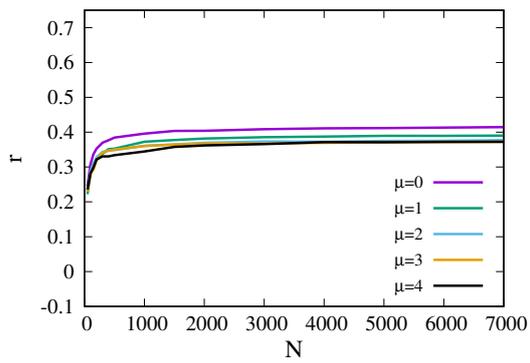
図 4.1 に表面成長のないネットワークと MED-kmin の構築法を空間的なノード配置で表面成長させたネットワークの次数相関の対比を示す。

図 4.1(a) の表面成長しないネットワークではノード数 N の大きくなるのに従い、ごく僅かだが次数相関も高くなっていることが確認できる。それに対し、表面成長させて作ったネットワークはノード数 N が大きくなるに従い次数相関がどの仲介数 μ でのネットワークに対しても減少している。また、表面成長のないネットワークではノード数が 5000 ノードくらいで、次数相関が 0.4 くらいに対して、表面成長があるネットワークはどのノード配置のモデルも次数相関が 0.3 を下回っている。

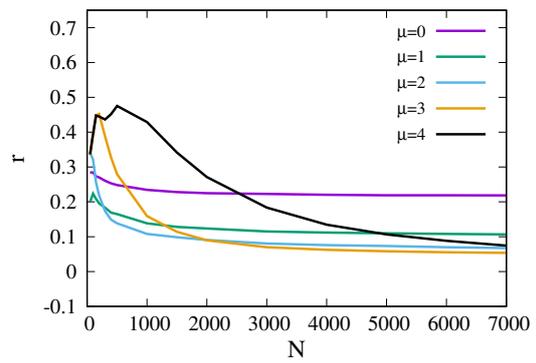
MED-kmin モデルではランダムに選択し、接続するリンクと仲介数先の一番小さいノードに接続するリンクの 2 種類の接続がある。表面成長のない MED-kmin モデルではランダムに選択し接続するリンクが高い次数のノード同士の相関をあげ、仲介数先の一番小さいノードに接続するリンクが低い次数のノード同士の相関をあげることによって次数相関が高いネットワークを構築する。

それに対して、表面成長する MED-kmin モデルでのネットワークは、ランダムに選択し接続するノードが表面のノードとなる。3.4 節ので述べたように新しいノードほど表面に存在するため、次数が低い新しいノードとの接続になりやすい。ゆえに、次数が低いノード同士の接続が多くなる。次数の低いノード同士の結合は増えるが、次数が高い同士のノードの相関をあげることが難しい。

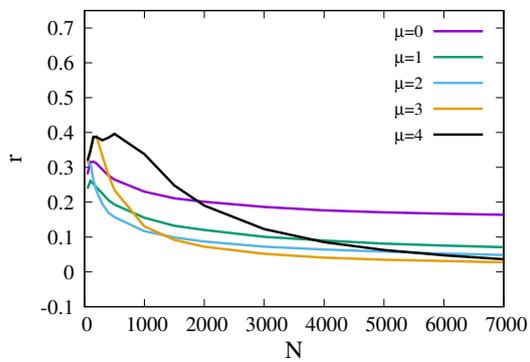
また、仲介数先のノードを選択する接続においても次数が低いノードを優先して選択するためこちらの接続も次数の低いノード同士でしか相関を上げらず、次数が高いノード同士の相関をあげることが難しい、そのため表面成長しないネットワークに対して表面成長するネットワークの次数相関が低くなったと考えられる。



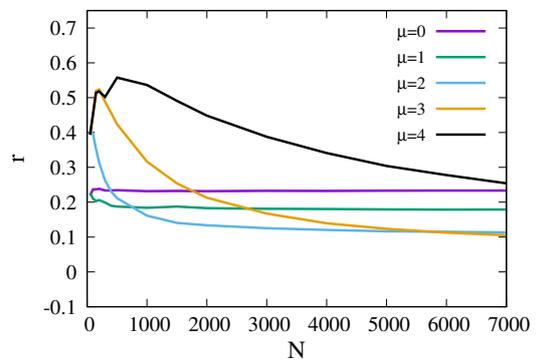
(a) MED-kmin 表面成長なし



(b) MED-kmin DLA モデル



(c) MED-kmin Eden モデル



(d) MED-kmin IP モデル

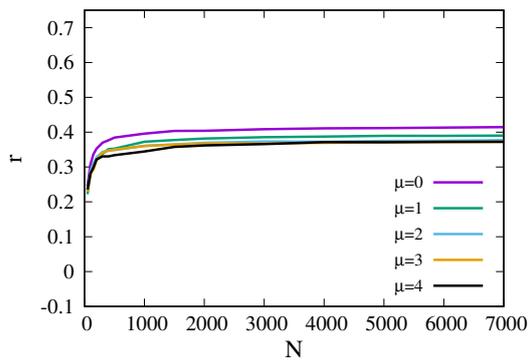
図 4.1: MED-kmin の次数相関の比較

4.1.2 MED-randでの表面成長するネットワークと表面成長しないネットワークの次数相関の対比

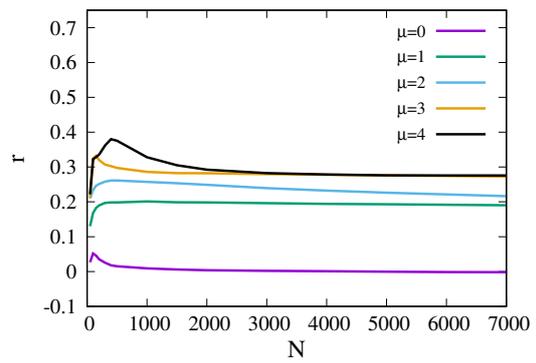
図 4.2 に表面成長のないネットワークと MED-rand の構築法を空間的なノード配置で表面成長させたネットワークの次数相関の対比を示す。

図 4.2(a) の表面成長しないネットワークではノード数 2000 以上で約 0.4 の次数相関があるが、表面成長のあるネットワークの方では一番良いネットワークでも 0.3 程度であることが確認できる。また、表面成長のあるネットワークでは仲介数が少ないネットワークになるにつれて次数相関が低くなっていることが確認できる。特に仲介数 $\mu = 0$ での次数相関は 3 つの表面成長のどのモデルでも低く 0 に近いことが確認される。これは 3.3.2 項でも述べたように隣接するノードの平均次数が、次数が低い場合には隣接するノードの平均次数も低く、次数が高い場合には隣接するノードの平均次数も高い傾向がないことが影響していると考えられる。

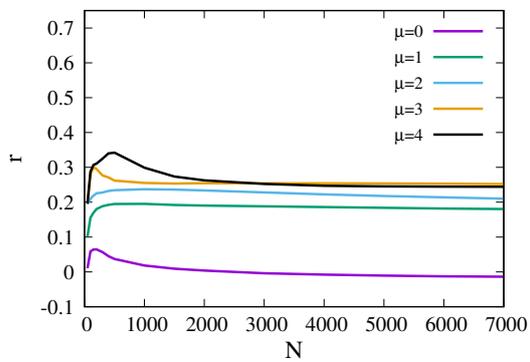
表面成長しない MED-kmin では、ノードをランダムに選択し接続するノードは、古いノードが選択されやすく、古いノードは次数が高く、最も古いノードは完全グラフである初期グラフであるため、次数が高いノード同士での結合も高く次数相関も高くなる。一方、表面成長する MED-rand では、ノードをランダムに選択し接続するノードは、仲介数の先のノードを選ぶという制約があるため、必ずしもランダムに選ぶときに古いノードが選ばれない。表面成長するネットワークは空間的なノード配置に伴い表面のノードと古いノードとの間に距離が生じるそのため、仲介数の多い場合の選択では古いノードが離れていても選択しやすくなり、結合しやすい次数が高いノードができ相関がたかくなるため、仲介数が多い場合は次数相関が高く仲介数が少ない場合だと次数相関が低いのはそのためだと考えられる。



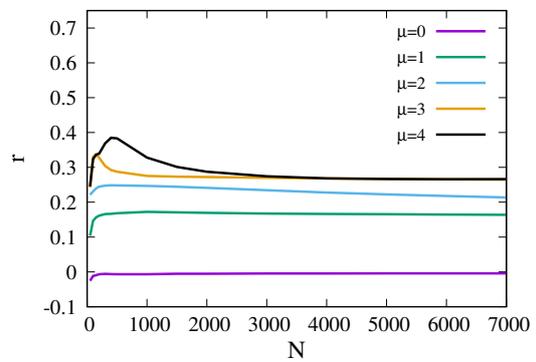
(a) MED-rand 表面成長なし



(b) MED-rand DLA モデル



(c) MED-rand Eden モデル



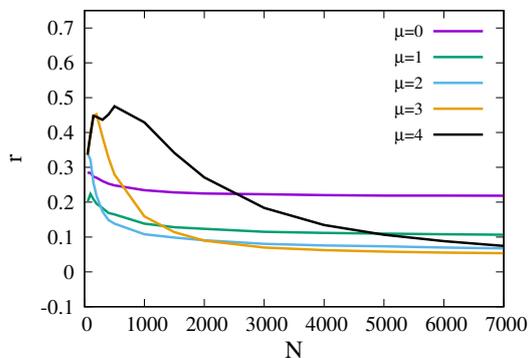
(d) MED-rand IP モデル

図 4.2: MED-rand の次数相関の比較

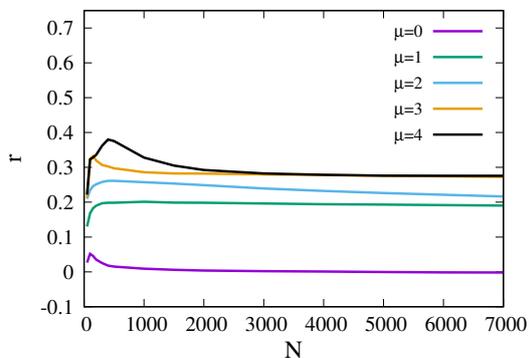
4.1.3 MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークの次数相関での結果の対比

図 4.3 に MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand の構築法で表面成長させたネットワークの次数相関の結果を対比させて示す。

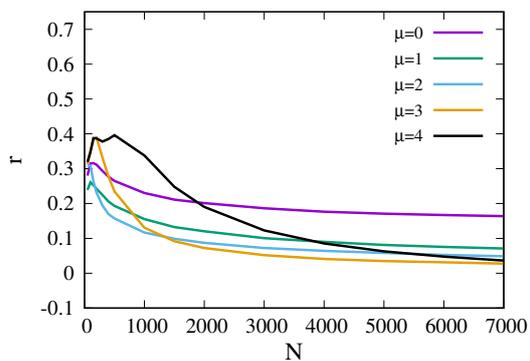
図 4.3 の結果から、MED-kmin での次数相関はネットワークサイズが大きくなるに従い小さくなっており、値もノード数 5000 では空間的なノード配置のどのモデルでも 0.2 程度となっている。一方、MED-rand は殆どノード数の増加での次数相関の減少は見られず、ノード数 5000 での値がどのモデルでも約 0.3 くらいとなっており、MED-kmin での次数相関より高いことが確認できる。これは、MED-kmin には次数が高いノード同士での相関を高めるような接続がないためだと考えられる。一方、MED-rand は仲介数先のノードとの接続でのリンクが次数が高いノード同士の相関を高めていると思われ、次数相関がノード数が増えた場合でも減少しないと考えられる。



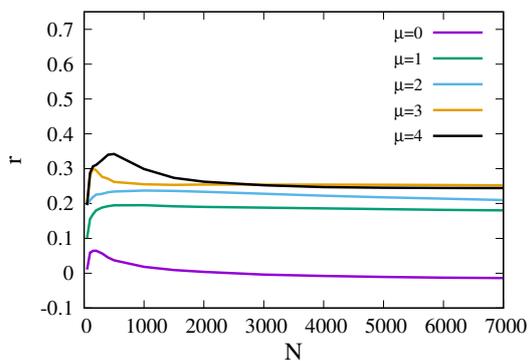
(a) MED-kmin DLA モデル



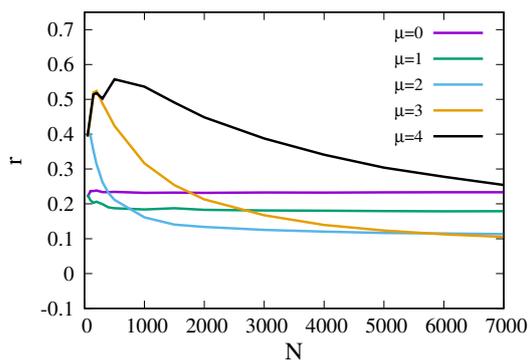
(b) MED-rand DLA モデル



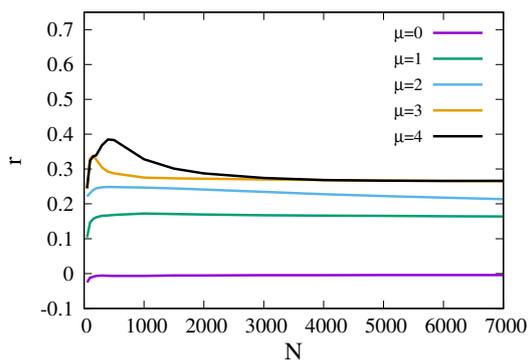
(c) MED-kmin Eden モデル



(d) MED-rand Eden モデル



(e) MED-kmin IP モデル



(f) MED-rand IP モデル

図 4.3: MED-kmin と MED-rand の次数相関の比較

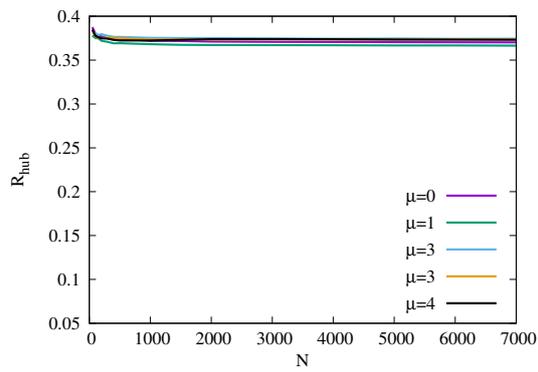
4.2 表面成長する2つの構築法によるネットワークと表面成長しないネットワークの頑健性の比較

MED-kmin の構築法を用いた表面成長のないネットワークと MED-kmin の構築法と MED-rand の構築法を DLA モデル, Eden モデル, IP モデルの3つの空間的なノード配置を適応したネットワークの頑健性を比較する. 表面成長のないネットワークと MED-kmin の構築法を空間的なノード配置で表面成長させたネットワークの, ハブ攻撃による頑健性の対比を 4.2.1 項で, bp 攻撃による頑健性の対比を 4.2.4 項で示し, 表面成長のないネットワークと MED-rand の構築法を空間的なノード配置で表面成長させたネットワークのハブ攻撃による頑健性の対比を 4.2.2 項で, bp 攻撃の頑健性の対比を 4.2.5 項で行う. また, 表面成長する MED-kmin と MED-rand のネットワークのハブ攻撃による頑健性の対比を 4.2.3 項に bp 攻撃による頑健性の対比を 4.2.6 項に別の視点で示す.

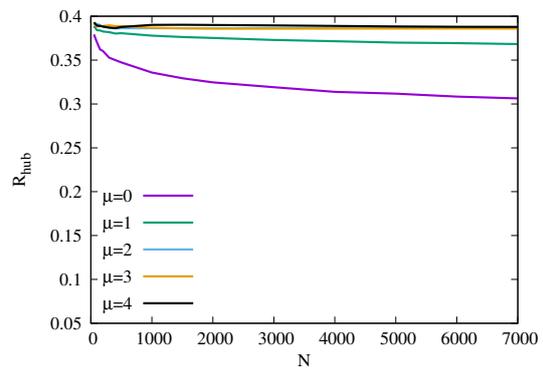
4.2.1 MED-kmin の表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性との結果の対比

図 4.4 に表面成長しないネットワークと MED-kmin の表面成長するネットワークの結果の対比を示す.

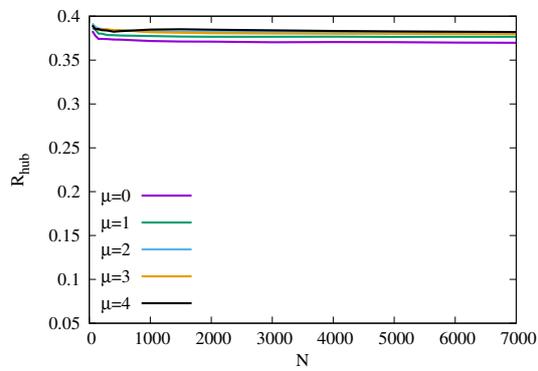
図 4.4 の結果から, 仲介数 $\mu = 0$ を除いて MED-kmin の表面成長するネットワークの頑健性が表面成長ないネットワークより強いことが分かる. これは 3.3.1 項でも述べたように次数が高いノードを生まない構造がハブ攻撃に対して有効であることを考えられるためである. また, 3.4 節でも述べたように仲介数 $\mu = 0$ では表面にあるノードに同士の結合が少なくなることで, ツリー状のネットワーク (図 A.5(a), 図 A.1(a)) になっており, 頑健性が弱くなっていることが考えられる. Eden モデルでは拡散的には広がらないため表面同士の結合がしやすくツリー状のネットワークになりにくいため仲介数 $\mu = 0$ での頑健性があまり下がらないと思われる.



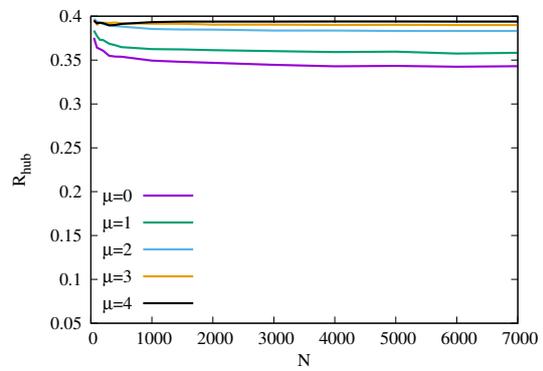
(a) MED-kmin 表面成長なし



(b) MED-kmin DLA モデル



(c) MED-kmin Eden モデル



(d) MED-kmin IP モデル

図 4.4: ハブ攻撃に対して表面成長の有無での対比

4.2.2 MED-rand の表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性との結果の対比

図 4.5 に MED-kmin での表面成長しないネットワークと MED-rand の構築法で表面成長させたネットワークのハブ攻撃に対する頑健性の対比を示す。

図 4.5 の結果から、仲介数 $\mu = 0$ を除いて MED-kmin の表面成長するネットワークの頑健性が表面成長しないネットワークより少し弱いことが分かる。これは 3.3.1 項で述べたように最大次数が少し高いことがハブ攻撃に対して影響したと考えられる。表面成長する MED-kmin と同様に 3.4 節でも述べたように仲介数 $\mu = 0$ では表面にあるノードに同士の結合が少なくなることで、ツリー状のネットワーク (図 A.5(a), 図 A.1(a)) になっており、頑健性が弱くなっていることが考えられる。また、Eden モデルでは拡散的には広がらないため表面同士の結合がしやすくツリー状のネットワークになりにくいため仲介数 $\mu = 0$ での頑健性があまり下がらないと思われる。

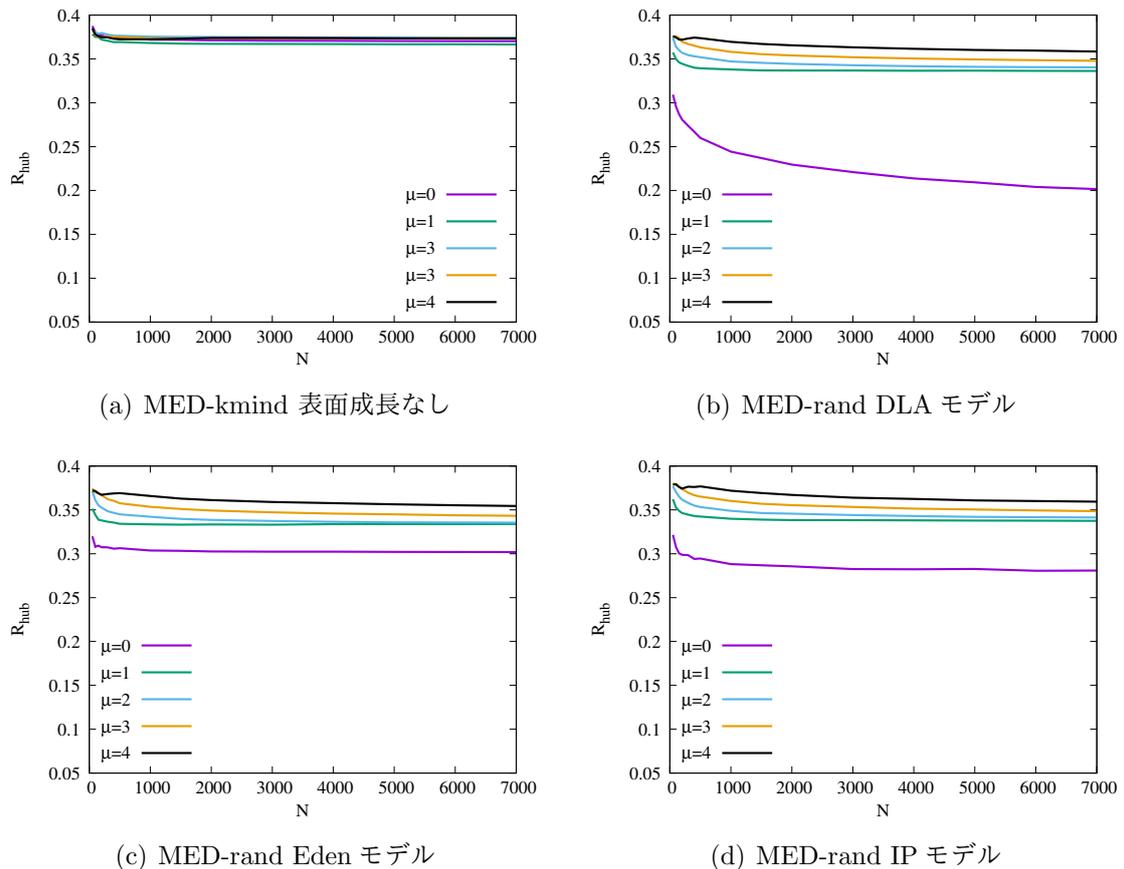
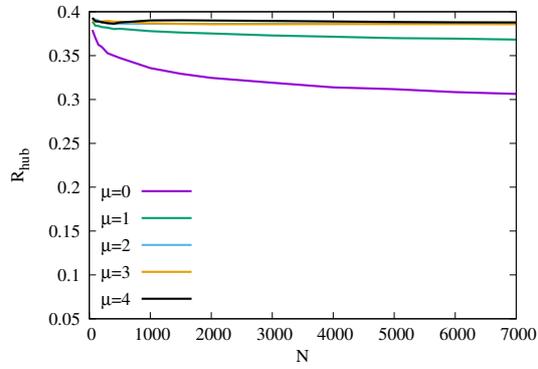


図 4.5: ハブ攻撃に対して表面成長の有無での対比

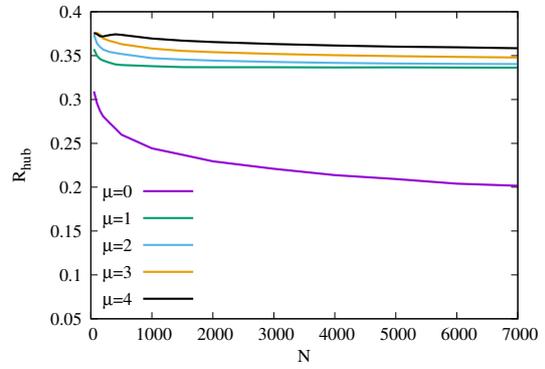
4.2.3 MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性の結果の対比

図 4.6 に先述で示した MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークのハブ攻撃に対する頑健性の対比を別の視点でまとめて示す。

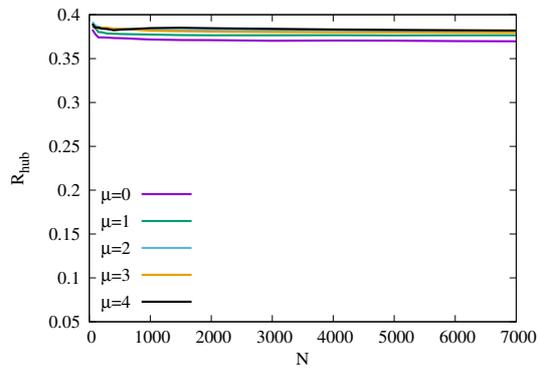
図 4.6 の結果から分かるように、MED-kmin と MED-rand では殆ど概形変わらないが、MED-kmin より MED-rand の方が少し頑健性が弱い。3.3.1 節で述べたように、最大次数が大きくなる傾向がある MED-rand の性質が影響したと考えられる。



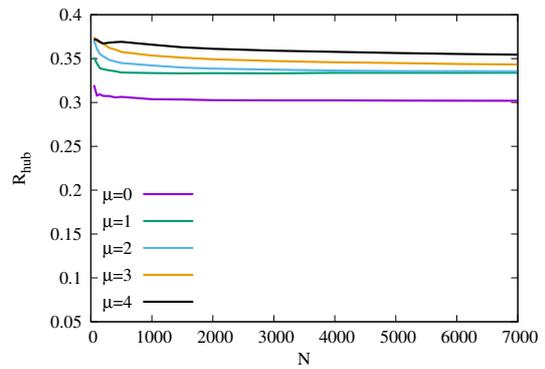
(a) MED-kmin DLA モデル



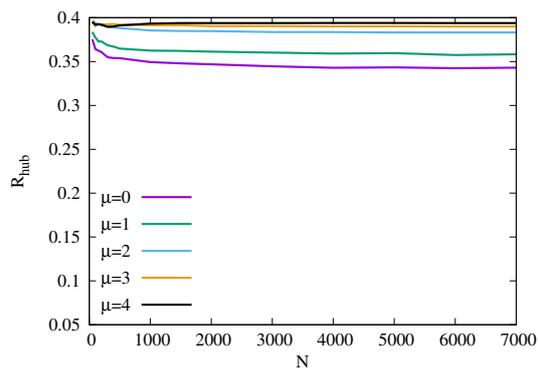
(b) MED-rand DLA モデル



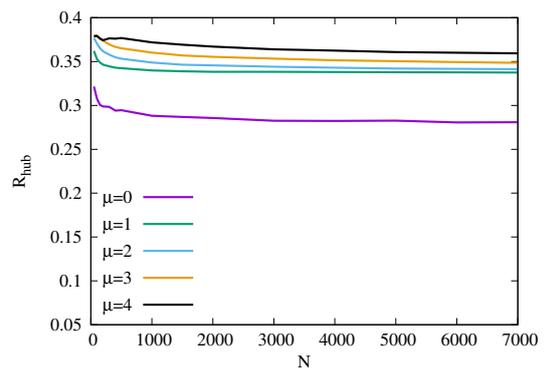
(c) MED-kmin Eden モデル



(d) MED-rand Eden モデル



(e) MED-kmin IP モデル



(f) MED-rand IP モデル

図 4.6: ハブ攻撃に対して MED-krand と MED-rand での対比

4.2.4 MED-kmin の表面成長するネットワークの bp 攻撃に対する頑健性との結果の対比

図 4.7 に表面成長しないネットワークと MED-kmin での表面成長させたネットワークの bp 攻撃に対する頑健性の対比を示す。

図 4.7 の結果から分かるように、ハブ攻撃の場合と似たような結果になった。MED-kmin や MED-rand はリンクをはるときにループも同時に作る。そのためリンクが多いノードは同時にループも多いノードとなっている可能性が高いと考えられる。そのため、ハブ攻撃の場合と bp 攻撃の場合が似たような結果になっていると考えられる。

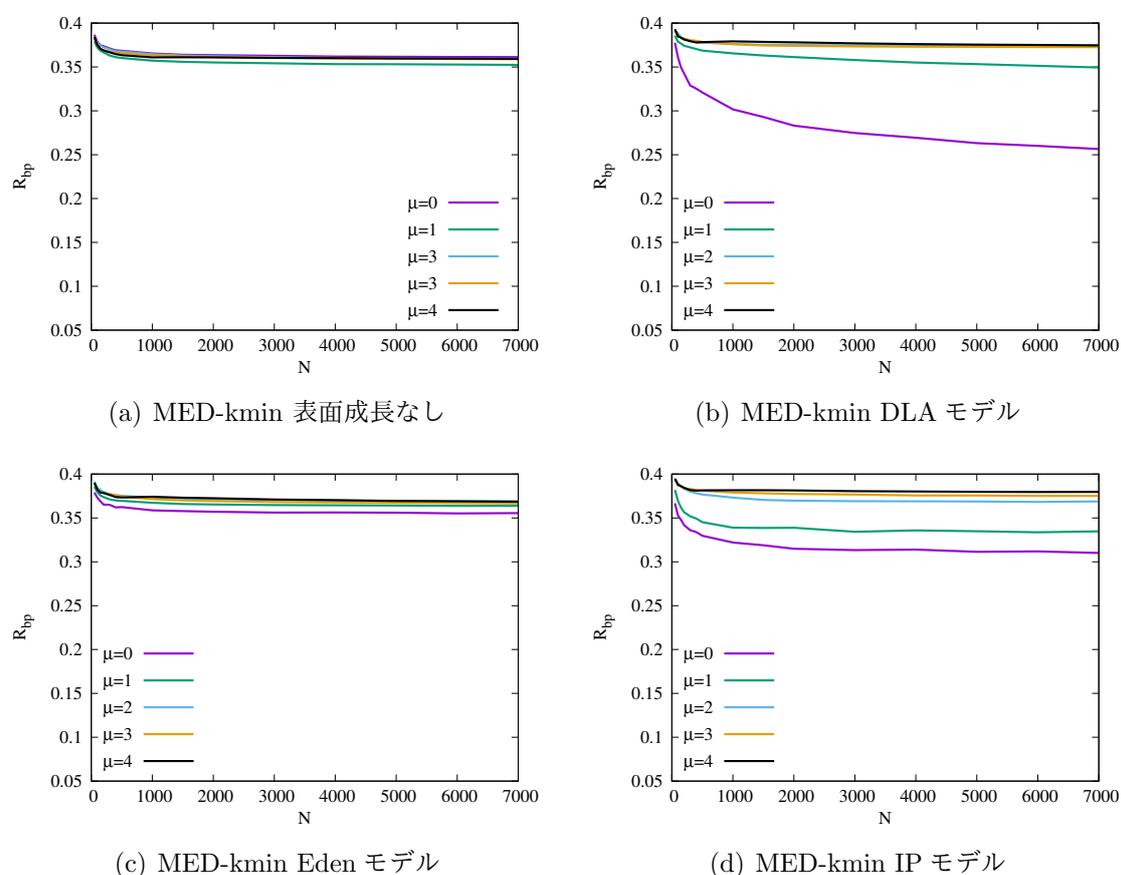


図 4.7: bp 攻撃に対して表面成長の有無での対比

4.2.5 MED-rand の表面成長するネットワークの bp 攻撃に対する頑健性との結果の対比

図 4.8 に表面成長しないネットワークと MED-rand の表面成長させたネットワークの bp 攻撃に対する頑健性の対比を示す。

MED-rand でも 4.2.4 項と同様な理由で、ハブ攻撃と似たような傾向を示したと考えられる。bp 攻撃は現存する攻撃方法で最悪のダメージ与える方法で知られており、bp 攻撃の結果とハブ攻撃の結果を比較すると bp 攻撃では頑健性がハブ攻撃の時の頑健性より低いのが分かる。

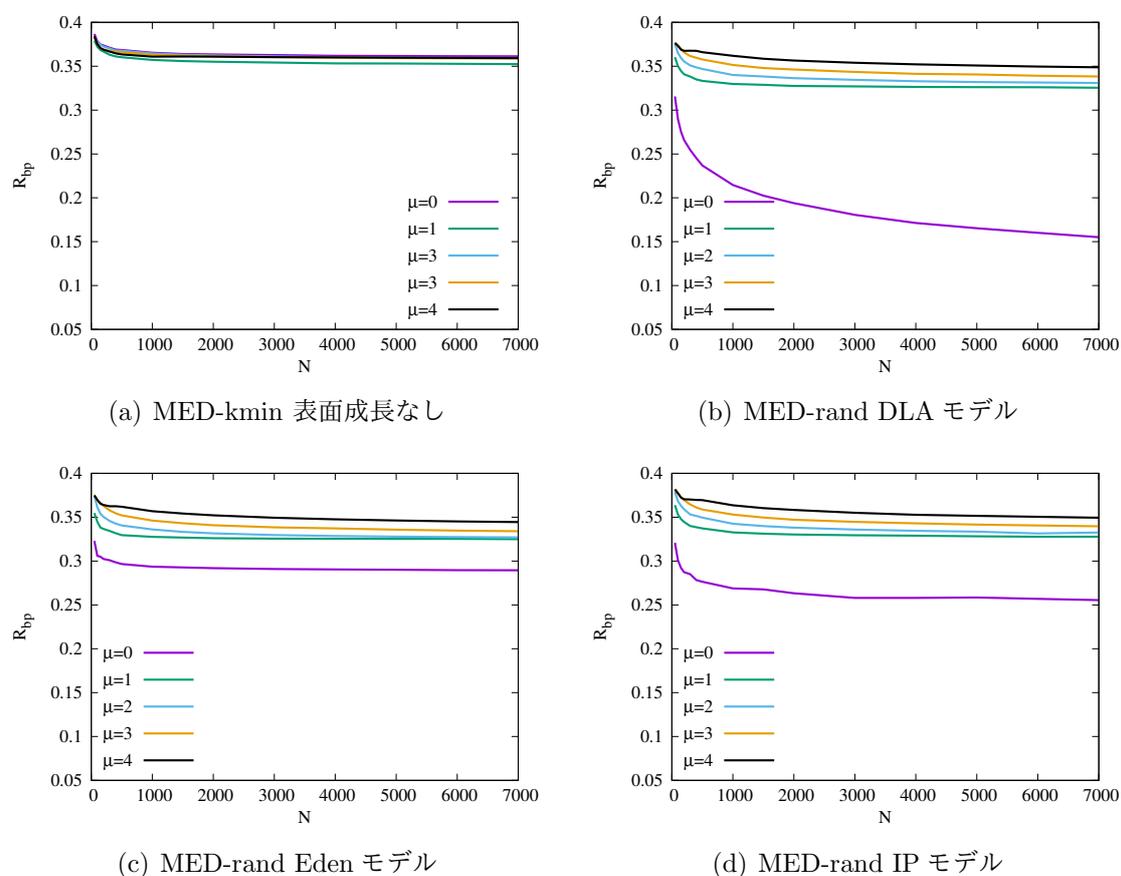
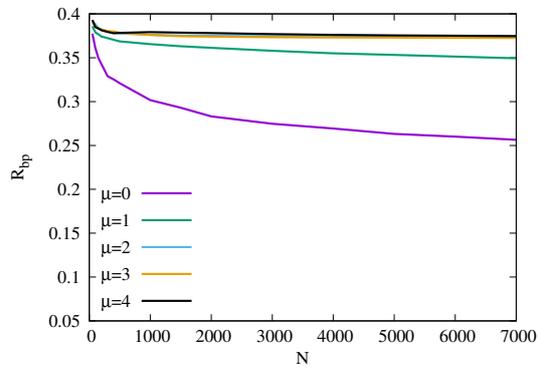


図 4.8: bp 攻撃に対して表面成長の有無での対比

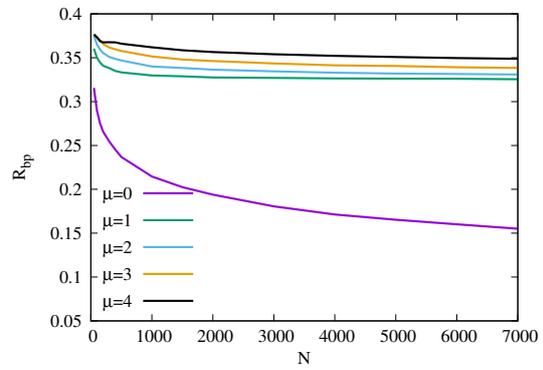
4.2.6 MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand での表面成長するネットワークの bp 攻撃に対する頑健性の結果の対比

図 4.9 に先述にも示した MED-kmin での表面成長するネットワークと MED-rand の表面成長させたネットワークの bp 攻撃に対する頑健性の対比を別の視点でまとめて示す。

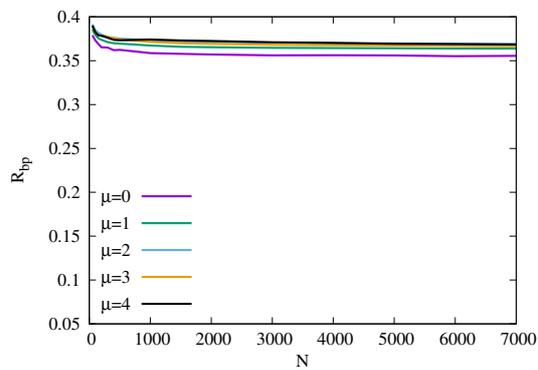
図 4.9 の結果でも、4.2.3 項のハブ攻撃の結果と前述の理由で似た結果である。4.2.3 項のハブ攻撃の結果 (図 4.6) と比較すると bp 攻撃での結果のほうが頑健性が弱いことが分かる。



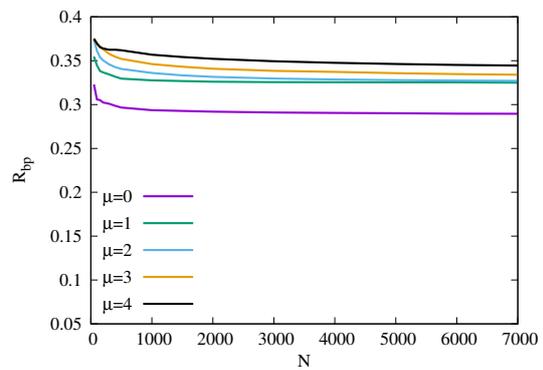
(a) MED-kmin DLA モデル



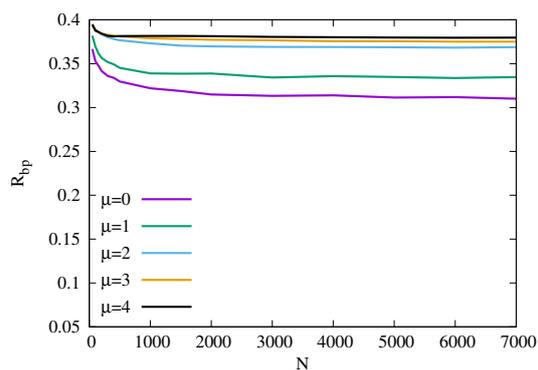
(b) MED-rand DLA モデル



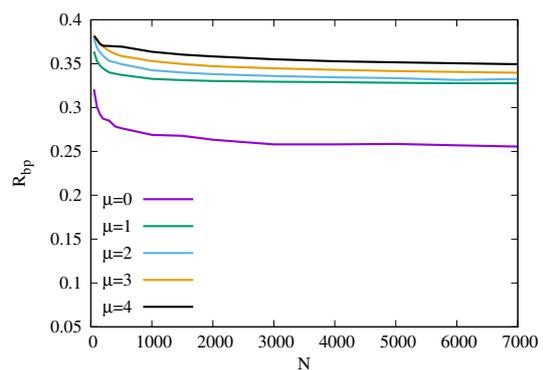
(c) MED-kmin Eden モデル



(d) MED-rand Eden モデル



(e) MED-kmin IP モデル



(f) MED-rand IP モデル

図 4.9: bp 攻撃に対して MED-krand と MED-rand での対比

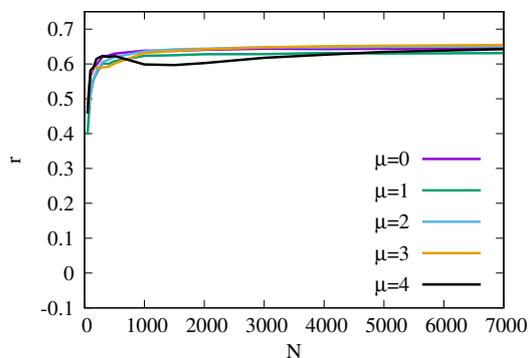
4.3 リワイヤリングしたネットワークの頑健性の比較

本節では、MED-kmin の表面成長するネットワークと MED-rand の表面成長するネットワークに対して Configure モデル [17] を用いてリンクの再接続を行い、正の次数相関をそれぞれのネットワークで構築し、頑健性にどのような影響を与えるかを検証した。4.3.1 項で MED-kmin のネットワークに対する次数相関、ハブ攻撃と bp 攻撃に対する頑健性を示し、MED-rand のネットワークに対する次数相関、ハブ攻撃と bp 攻撃に対する頑健性を 4.3.2 項で示す。

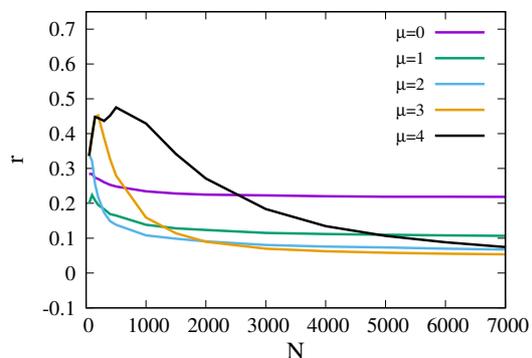
4.3.1 表面成長する MED-kmin での比較

図 4.13 の結果から分かるように、Configure モデルでリワイヤリングをすると次数相関が非常に高くなる。

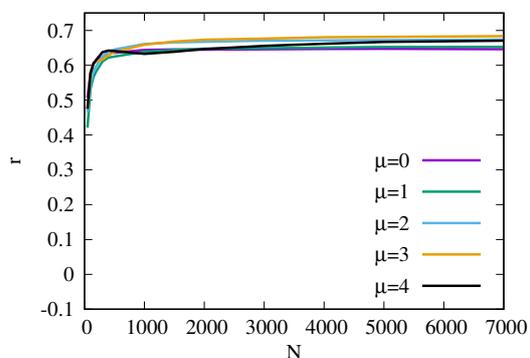
次数相関に対する比較



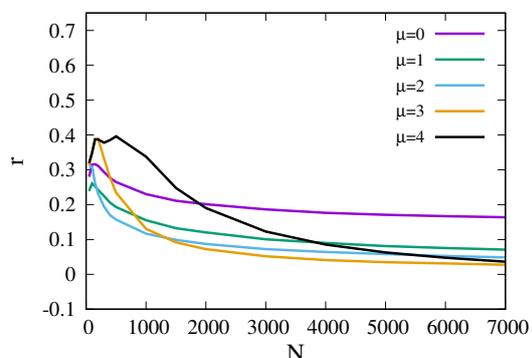
(a) MED-kmin リワイヤリング



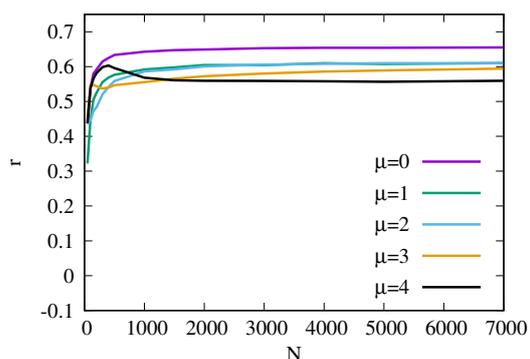
(b) MED-kmin DLA モデル



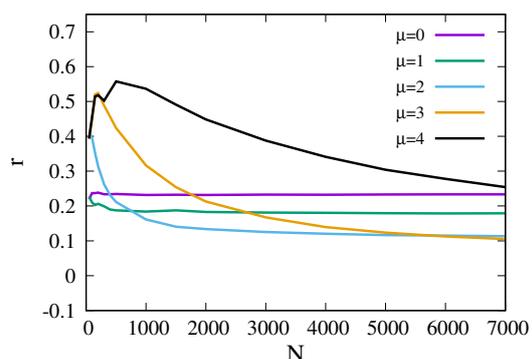
(c) MED-kmin リワイヤリング



(d) MED-kmin Eden モデル



(e) MED-kmin リワイヤリング



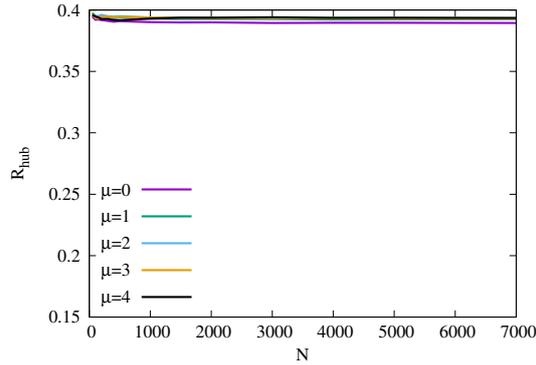
(f) MED-kmin IP モデル

図 4.10: MED-kmin のリワイヤリングとの次数相関の比較

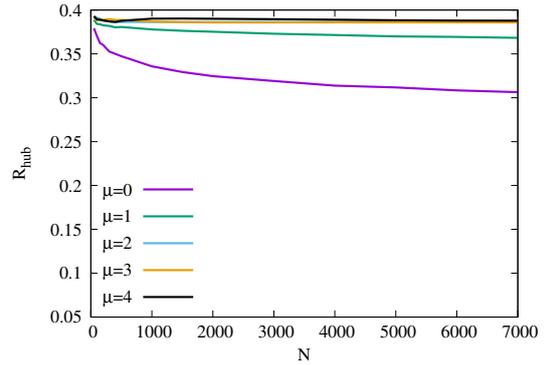
ハブ攻撃に対する比較

図 4.11 に MED-kmin での表面成長するネットワークとそのネットワークのリワイヤリングを行ったネットワークのハブ攻撃の対比を示す。

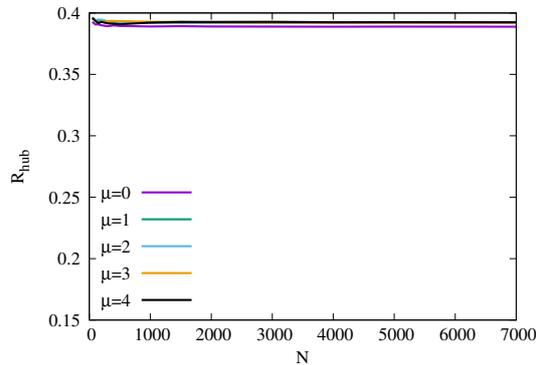
図 4.11 から分かるようにリワイヤリングした結果としてない結果には仲介数 $\mu = 0$ を除けば、殆ど変化がない。つまり、リワイヤリングする前から頑健性が高いネットワークであると言える。



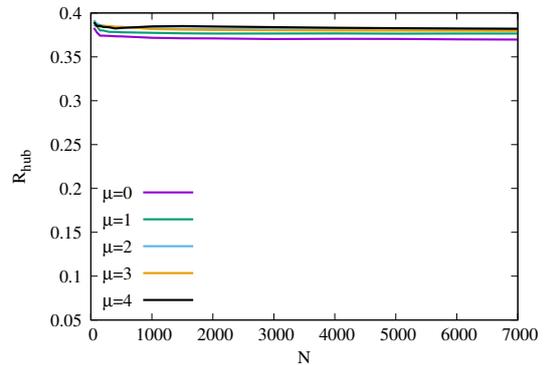
(a) MED-kmin リワイヤリング



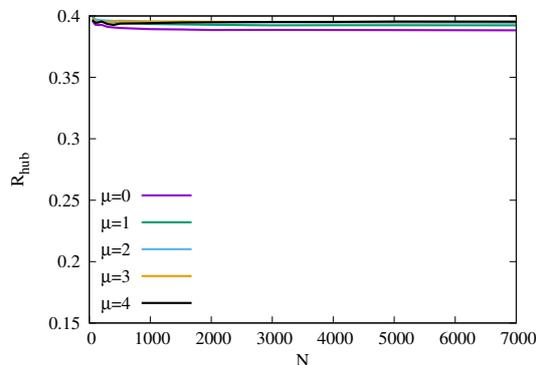
(b) MED-kmin DLA モデル



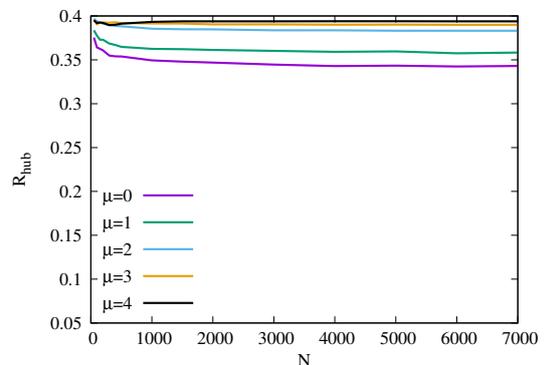
(c) MED-kmin リワイヤリング



(d) MED-kmin Eden モデル



(e) MED-kmin リワイヤリング



(f) MED-kmin IP モデル

図 4.11: MED-kmin のリワイヤリングとのハブ攻撃の比較

bp 攻撃に対する比較

図 4.12 に MED-kmin での表面成長するネットワークとそのネットワークのリワイヤリングを行ったネットワークの bp 攻撃の対比を示す。

図 4.12 もハブ攻撃同様に仲介数 $\mu = 0$ を除けば、殆ど変化がなく、リワイヤリングする前から頑健性が高いネットワークであると言える。

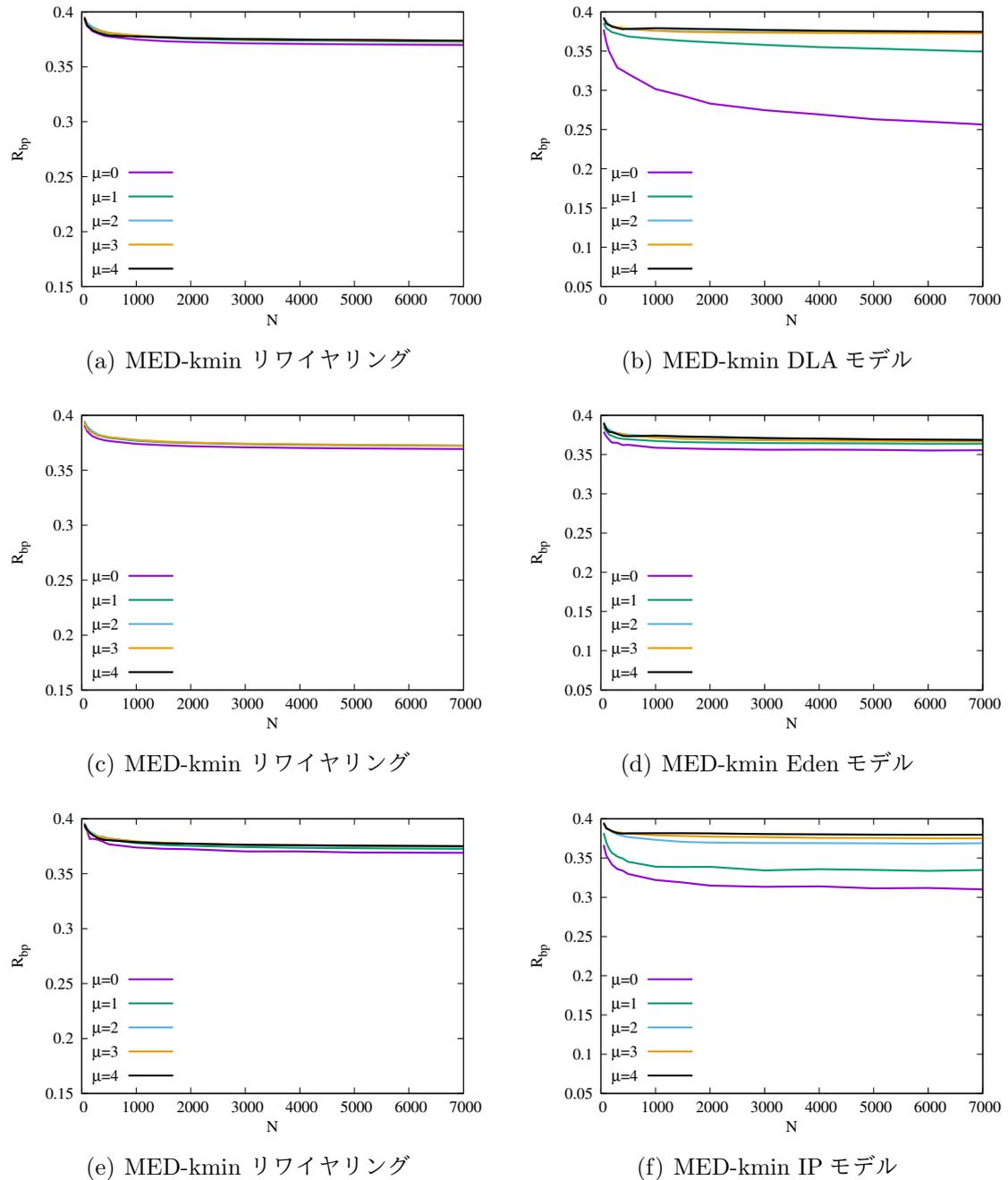


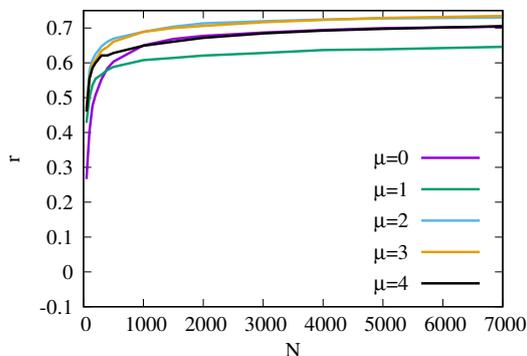
図 4.12: MED-kmin のリワイヤリングとの bp 攻撃の比較

4.3.2 表面成長する MED-rand での比較

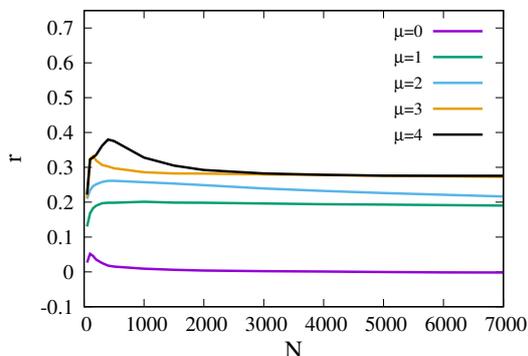
次数相関との比較

図 4.13 に MED-kmin での表面成長するネットワークとそのネットワークのリワイリングを行ったネットワークの bp 攻撃の対比を示す。

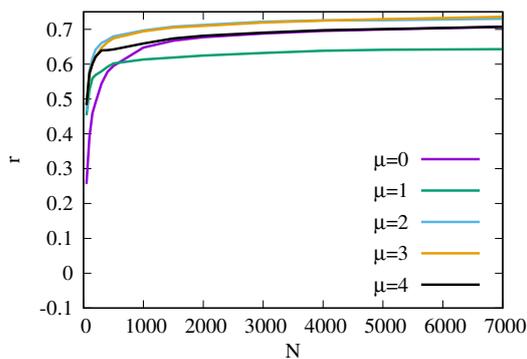
図 4.13 の結果にあるように、MED-kmin と同様に、次数相関が非常に高くなった。



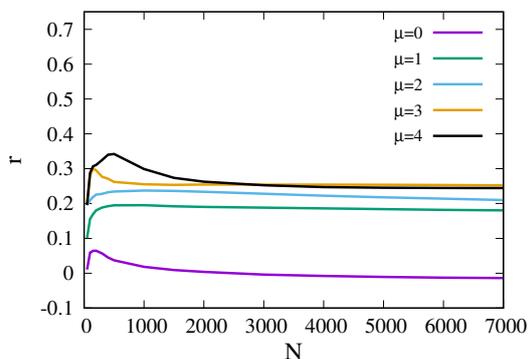
(a) MED-rand リワイヤリング



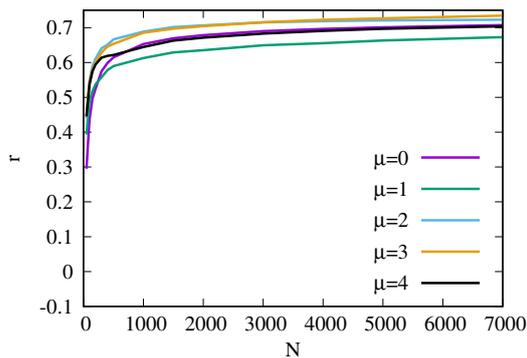
(b) MED-rand DLA モデル



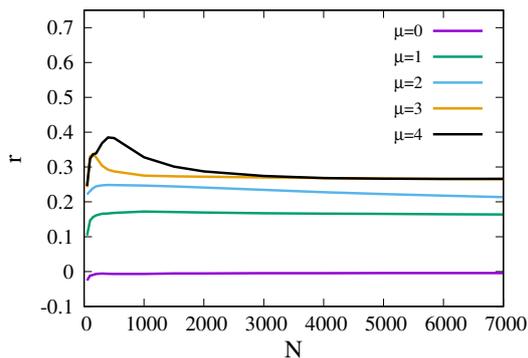
(c) MED-rand リワイヤリング



(d) MED-rand Eden モデル



(e) MED-rand リワイヤリング



(f) MED-rand IP モデル

図 4.13: MED-rand のリワイヤリングとの次数相関の比較

ハブ攻撃に対する比較

図 4.14 に MED-rand での表面成長するネットワークとそのネットワークのリワイヤリングを行ったネットワークのハブ攻撃の対比を示す。

MED-kmin と同様に、仲介数 $\mu = 0$ を除けば、殆ど変化がなく、リワイヤリングする前から頑健性が高いネットワークであると言える。

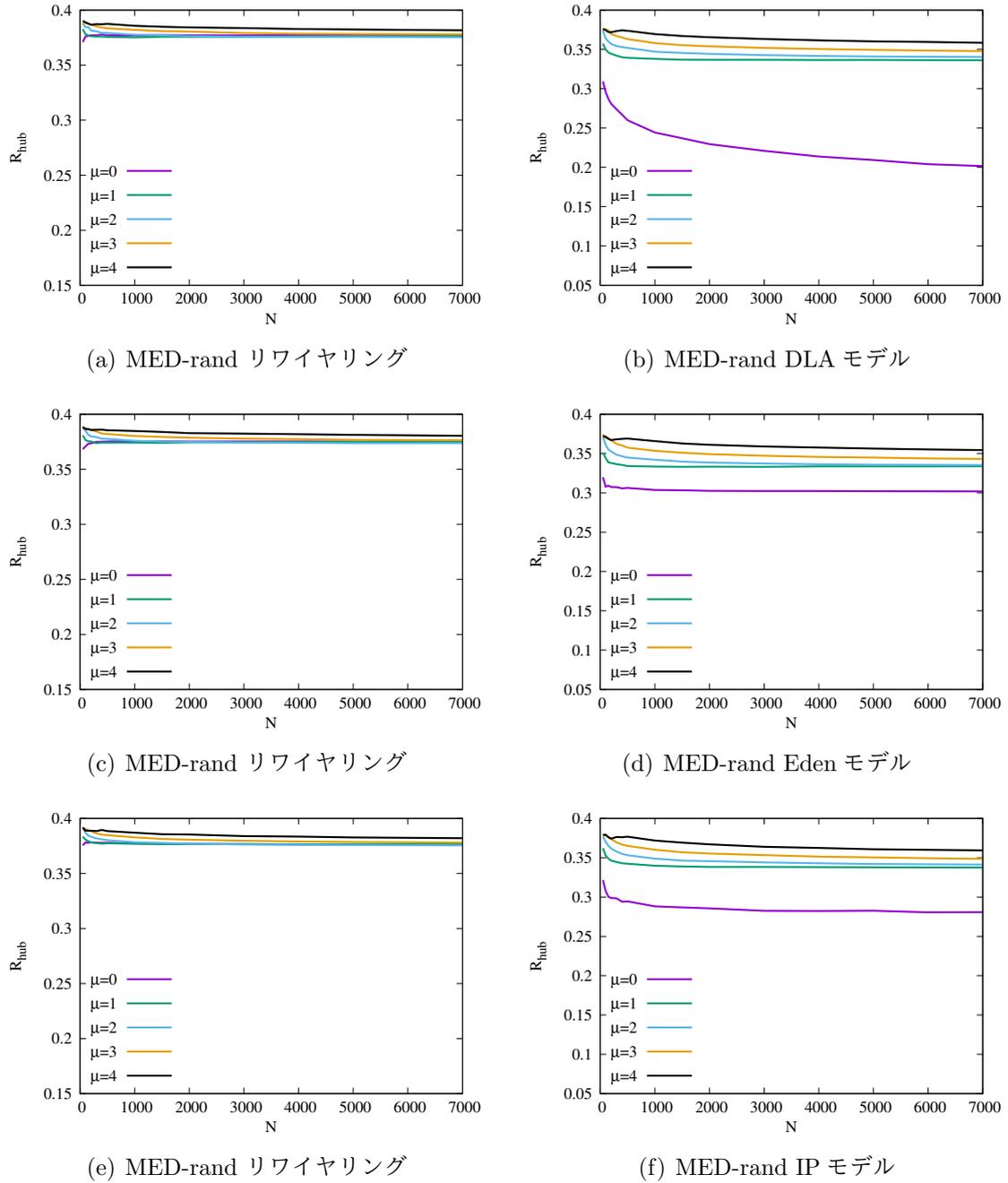


図 4.14: MED-rand のリワイヤリングとのハブ攻撃の比較

bp 攻撃に対する比較

図 4.15 に MED-rand での表面成長するネットワークとそのネットワークのリワイヤリングを行ったネットワークの bp 攻撃の対比を示す。

MED-kmin と同様に、仲介数 $\mu = 0$ を除けば、殆ど変化がなく、リワイヤリングする前から頑健性が高いネットワークであると言える。

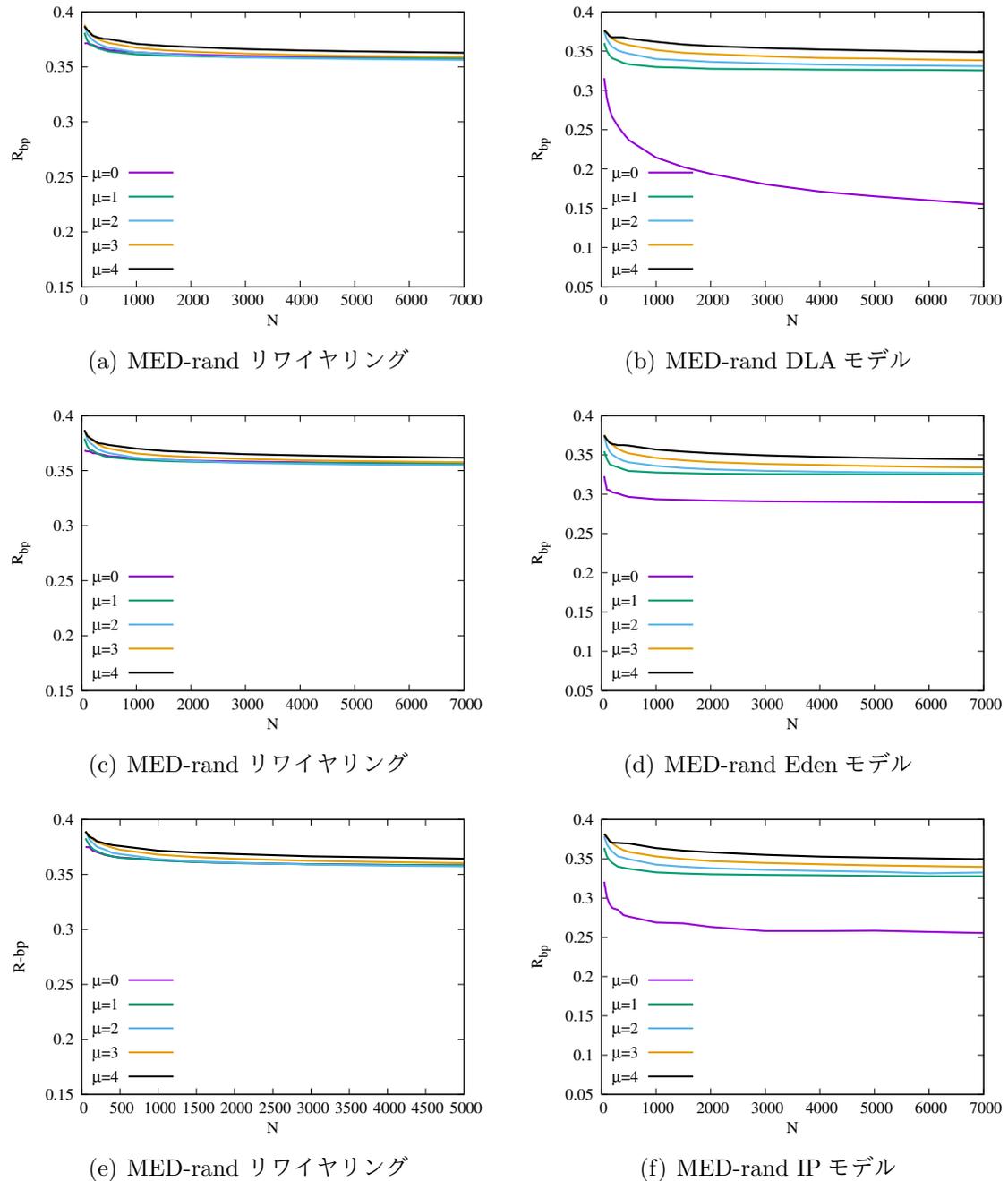


図 4.15: MED-rand のリワイヤリングとの bp 攻撃の比較

第5章 空間的な攻撃での耐性

空爆や地震などによる災害は、1回の攻撃で1つのノードを取り除くような攻撃ではなくある地点を中心に周りを巻き込み複数のノードを除去するような攻撃である。本章では、このような、ある地点を中心に周りあるノード（空間的なノード配置の意味での周りのノード）を複数除去する空間的な攻撃を、表面成長するMED-kminとMED-randの2つに対して行った。5.1節では空間的な攻撃方法の説明と空間的な攻撃によるネットワークの連結性指標を述べる。5.2節では4隣接の範囲での空間的な攻撃を、5.3節では8隣接の範囲での空間的な攻撃を表面成長するMED-kminとMED-randの2つに対して行った結果について述べる。また、最大連結成分比と攻撃回数のグラフを付録(付録B)として掲載する。

5.1 空間的な攻撃方法と連結性指標

5.1.1 空間的な攻撃方法

空間的な攻撃方法ではターゲットとなる地点を選択する方法を考えなければならぬ。ターゲットとして、3つの方法を考案する。

- 1つ目: ターゲットを一様ランダムに選ぶ方法である。地震などの災害などは恣意的な攻撃ではなく、ランダムな攻撃であるため、ランダムに選択する方法を行った。
- 2つ目: ターゲットにハブを選ぶ方法である。ハブ攻撃は単純で非常に強力な攻撃であり、簡単に大きな被害を与えることができるため効率的な破壊が行えると考えられるため、ハブをターゲットにする方法を行った。ターゲットを選択する際、同じ最大次数のハブが同じときは、ランダムに選択する。
- 3つ目: ターゲットを除去ノードが最も多くなるようなノードを選ぶ方法(除去範囲内のノードの密度が高いようなターゲットを選ぶ方法)である。ハブ攻撃のような1つで大きなダメージを与える攻撃は強力ではあるが複数のノードを除去することで大きなダメージを与えることが期待できる。ターゲットの周りの除去ノード数が同じターゲットが複数ある場合は、ランダムにターゲットを選択する。

ここでは、攻撃による巻き込まれるノードの範囲を4隣接と8隣接の2つ(図5.1)を考えた、また、4隣接と8隣接の範囲は可変として図5.1のようにターゲットのノードからの distance を1から5までの範囲で行った。

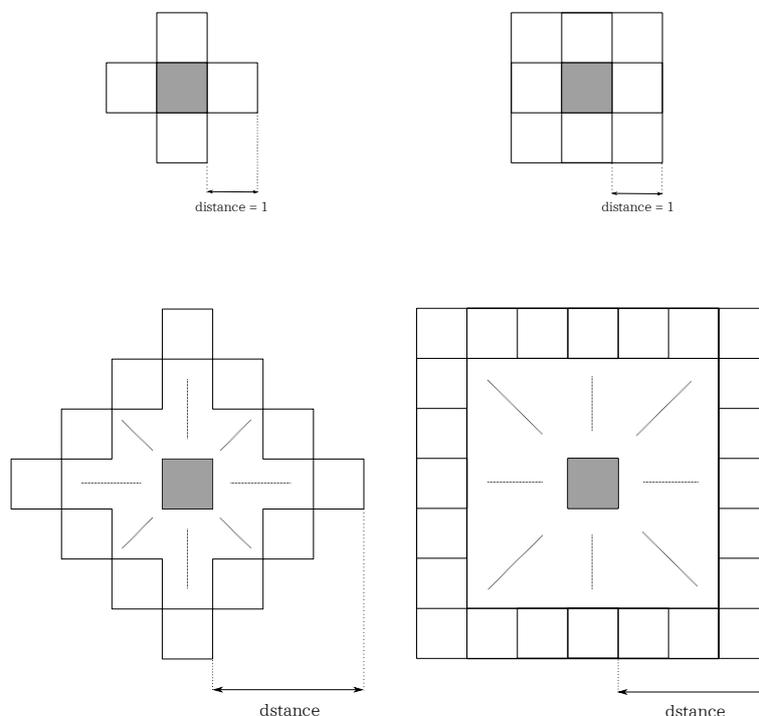


図 5.1: MED-kmin の説明図

5.1.2 連結性指標

空間的な攻撃の場合は、1回の攻撃で複数のノードを除去するため、これまでの頑健性指標を適用することが難しい。そのため、以下の連結性を評価する指標を導入する。連結性を評価する連結性指標 C を以下のように定義する。

$$C = \sum_{a=1}^{\max} S(a)/N \quad (5.1)$$

ここで、 a はアタック回数、 \max は除去ノードがなくなるまでの攻撃した時の回数、 N はノード除去した時の全ノード数、アタック回数 a での $S(a)/N$ は最大連結成分比とする。

5.2 4 隣接の範囲での攻撃

表では、4 隣接でターゲットをランダムに選ぶ方法を、ran4、ターゲットをハブにする場合は hub4、除去範囲の密度が高く大量に巻き込めるノードをターゲットにする場合は、mitu4 とした。また、範囲 distance=1 の時 d1 のような表記を行っている。5.2.1 項では MED-kmin の 5.2.2 項では MED-rand のネットワークへの攻撃に対する連結指標の表を 3 つのノード配置とそれぞれの仲介数での結果を示した。

MED-kmin での DLA モデル、Eden モデル、IP モデルどのネットワークに対しても一様ランダムにターゲットを選ぶ方法が一番連結性が保たれ、除去範囲の密度が高く大量に巻き込めるノードをターゲットにする方法が連結性が一番低かった。

ネットワークのノード配置での比較

DLA モデル、Eden モデル、IP モデルでのネットワークでは、拡散的な広がり成長する DLA モデルはノードが密集してないため、空間的な攻撃に対しての影響が少ないことが結果から考えられる。逆に、Eden モデルでは密集してるようなノード配置のため、空間的な攻撃に対しての影響が大きく見られた。恣意的に多くのノードを巻き込んで除去する方法、ハブをターゲットにする方法とランダムにターゲットを選択する方法を比較すると連結性が殆ど変わらなく、密集するようなノード配置の影響で恣意的に多くのノードを巻き込む方法を取らなくても、多くのノードを除去することが可能であるためだと考えられる。

この傾向を 5.2.1 項の MED-kmin の表面成長ネットワークと 5.2.2 項の MED-rand の表面成長ネットワークの両方で見られた。MED-rand の方が頑健指標でも弱いネットワークであると述べたように連結指標でも弱い傾向が確認できた。

5.2.1 MED-kmin

表 5.1: kmin-dla-ran4 連結性指標 C

kmin-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	103.897	40.4493	22.3904	15.1657	11.5563
$\mu = 1$	161.375	73.6293	43.1228	28.8714	21.2121
$\mu = 2$	165.947	74.8496	43.9847	29.6855	21.7277
$\mu = 3$	166.416	74.7405	44.094	29.6765	21.4878
$\mu = 4$	166.755	74.9982	44.1192	29.5552	21.5892

表 5.2: kmin-dla-hub4 連結性指標 C

kmin-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	95.0544	33.4603	17.319	11.0354	8.42081
$\mu = 1$	126.113	57.6433	36.0837	25.2471	18.9446
$\mu = 2$	128.63	59.078	37.0395	25.8819	19.4041
$\mu = 3$	129.511	59.3745	37.2024	26.0055	19.5234
$\mu = 4$	131.461	60.3407	37.7166	26.3394	19.7202

表 5.3: kmin-dla-mitu4 連結性指標 C

kmin-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	67.9994	26.6734	14.877	10.4227	7.92111
$\mu = 1$	110.954	54.2154	33.5811	23.4387	17.6119
$\mu = 2$	114.362	56.0489	34.388	23.9627	17.9363
$\mu = 3$	114.925	56.2692	34.4409	24.0048	17.9427
$\mu = 4$	115.914	56.5686	34.6242	24.0323	17.9223

表 5.4: kmin-eden-ran4 連結性指標 C

kmin-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	111.779	43.6491	23.5085	14.9271	10.3021
$\mu = 1$	124.488	49.2253	26.7372	16.7737	11.6643
$\mu = 2$	125.08	49.4104	26.7782	16.7272	11.6721
$\mu = 3$	125.461	49.7242	26.7734	16.8761	11.8158
$\mu = 4$	125.62	49.4808	26.6596	16.8083	11.7545

表 5.5: kmin-eden-hub4 連結性指標 C

kmin-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	96.6946	37.7367	20.0169	12.7759	8.77451
$\mu = 1$	106.225	43.3747	23.8855	15.3002	10.6882
$\mu = 2$	107.223	44.0195	24.1725	15.4079	10.8021
$\mu = 3$	107.616	44.2663	24.3605	15.4975	10.8501
$\mu = 4$	107.469	44.0469	24.1767	15.4245	10.8548

表 5.6: kmin-eden-mitu4 連結性指標 C

kmin-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	86.9096	34.5142	18.4856	11.591	8.08083
$\mu = 1$	99.3745	40.5185	22.0319	13.9	9.65577
$\mu = 2$	100.458	40.837	22.1333	13.9769	9.66682
$\mu = 3$	100.829	41.0713	22.266	14.0106	9.7084
$\mu = 4$	101.27	41.2641	22.3349	14.0116	9.74909

表 5.7: kmin-ip-ran4 連結性指標 C

kmin-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	121.921	47.8081	26.664	17.3176	12.3653
$\mu = 1$	146.284	60.346	33.3474	21.0558	14.8521
$\mu = 2$	159.221	66.9437	37.47	23.9746	16.8946
$\mu = 3$	162.85	68.4557	38.2515	24.5965	17.4896
$\mu = 4$	162.43	68.568	38.2593	24.5125	17.5449

表 5.8: kmin-ip-hub4 連結性指標 C

kmin-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	111.7	41.9181	21.9051	14.5367	10.2272
$\mu = 1$	125.473	51.9317	29.2256	18.6555	13.0619
$\mu = 2$	132.971	57.1689	33.0027	21.6853	15.3062
$\mu = 3$	135.951	58.6421	34.127	22.3772	15.9965
$\mu = 4$	135.844	59.0257	34.1821	22.4038	16.0098

表 5.9: kmin-ip-mitu4 連結性指標 C

kmin-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	85.6155	35.6821	20.0702	13.1977	9.31066
$\mu = 1$	101.604	45.7859	25.9993	16.9612	12.0569
$\mu = 2$	109.974	51.5998	29.8842	19.7333	13.8482
$\mu = 3$	112.379	53.0101	30.5159	20.0339	14.3836
$\mu = 4$	112.897	53.3075	30.6901	20.1389	14.4306

5.2.2 MED-rand

表 5.10: rand-dla-ran4 連結性指標 C

rand-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	106.053	37.3663	20.9764	14.319	10.5859
$\mu = 1$	164.272	73.7915	43.54	29.3103	21.4361
$\mu = 2$	164.799	74.2849	44.0653	29.7035	21.4152
$\mu = 3$	165.528	74.407	43.9251	29.697	21.4312
$\mu = 4$	166.059	74.674	43.9444	29.5445	21.572

表 5.11: rand-dla-hub4 連結性指標 C

rand-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	69.7303	21.1079	10.8397	7.71716	6.20528
$\mu = 1$	120.607	56.2231	34.6426	23.9649	17.833
$\mu = 2$	124.498	59.1012	37.1608	25.785	19.2783
$\mu = 3$	126.144	59.9071	37.1295	25.6935	19.0256
$\mu = 4$	128.109	60.2026	37.1889	25.7928	19.06

表 5.12: rand-dla-mitu4 連結性指標 C

rand-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	67.4614	24.3214	12.4252	8.83331	7.01564
$\mu = 1$	110.306	53.4527	33.3144	23.4302	17.6026
$\mu = 2$	112.443	55.1581	34.0355	23.9016	17.9584
$\mu = 3$	113.326	55.7395	34.3463	23.8417	17.8134
$\mu = 4$	114.237	56.041	34.422	23.9857	17.8155

表 5.13: rand-eden-ran4 連結性指標 C

rand-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	112.263	43.1258	23.166	14.7283	10.2772
$\mu = 1$	123.997	48.9354	26.5405	16.7329	11.6574
$\mu = 2$	124.597	49.1866	26.7736	16.7844	11.6724
$\mu = 3$	124.743	49.3645	26.7036	16.785	11.7249
$\mu = 4$	125.046	49.5595	26.8153	16.9044	11.7243

表 5.14: rand-eden-hub4 連結性指標 C

rand-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	89.1667	34.2932	18.5279	11.593	8.20454
$\mu = 1$	103.353	42.8196	23.7469	15.0324	10.4715
$\mu = 2$	104.302	43.9117	24.3483	15.3863	10.753
$\mu = 3$	104.139	43.5951	23.9	15.0589	10.4813
$\mu = 4$	105.055	43.6756	23.9875	15.1718	10.6165

表 5.15: rand-eden-mitu4 連結性指標 C

rand-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	86.2234	33.4791	17.9717	11.0957	7.83087
$\mu = 1$	98.4184	40.0152	21.7879	13.8065	9.62757
$\mu = 2$	99.4414	40.7244	22.0989	13.9656	9.73916
$\mu = 3$	99.5813	40.7579	22.2414	14.0155	9.7337
$\mu = 4$	100.39	41.0344	22.2642	14.0632	9.7896

表 5.16: rand-ip-ran4 連結性指標 C

rand-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	124.055	49.5598	26.8544	16.6255	12.0644
$\mu = 1$	159.954	67.2153	37.6447	24.242	17.3899
$\mu = 2$	160.814	68.0369	38.2789	24.5496	17.5143
$\mu = 3$	161.734	67.9561	37.9031	24.5527	17.3646
$\mu = 4$	161.237	67.9778	37.9414	24.3789	17.2681

表 5.17: rand-ip-hub4 連結性指標 C

rand-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	95.6387	36.6549	20.2197	12.8603	9.74139
$\mu = 1$	124.692	54.7324	31.9334	21.023	15.1757
$\mu = 2$	127.216	57.3865	34.341	22.6549	16.3638
$\mu = 3$	128.872	57.5938	34.1768	22.4426	16.1329
$\mu = 4$	130.515	57.9323	33.8349	22.3382	15.9661

表 5.18: rand-ip-mitu4 連結性指標 C

rand-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 4$	82.9718	33.8262	19.3151	12.0279	8.967
$\mu = 4$	108.005	51.3683	29.4448	19.5378	14.0091
$\mu = 4$	110.407	52.2499	30.1915	20.0692	14.375
$\mu = 4$	111.075	52.4152	30.3186	19.9875	14.3955
$\mu = 4$	111.672	52.5377	30.2995	19.9704	14.3099

5.3 8隣接の範囲での攻撃

本節では8隣接の範囲での攻撃を行った場合での結果を述べる。4隣接に比べると8隣接のほうが除去することができるノード増えるためより強い攻撃だと言え、結果も8隣接の方が連結性指標の値が悪くなった。傾向としては、4隣接と殆ど変わらなかったが、Edenモデルの仲介数 $\mu = 0$ のネットワークでは、8隣接で密集するようなノード配置の影響で恣意的に多くのノードを巻き込む方法より、8隣接でハブをターゲットにして空間的な攻撃する方法が連結性指標を悪くなった。これは8隣接でネットワークを構築したため、8隣接の範囲で空間的な攻撃方法の方が4隣接より効率的な攻撃だと考えられる。

5.3.1 MED-kmin

表 5.19: kmin-dla-ran8 連結性指標 C

kmin-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	52.843	20.2682	12.6417	9.20463	6.78979
$\mu = 1$	82.9834	37.8187	22.8663	15.5314	11.4277
$\mu = 2$	83.3454	38.1649	22.8012	15.6373	11.4327
$\mu = 3$	83.4763	37.9242	22.8651	15.6548	11.5583
$\mu = 4$	83.5336	37.9938	22.8123	15.5558	11.6864

表 5.20: kmin-dla-hub8 連結性指標 C

kmin-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	45.5409	15.9874	9.31142	6.60223	5.40944
$\mu = 1$	67.4759	32.6502	20.4606	14.3975	10.8979
$\mu = 2$	66.7833	32.5893	20.4616	14.4437	10.9081
$\mu = 3$	67.2057	32.5491	20.5705	14.5877	10.9246
$\mu = 4$	68.3683	32.8416	20.678	14.572	10.964

表 5.21: kmin-dla-mitu8 連結性指標 C

kmin-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	43.6195	16.7341	9.43322	6.17202	4.77813
$\mu = 1$	67.0057	30.6576	18.389	12.542	9.39022
$\mu = 2$	67.3591	30.5402	18.5134	12.638	9.41554
$\mu = 3$	67.2427	30.7297	18.3767	12.6872	9.35524
$\mu = 4$	67.0948	30.79	18.446	12.6389	9.38837

表 5.22: kmin-eden-ran8 連結性指標 C

kmin-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	55.9403	21.6458	11.9928	7.67736	5.69898
$\mu = 1$	58.0809	23.0983	12.8068	8.32417	5.97291
$\mu = 2$	58.0566	23.0618	12.8346	8.30099	5.97526
$\mu = 3$	58.5035	23.3612	12.9682	8.38435	6.04848
$\mu = 4$	58.1054	23.1916	12.8448	8.34725	6.03732

表 5.23: kmin-eden-hub8 連結性指標 C

kmin-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	50.5597	19.1879	10.4228	6.7133	4.86585
$\mu = 1$	53.4057	21.3908	11.8563	7.72139	5.5376
$\mu = 2$	53.4081	21.4735	11.9481	7.82653	5.64953
$\mu = 3$	53.5177	21.5858	12.0285	7.81575	5.6307
$\mu = 4$	53.3052	21.4569	12.0166	7.79579	5.69492

表 5.24: kmin-eden-mitu8 連結性指標 C

kmin-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	52.7927	19.5622	10.5281	6.67858	4.73588
$\mu = 1$	54.5139	21.2473	11.5405	7.36459	5.23214
$\mu = 2$	54.5643	21.2875	11.5625	7.44759	5.26505
$\mu = 3$	54.6908	21.2597	11.5966	7.44543	5.21937
$\mu = 4$	54.591	21.1967	11.5428	7.38192	5.238

表 5.25: kmin-ip-ran8 連結性指標 C

kmin-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	64.1492	25.709	14.0162	9.43245	7.00287
$\mu = 1$	75.8684	30.6704	16.6091	10.8581	7.82971
$\mu = 2$	79.4503	32.9266	18.6756	12.3184	8.81852
$\mu = 3$	79.2753	33.1181	18.874	12.4581	9.18034
$\mu = 4$	79.176	33.2009	18.9405	12.5561	9.11961

表 5.26: kmin-ip-hub8 連結性指標 C

kmin-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	55.7951	21.2721	11.9014	8.0797	6.0852
$\mu = 1$	66.0513	27.7126	15.1085	9.84713	6.99762
$\mu = 2$	69.4663	30.1089	17.2982	11.3962	8.15646
$\mu = 3$	70.1016	30.4848	17.5255	11.735	8.50859
$\mu = 4$	70.4548	30.3557	17.478	11.6683	8.52077

表 5.27: kmin-ip-mitu8 連結性指標 C

kmin-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	55.0894	19.2592	9.93214	6.18786	4.56032
$\mu = 1$	60.5329	24.3692	13.0485	8.2261	5.71231
$\mu = 2$	61.2025	25.6709	14.3099	9.44108	6.63289
$\mu = 3$	61.3365	25.674	14.5596	9.50901	6.8601
$\mu = 4$	61.8057	25.7829	14.5249	9.54379	6.86239

5.3.2 MED-rand

表 5.28: rand-dla-ran8 連結性指標 C

rand-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	49.7245	19.8687	12.2978	8.45485	6.73633
$\mu = 1$	83.1474	37.8758	22.8639	15.5391	11.5391
$\mu = 2$	83.4857	37.7247	22.9325	15.6981	11.6381
$\mu = 3$	83.3729	37.8806	22.7279	15.8059	11.5843
$\mu = 4$	83.4358	38.1684	22.9528	15.7095	11.5703

表 5.29: rand-dla-hub8 連結性指標 C

rand-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	29.1182	10.0754	6.56729	5.18743	4.30349
$\mu = 1$	67.8202	31.9391	19.4398	13.3323	9.83846
$\mu = 2$	69.0133	33.0523	20.2753	14.005	10.3754
$\mu = 3$	69.313	32.6553	20.07	13.886	10.233
$\mu = 4$	69.3425	32.9045	20.2657	13.9839	10.3878

表 5.30: rand-dla-mitu8 連結性指標 C

rand-dla	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	39.0153	13.9035	8.22	5.67737	4.27892
$\mu = 1$	67.1068	30.7072	18.3749	12.5859	9.42692
$\mu = 2$	66.9647	30.9107	18.4	12.545	9.31041
$\mu = 3$	67.194	30.5039	18.3274	12.6563	9.36489
$\mu = 4$	67.4596	30.75	18.4001	12.55	9.20245

表 5.31: rand-eden-ran8 連結性指標 C

rand-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	55.5082	20.9021	11.612	7.62202	5.50802
$\mu = 1$	58.1065	23.0098	12.8167	8.29007	5.94843
$\mu = 2$	58.2468	23.2207	12.8765	8.27543	5.96623
$\mu = 3$	58.1016	23.1531	12.8382	8.25123	6.00147
$\mu = 4$	58.225	23.2169	12.9464	8.39866	5.99348

表 5.32: rand-eden-hub8 連結性指標 C

rand-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	45.8459	17.5126	9.59255	6.1388	4.37313
$\mu = 1$	53.2729	21.1127	11.5781	7.42378	5.21705
$\mu = 2$	53.4291	21.2697	11.7496	7.52427	5.32206
$\mu = 3$	52.8575	20.9815	11.5063	7.41016	5.22035
$\mu = 4$	52.8917	21.1063	11.6767	7.5786	5.39684

表 5.33: rand-eden-mitu8 連結性指標 C

rand-eden	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	52.1237	19.0185	10.1696	6.50457	4.7374
$\mu = 1$	54.36	21.1413	11.4798	7.34818	5.20918
$\mu = 2$	54.499	21.1913	11.566	7.38531	5.222
$\mu = 3$	54.5562	21.2354	11.5561	7.37694	5.21672
$\mu = 4$	54.3926	21.2577	11.5755	7.40239	5.24671

表 5.34: rand-ip-ran8 連結性指標 C

rand-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	63.696	24.3478	13.6971	9.25569	6.85026
$\mu = 1$	79.056	32.9996	18.7409	12.3555	9.06935
$\mu = 2$	79.2763	33.1155	18.8533	12.6127	9.22516
$\mu = 3$	78.8411	32.988	18.8539	12.4281	9.02856
$\mu = 4$	78.6387	32.8299	18.7329	12.4481	8.94419

表 5.35: rand-ip-hub8 連結性指標 C

rand-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	49.0898	19.0816	10.9868	7.33435	5.50923
$\mu = 1$	67.2587	29.2541	16.8239	11.2235	8.05633
$\mu = 2$	68.6659	30.3693	17.773	12.0003	8.73297
$\mu = 3$	68.3649	30.3538	17.615	11.7963	8.5177
$\mu = 4$	68.6346	30.0382	17.4017	11.6558	8.49251

表 5.36: rand-ip-mitu8 連結性指標 C

rand-ip	d1	d2	d3	d4	d5
$\mu = 0$	50.6319	18.0816	9.2717	6.07172	4.37828
$\mu = 1$	61.4368	25.4446	14.296	9.4151	6.77962
$\mu = 2$	61.1507	25.4175	14.4868	9.46585	6.84391
$\mu = 3$	61.0341	25.593	14.4103	9.48276	6.80852
$\mu = 4$	61.1365	25.5631	14.4039	9.47636	6.80422

第6章 おわりに

6.1 表面成長による制約と次数相関，次数分布，頑健性への影響

本節では，成長しながら玉葱状ネットワークを作る MED-kmin が，DLA モデル，Eden モデル，IP モデルのノード配置で成長させた場合に攻撃に強い玉葱状ネットワークが保たれるかについて，これまでに示した次数相関，次数分布，頑健性などの分析手法を用いて議論する。

6.1.1 ノード配置しながら成長するネットワークの制約

MED-kmin や MED-rand のネットワークを空間的なノード配置を行いながら成長する上では，大きく分けて次の2つのような制約が考えられる。

一部の接続が表面のみという制約

MED-kmin と MED-rand はともに 3.2.1 項でも述べたように一部の接続が表面のみという制約があり，3.4 節にある可視化の図から分かるように表面のノードは新しく追加されるノードで構成されやすく次数が低くなる。そのため，表面のみにしか接続できない制約は大きな次数を抑え低いノード同士の相関を高めるような効果は期待できる。一方，次数が高いノード同士の相関を高める効果は望めないと考えられる。3.3.1 項の次数分布の比較では，制約による大きな次数を抑える効果が確認できたと考えられる。

ノード配置の形状による制約

DLA モデル，Eden モデル，IP モデルは異なった形状であり，これがノード配置による制約となる。この形状による違いで異なった性質のネットワークができる。3.4 節にある可視化と 4.1 節の頑健性の比較で述べたように仲介数 $\mu = 0$ では表面同士の接続が少ないため，ツリー状のネットワークになり頑健性が弱くなる。これは DLA モデルの拡散的に広がる形状が表面同士の接続を妨げ，ツリー状の頑健性が弱いネットワークになった。また，5.2 節で述べたように一箇所に集中した形

状の Eden モデルは特に空間的な攻撃において他のモデルと比べ非常に脆い。

6.2 結論

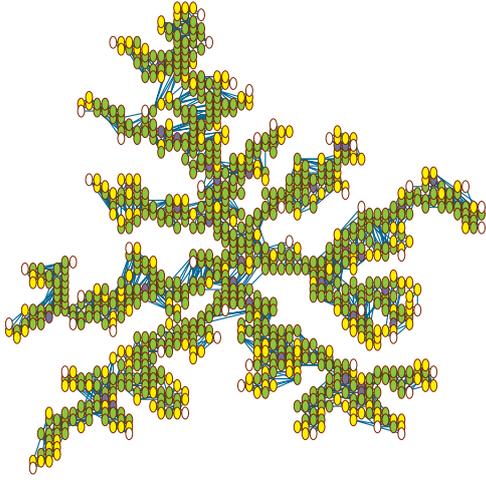
MED-kmin や MED-rand による仲介数 $\mu = 0$ を除く表面成長するネットワークは頑健性では、4.3 節でのリワイヤリングのネットワークと比較しても分かるように高い。また、次数相関もノード数 2000 以下では仲介数 $\mu = 4$ では、ともに次数相関が高く、玉葱状ネットワークが創発したと言える。しかし、高いノード数では MED-kmin は大きく次数相関が下がる。仲介数を上げると次数相関が高くなっているため、高いノード数でも次数相関を上げるためには仲介数を上げると良くなると考えられる。

付録

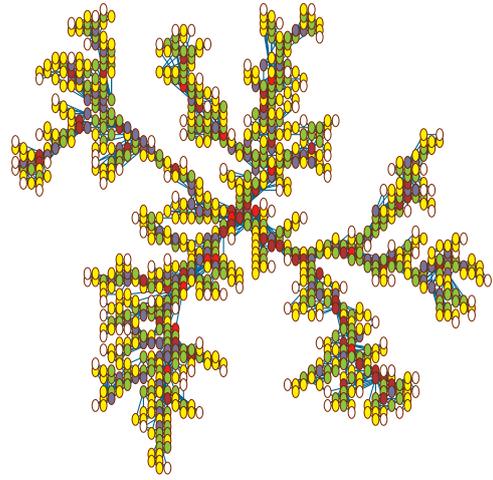
ここでは、本文で載せれなかったデータの追加補足を行う。A章には、表面成長するMED-kminとMED-randでのネットワークの可視化を、B章には、空間的な攻撃を行った時の攻撃回数と最大連結成分比の図を示す。

付 録 A 表面成長するネットワーク の可視化

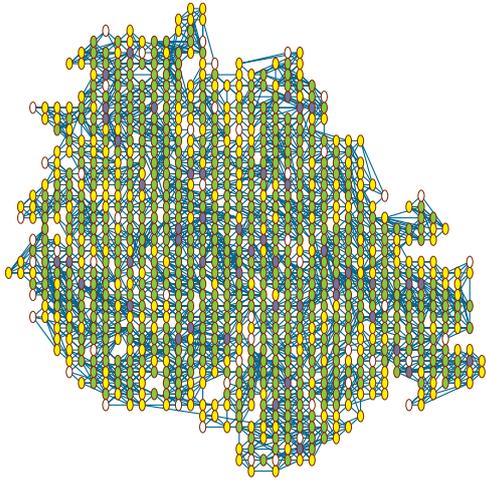
左側 (図 (a)(c)(e)) に MED-kmin での可視化を右側 (図 (b)(d)(f))MED-rand での可視化を示す.



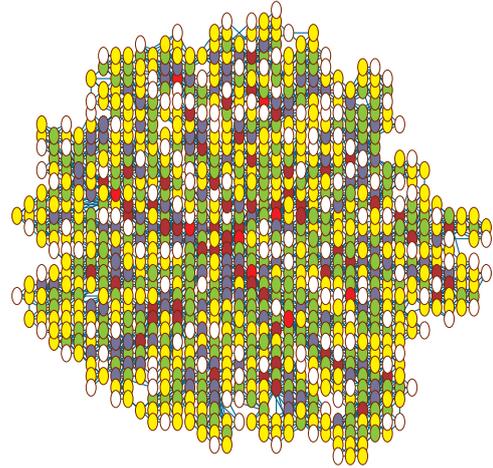
(a) MED-kmin DLA モデル $\mu = 0$



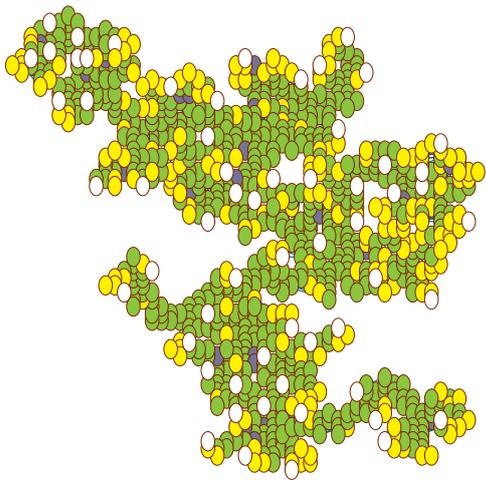
(b) MED-rand DLA モデル $\mu = 0$



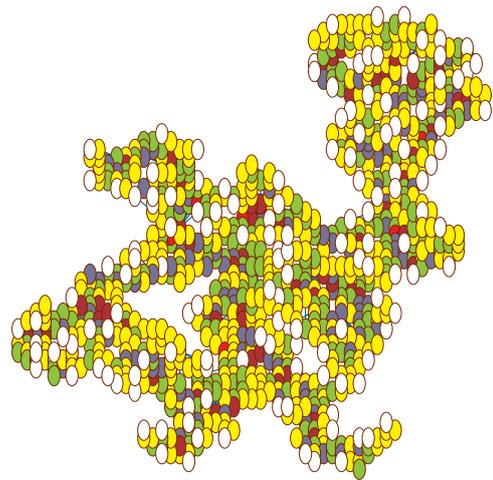
(c) MED-kmin Eden モデル $\mu = 0$



(d) MED-rand Eden モデル $\mu = 0$

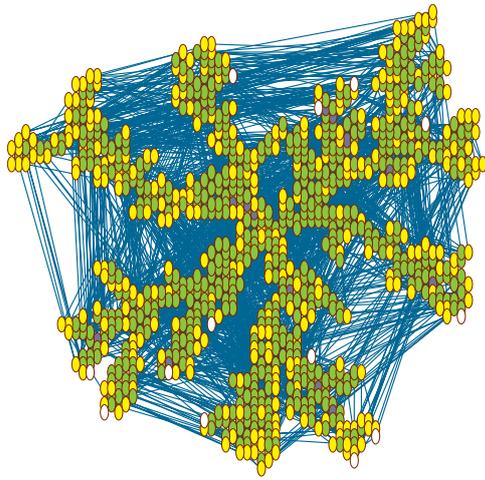


(e) MED-kmin IP モデル $\mu = 0$

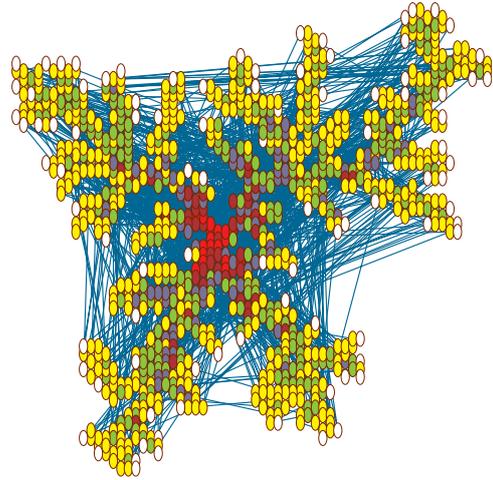


(f) MED-rand IP モデル $\mu = 0$

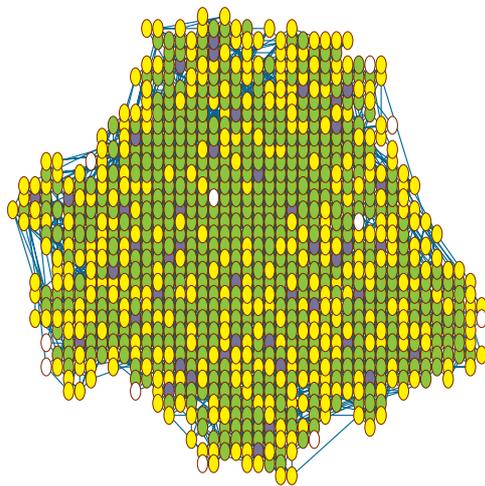
図 A.1: $\mu = 0$ での MED-kmin と MED-rand



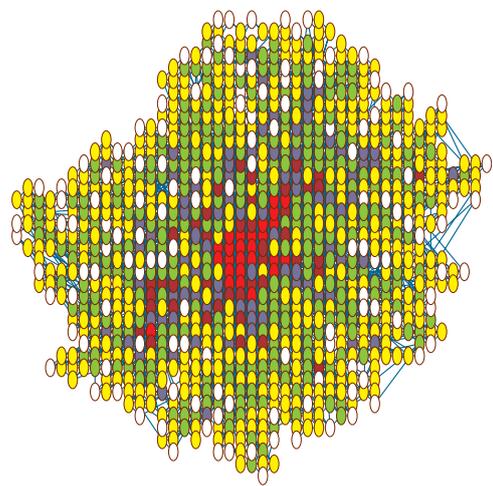
(a) MED-kmin DLA モデル $\mu = 1$



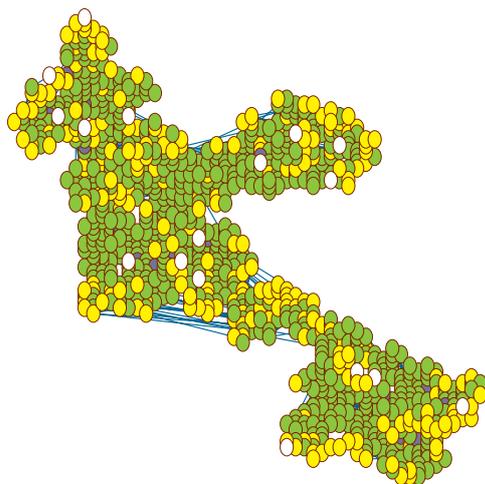
(b) MED-rand DLA モデル $\mu = 1$



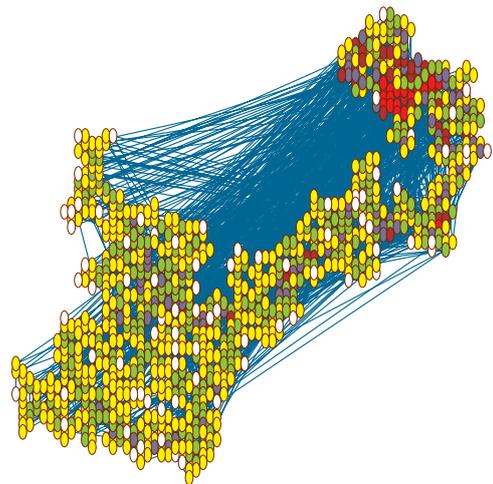
(c) MED-kmin Eden モデル $\mu = 1$



(d) MED-rand Eden モデル $\mu = 1$

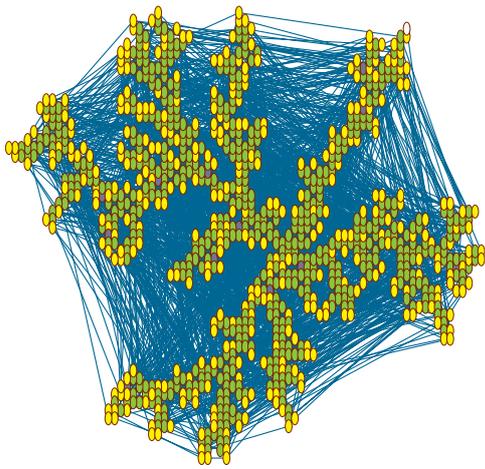


(e) MED-kmin IP モデル $\mu = 1$

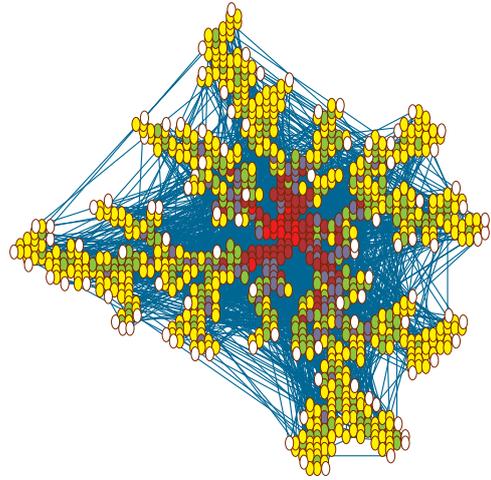


(f) MED-rand IP モデル $\mu = 1$

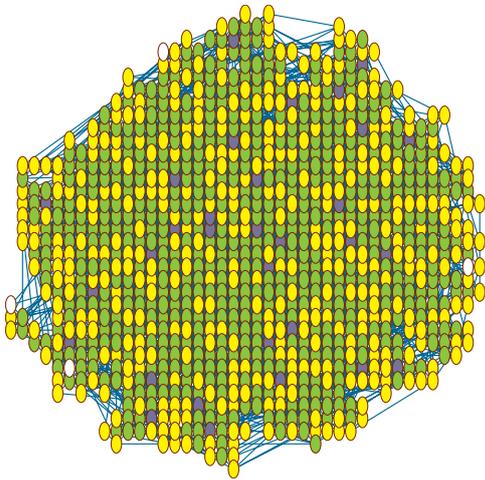
図 A.2: $\mu = 1$ での MED-kmin と MED-rand



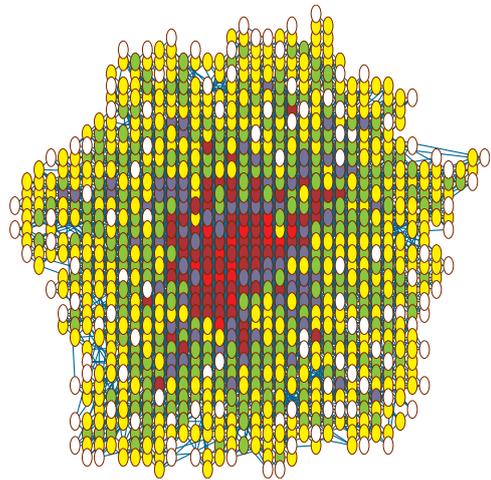
(a) MED-kmin DLA モデル $\mu = 2$



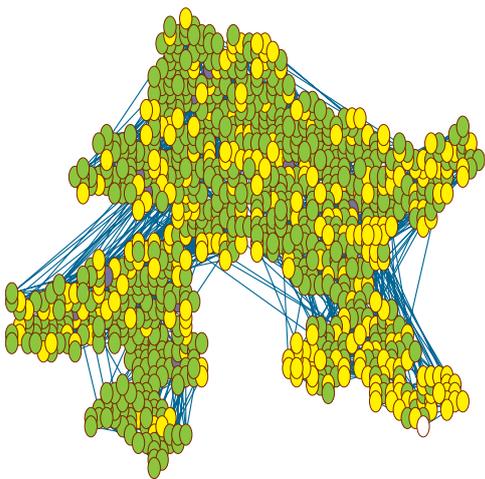
(b) MED-rand DLA モデル $\mu = 2$



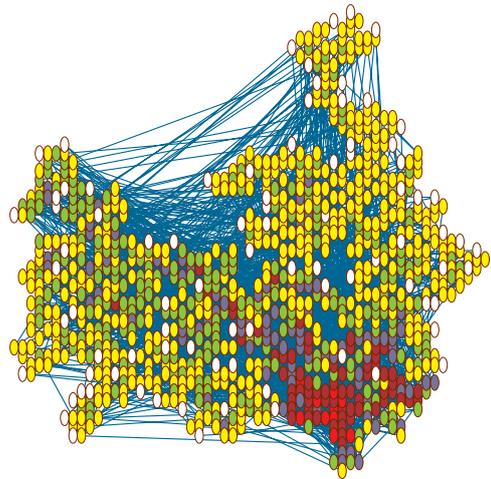
(c) MED-kmin Eden モデル $\mu = 2$



(d) MED-rand Eden モデル $\mu = 2$

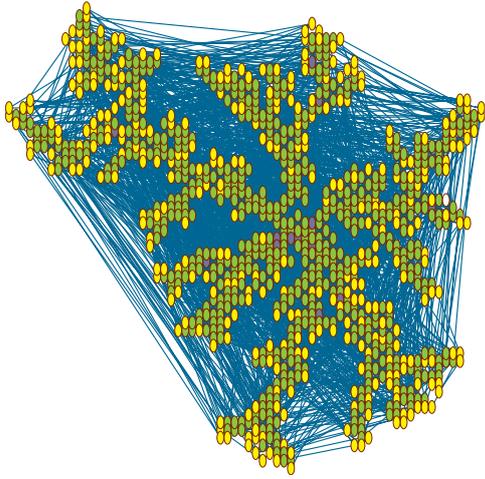


(e) MED-kmin IP モデル $\mu = 2$

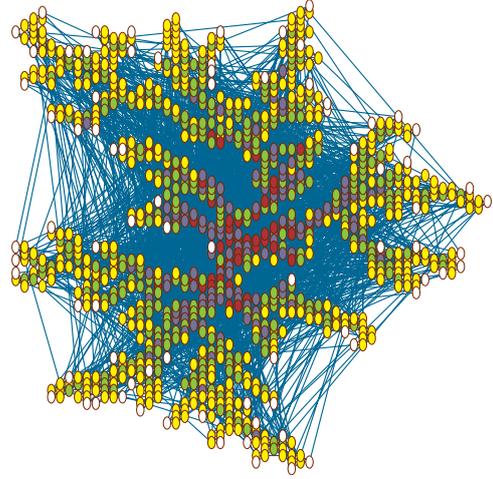


(f) MED-rand IP モデル $\mu = 2$

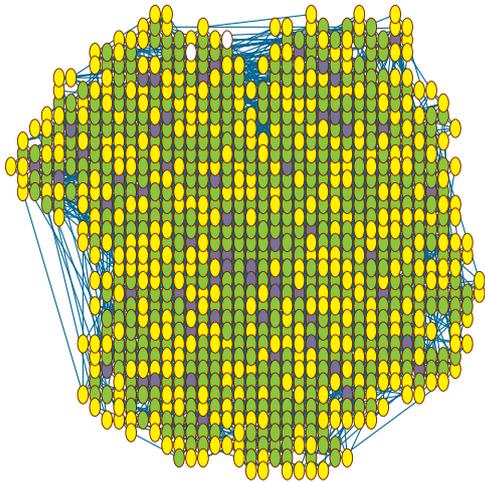
図 A.3: $\mu = 2$ での MED-kmin と MED-rand



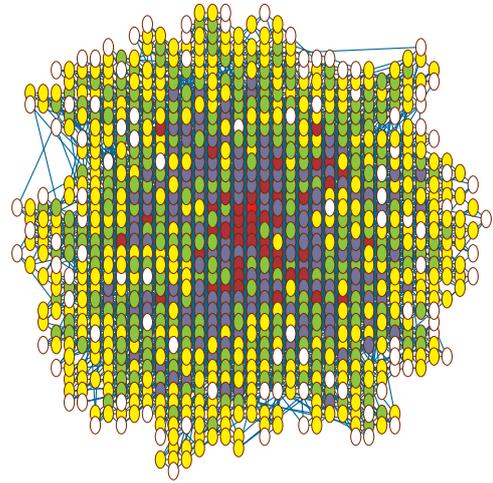
(a) MED-kmin DLA モデル $\mu = 3$



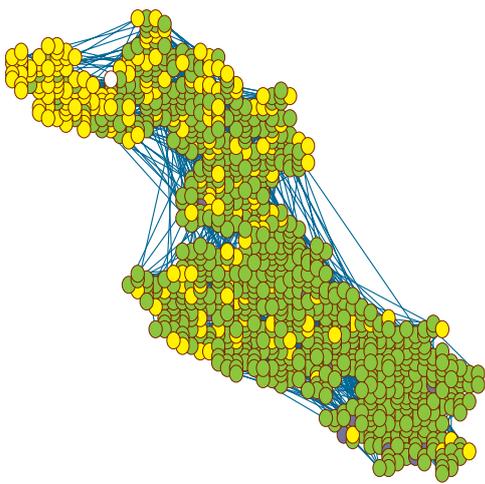
(b) MED-rand DLA モデル $\mu = 3$



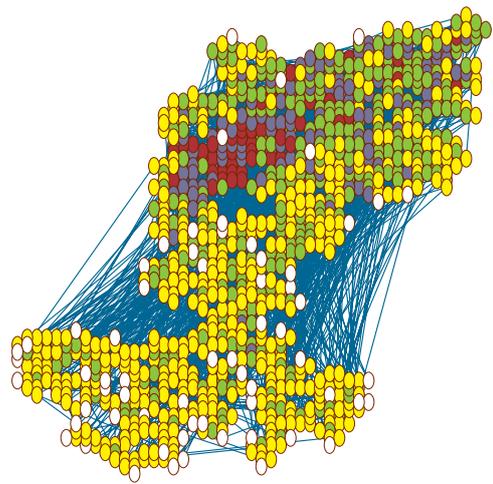
(c) MED-kmin Eden モデル $\mu = 3$



(d) MED-rand Eden モデル $\mu = 3$

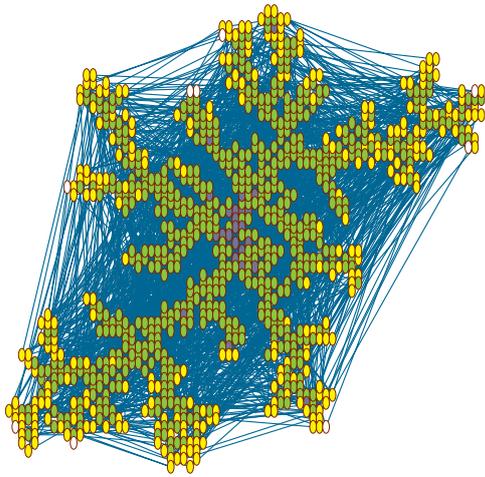


(e) MED-kmin IP モデル $\mu = 3$

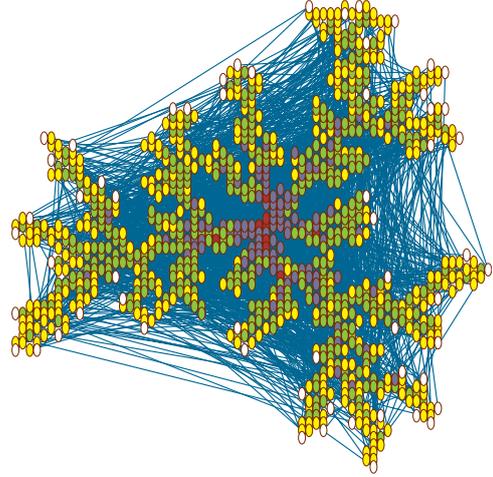


(f) MED-rand IP モデル $\mu = 3$

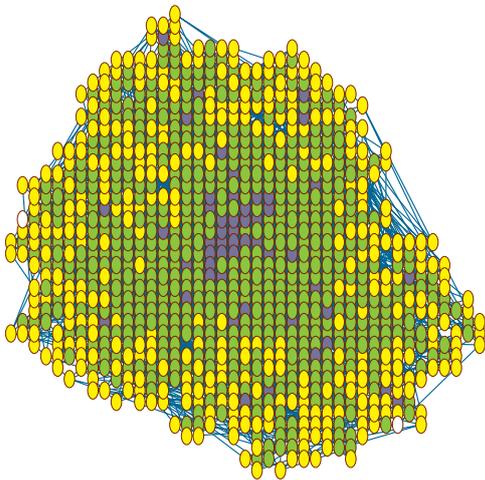
図 A.4: $\mu = 3$ での MED-kmin と MED-rand



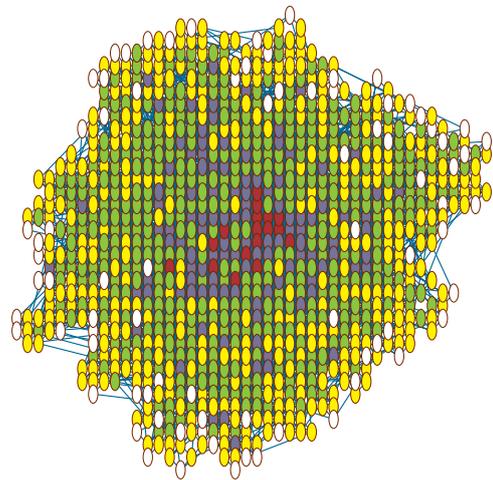
(a) MED-kmin DLA モデル $\mu = 4$



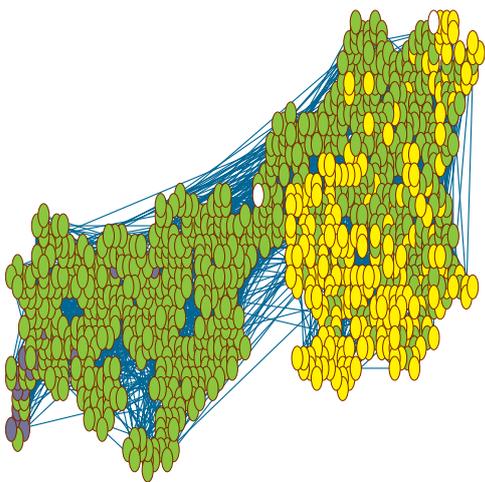
(b) MED-rand DLA モデル $\mu = 4$



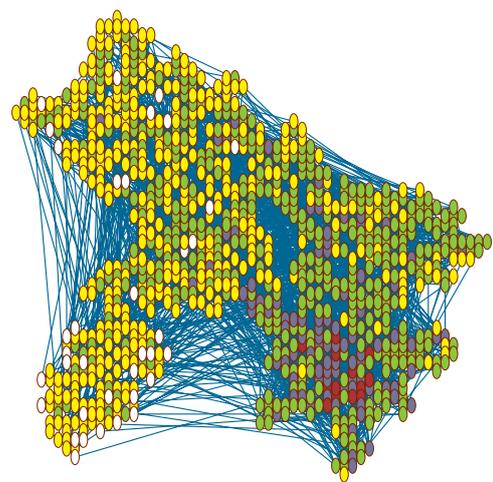
(c) MED-kmin Eden モデル $\mu = 4$



(d) MED-rand Eden モデル $\mu = 4$



(e) MED-kmin IP モデル $\mu = 4$



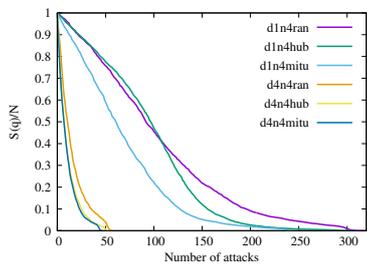
(f) MED-rand IP モデル $\mu = 4$

図 A.5: $\mu = 4$ での MED-kmin と MED-rand

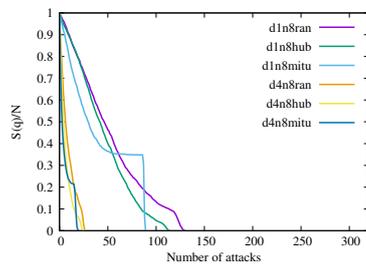
付 録 B 空間的な攻撃での攻撃回数 と連結性

ここでは、表で示していた値に対応する、最大連結成分比と攻撃回数のグラフである。グラフでは攻撃回数での経過がみれるためここで示すことにした。d1は距離1での範囲の空間的な攻撃を意味し、n4は4隣接、n8は8隣接とした。また、ランダムなターゲットの選択での攻撃方法はran、ターゲットをハブにする場合の攻撃方法はhub、多数のノードを除去することができる攻撃方法の場合はmituと表記した。図を2列で配置したが左の図は4隣接の攻撃範囲、右の図は8隣接の攻撃範囲となるように配置した。B.1節にはMED-kminの表面成長するネットワーク、B.2節にはMED-randの表面成長するネットワークに対する空間的な攻撃の結果を示した。

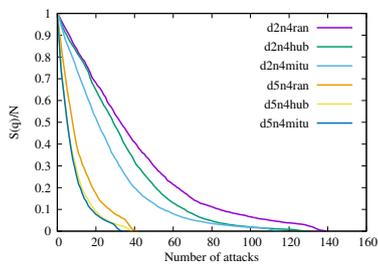
B.1 MED-kmin



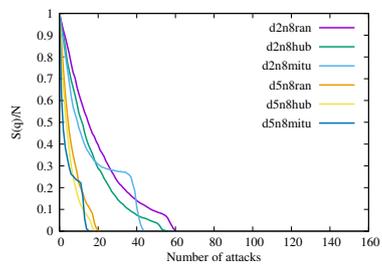
☒ B.1: MED-kmin dla $\mu = 0$



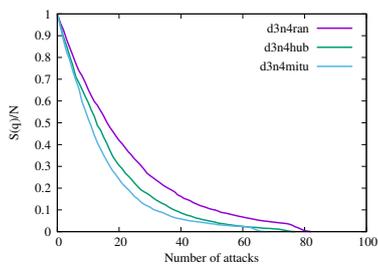
☒ B.2: MED-kmin dla $\mu = 0$



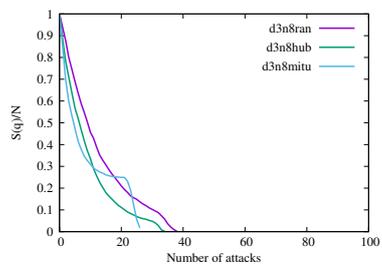
☒ B.3: MED-kmin dla $\mu = 0$



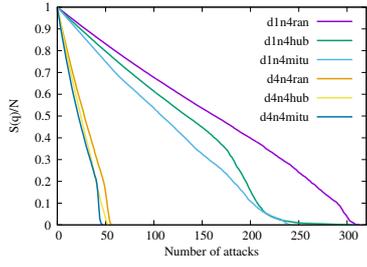
☒ B.4: MED-kmin dla $\mu = 0$



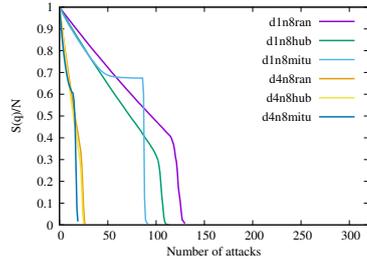
☒ B.5: MED-kmin dla $\mu = 0$



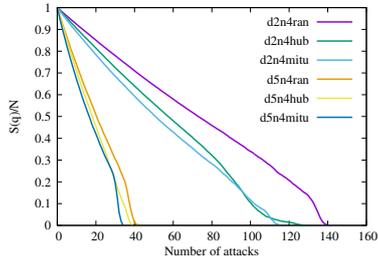
☒ B.6: MED-kmin dla $\mu = 0$



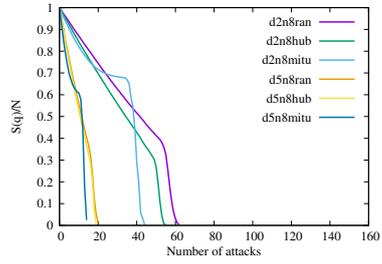
☒ B.7: MED-kmin dla $\mu = 1$



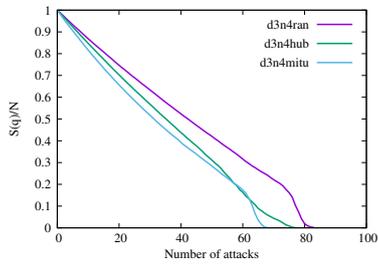
☒ B.8: MED-kmin dla $\mu = 1$



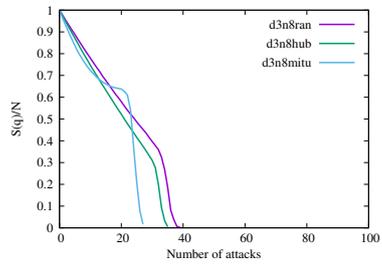
☒ B.9: MED-kmin dla $\mu = 1$



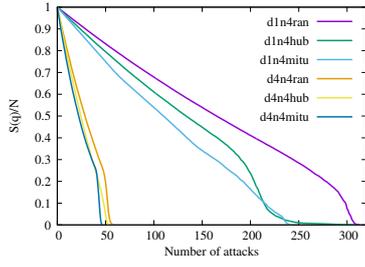
☒ B.10: MED-kmin dla $\mu = 1$



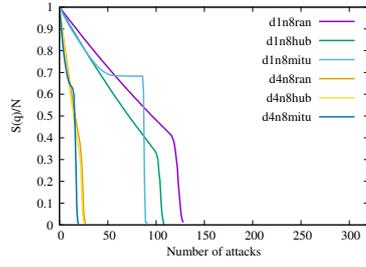
☒ B.11: MED-kmin dla $\mu = 1$



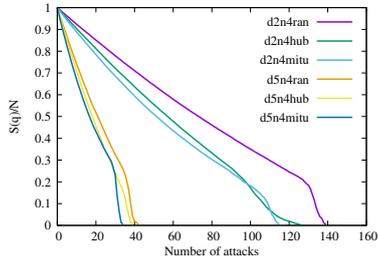
☒ B.12: MED-kmin dla $\mu = 1$



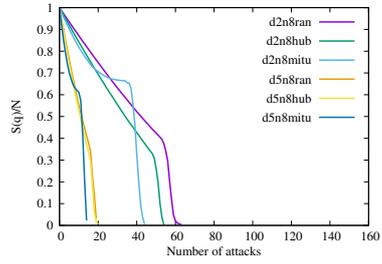
☒ B.13: MED-kmin dla $\mu = 2$



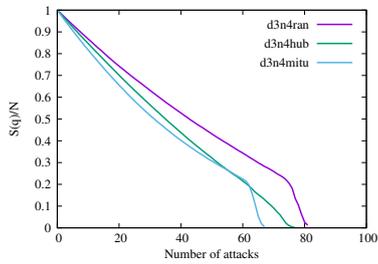
☒ B.14: MED-kmin dla $\mu = 2$



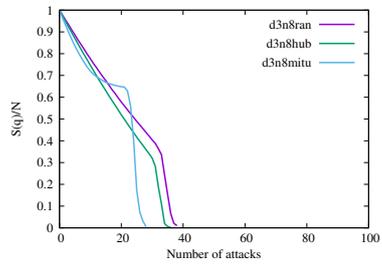
☒ B.15: MED-kmin dla $\mu = 2$



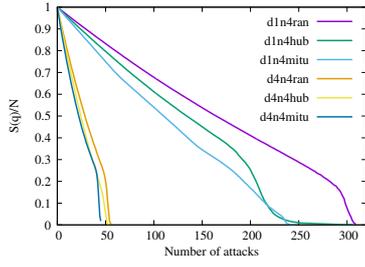
☒ B.16: MED-kmin dla $\mu = 2$



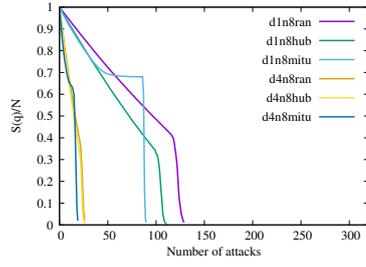
☒ B.17: MED-kmin dla $\mu = 2$



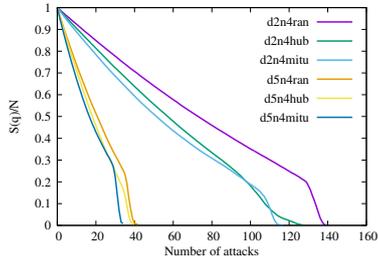
☒ B.18: MED-kmin dla $\mu = 2$



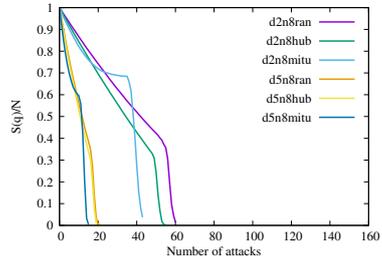
☒ B.19: MED-kmin dla $\mu = 3$



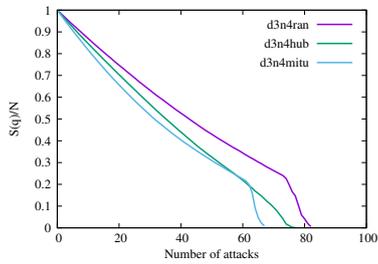
☒ B.20: MED-kmin dla $\mu = 3$



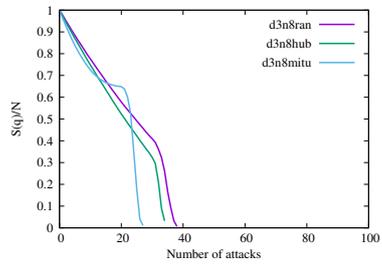
☒ B.21: MED-kmin dla $\mu = 3$



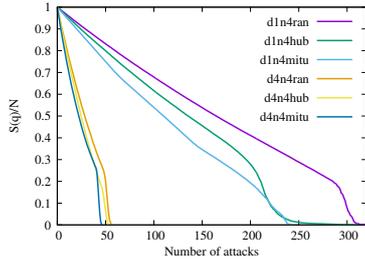
☒ B.22: MED-kmin dla $\mu = 3$



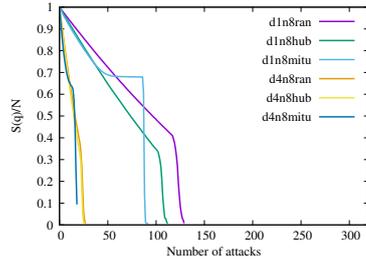
☒ B.23: MED-kmin dla $\mu = 3$



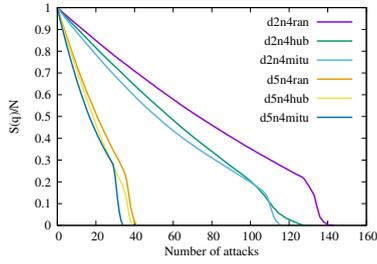
☒ B.24: MED-kmin dla $\mu = 3$



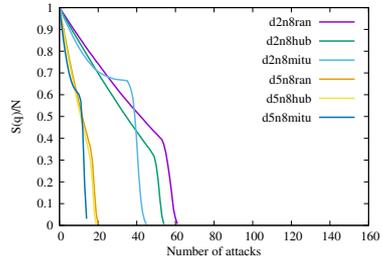
☒ B.25: MED-kmin dla $\mu = 4$



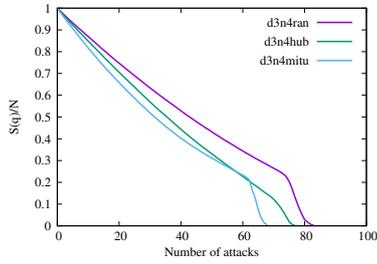
☒ B.26: MED-kmin dla $\mu = 4$



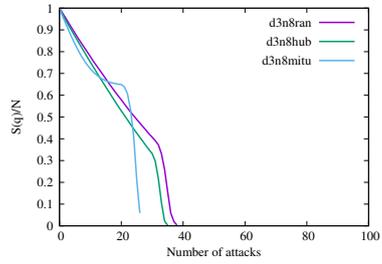
☒ B.27: MED-kmin dla $\mu = 4$



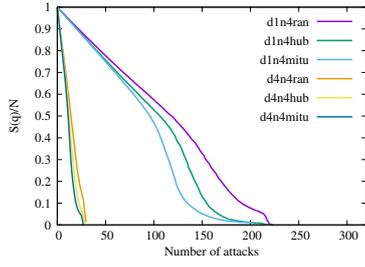
☒ B.28: MED-kmin dla $\mu = 4$



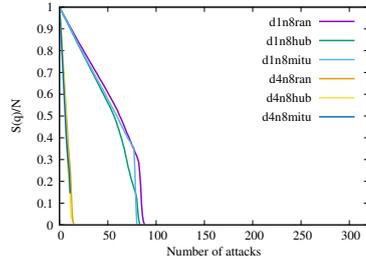
☒ B.29: MED-kmin dla $\mu = 4$



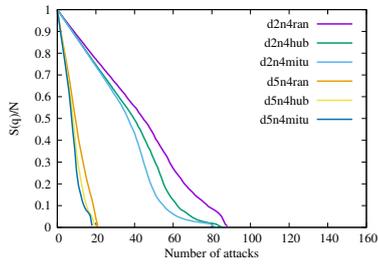
☒ B.30: MED-kmin dla $\mu = 4$



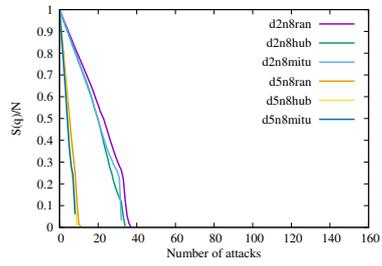
☒ B.31: MED-kmin eden $\mu = 0$



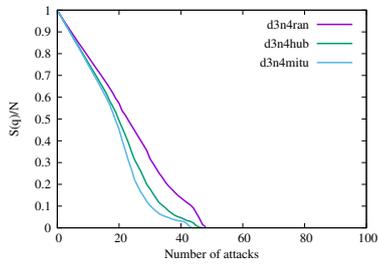
☒ B.32: MED-kmin eden $\mu = 0$



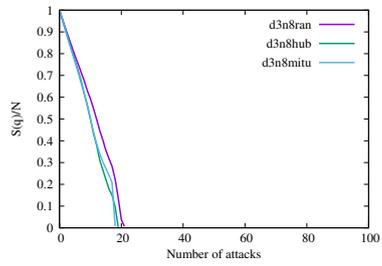
☒ B.33: MED-kmin eden $\mu = 0$



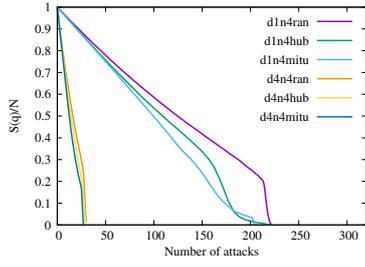
☒ B.34: MED-kmin eden $\mu = 0$



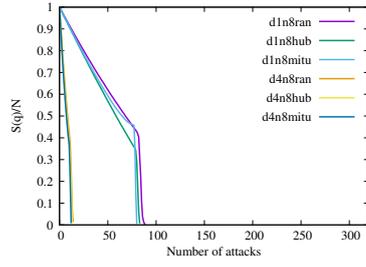
☒ B.35: MED-kmin eden $\mu = 0$



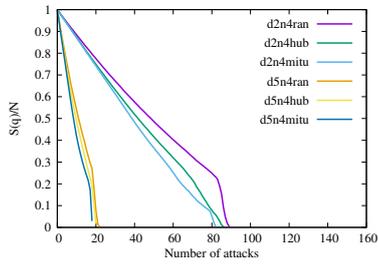
☒ B.36: MED-kmin eden $\mu = 0$



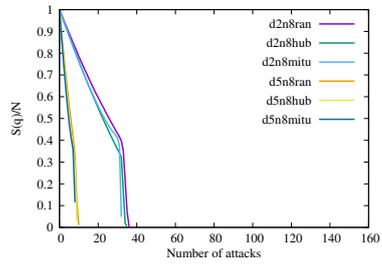
☒ B.37: MED-kmin eden $\mu = 1$



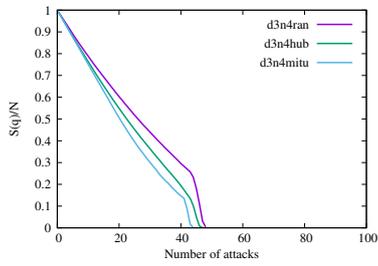
☒ B.38: MED-kmin eden $\mu = 1$



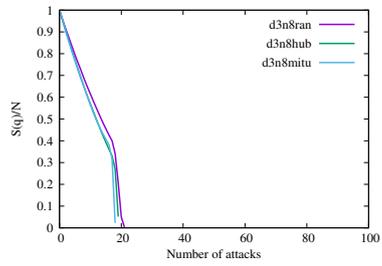
☒ B.39: MED-kmin eden $\mu = 1$



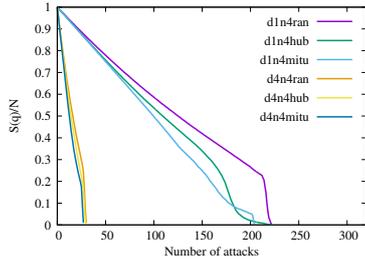
☒ B.40: MED-kmin eden $\mu = 1$



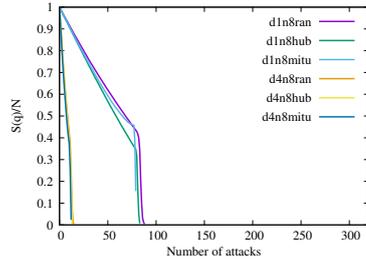
☒ B.41: MED-kmin eden $\mu = 1$



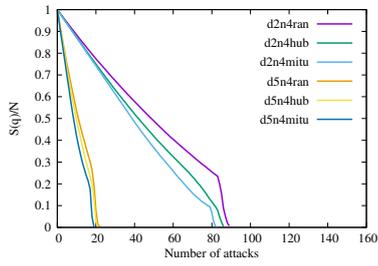
☒ B.42: MED-kmin eden $\mu = 1$



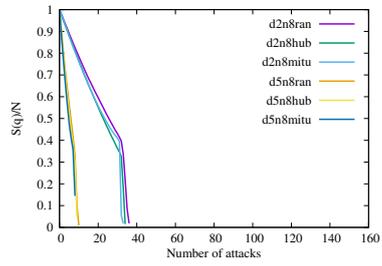
☒ B.43: MED-kmin eden $\mu = 2$



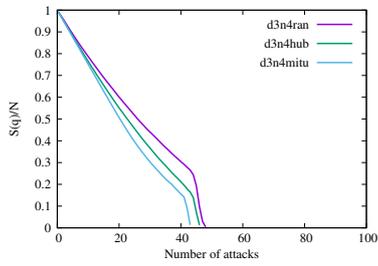
☒ B.44: MED-kmin eden $\mu = 2$



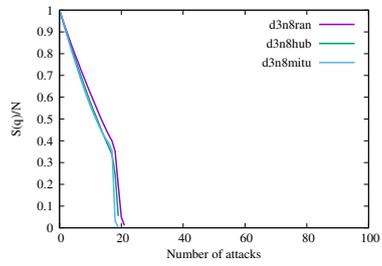
☒ B.45: MED-kmin eden $\mu = 2$



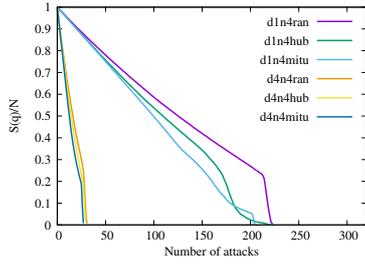
☒ B.46: MED-kmin eden $\mu = 2$



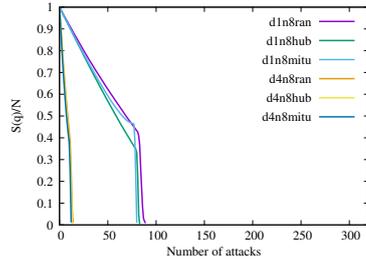
☒ B.47: MED-kmin eden $\mu = 2$



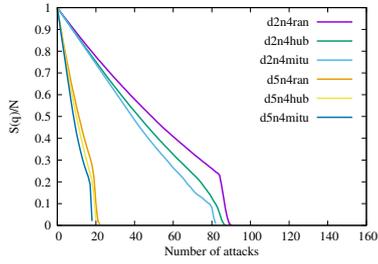
☒ B.48: MED-kmin eden $\mu = 2$



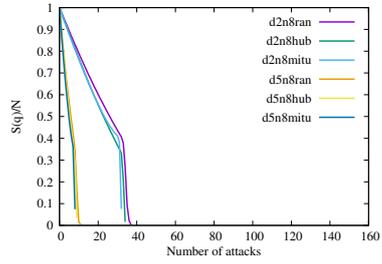
☒ B.49: MED-kmin eden $\mu = 3$



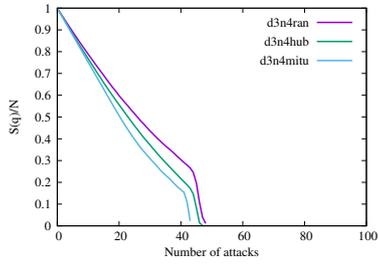
☒ B.50: MED-kmin eden $\mu = 3$



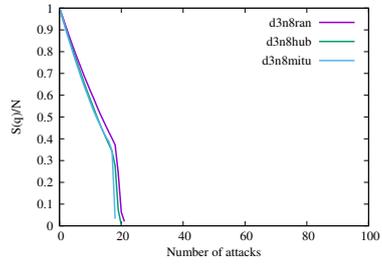
☒ B.51: MED-kmin eden $\mu = 3$



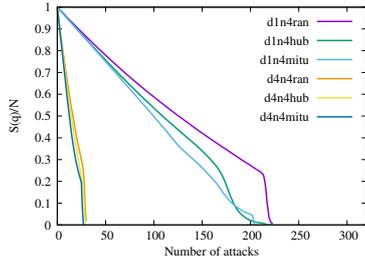
☒ B.52: MED-kmin eden $\mu = 3$



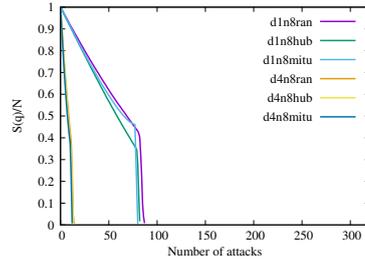
☒ B.53: MED-kmin eden $\mu = 3$



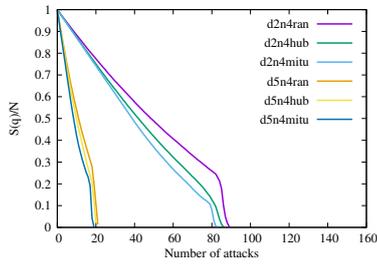
☒ B.54: MED-kmin eden $\mu = 3$



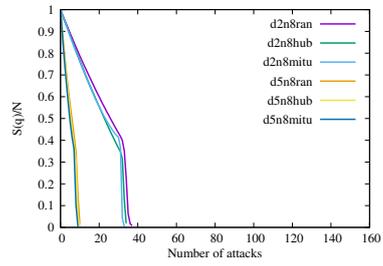
☒ B.55: MED-kmin eden $\mu = 4$



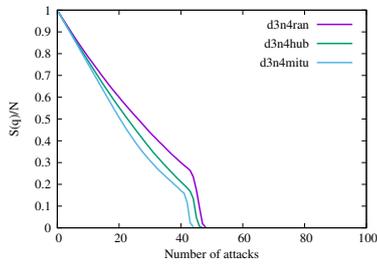
☒ B.56: MED-kmin eden $\mu = 4$



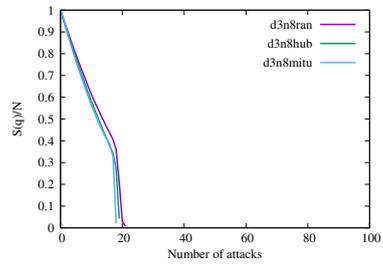
☒ B.57: MED-kmin eden $\mu = 4$



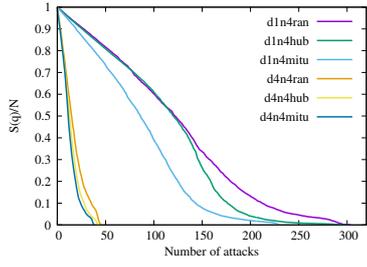
☒ B.58: MED-kmin eden $\mu = 4$



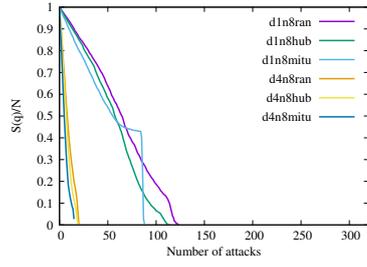
☒ B.59: MED-kmin eden $\mu = 4$



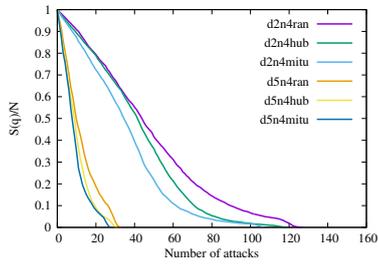
☒ B.60: MED-kmin eden $\mu = 4$



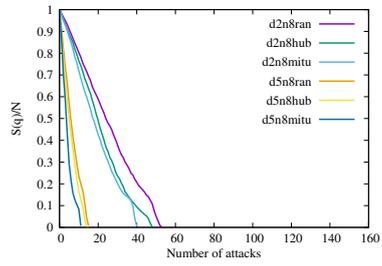
⊗ B.61: MED-kmin ip $\mu = 0$



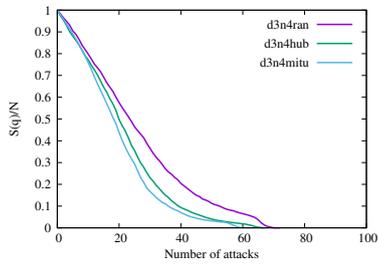
⊗ B.62: MED-kmin ip $\mu = 0$



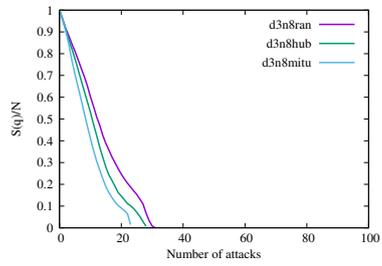
⊗ B.63: MED-kmin ip $\mu = 0$



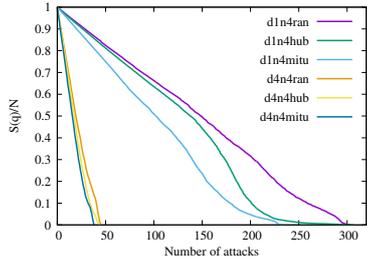
⊗ B.64: MED-kmin ip $\mu = 0$



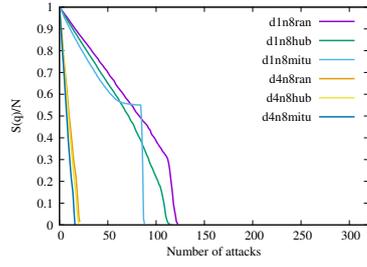
⊗ B.65: MED-kmin ip $\mu = 0$



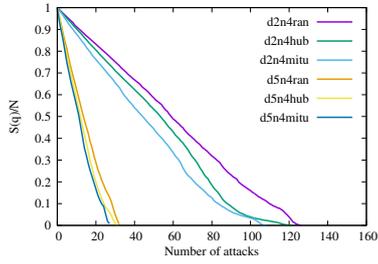
⊗ B.66: MED-kmin ip $\mu = 0$



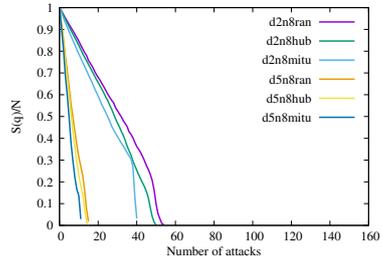
☒ B.67: MED-kmin ip $\mu = 1$



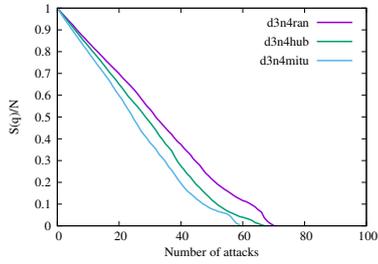
☒ B.68: MED-kmin ip $\mu = 1$



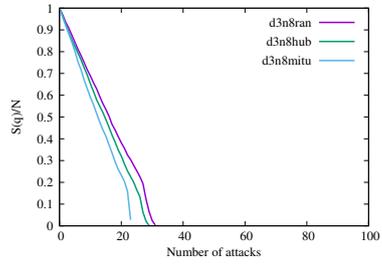
☒ B.69: MED-kmin ip $\mu = 1$



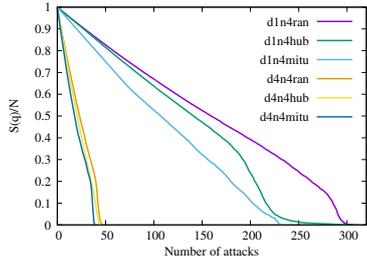
☒ B.70: MED-kmin ip $\mu = 1$



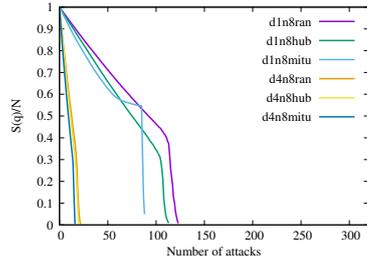
☒ B.71: MED-kmin ip $\mu = 1$



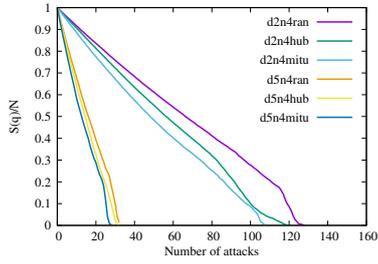
☒ B.72: MED-kmin ip $\mu = 1$



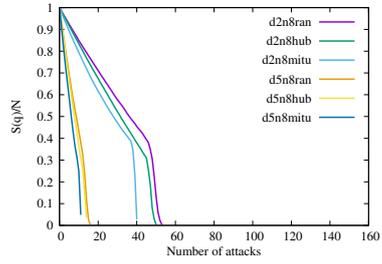
☒ B.73: MED-kmin ip $\mu = 2$



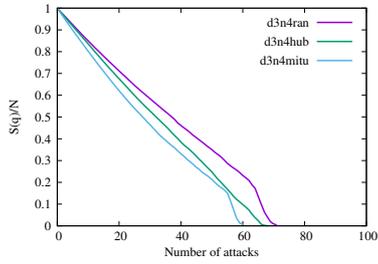
☒ B.74: MED-kmin ip $\mu = 2$



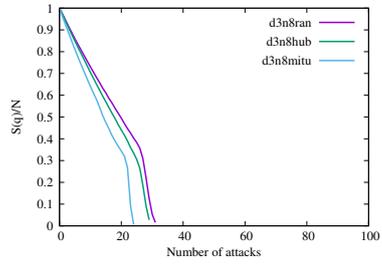
☒ B.75: MED-kmin ip $\mu = 2$



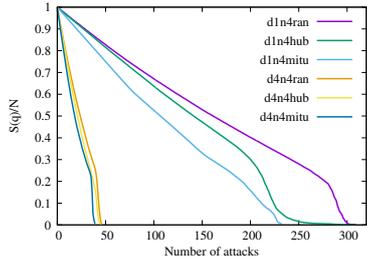
☒ B.76: MED-kmin ip $\mu = 2$



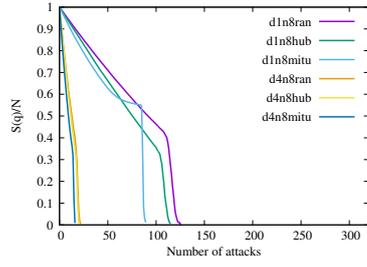
☒ B.77: MED-kmin ip $\mu = 2$



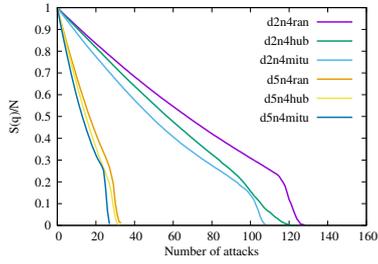
☒ B.78: MED-kmin ip $\mu = 2$



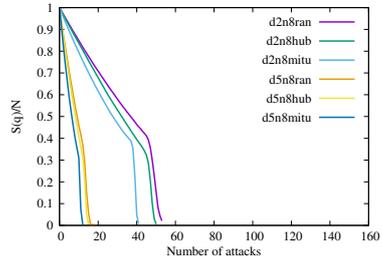
☒ B.79: MED-kmin ip $\mu = 3$



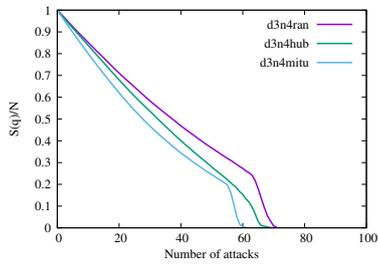
☒ B.80: MED-kmin ip $\mu = 3$



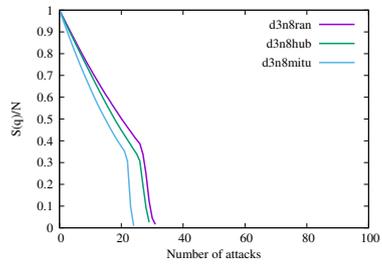
☒ B.81: MED-kmin ip $\mu = 3$



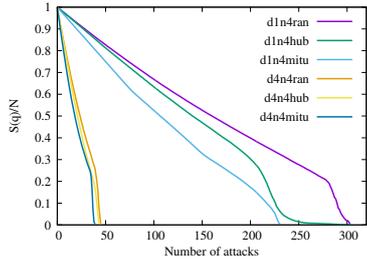
☒ B.82: MED-kmin ip $\mu = 3$



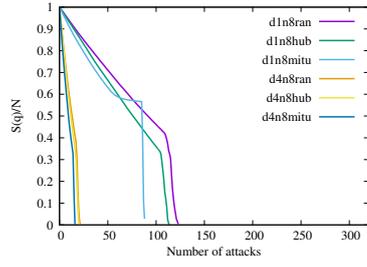
☒ B.83: MED-kmin ip $\mu = 3$



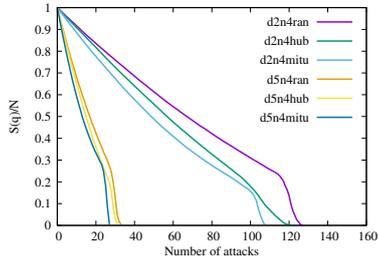
☒ B.84: MED-kmin ip $\mu = 3$



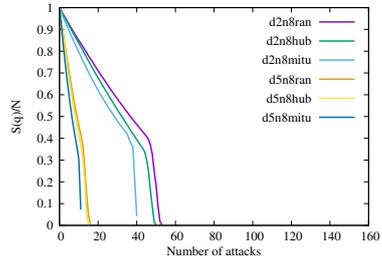
☒ B.85: MED-kmin ip $\mu = 4$



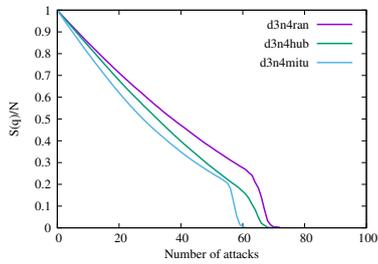
☒ B.86: MED-kmin ip $\mu = 4$



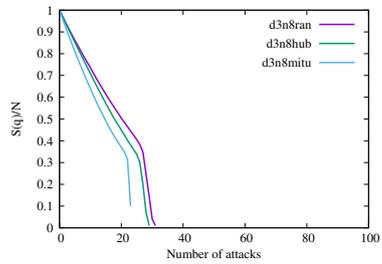
☒ B.87: MED-kmin ip $\mu = 4$



☒ B.88: MED-kmin ip $\mu = 4$

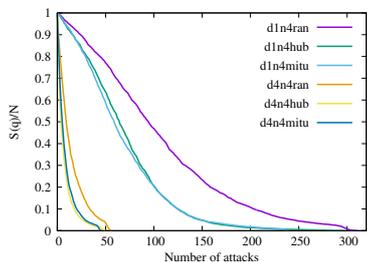


☒ B.89: MED-kmin ip $\mu = 4$

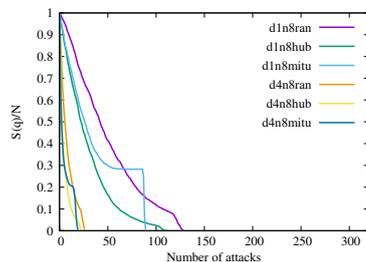


☒ B.90: MED-kmin ip $\mu = 4$

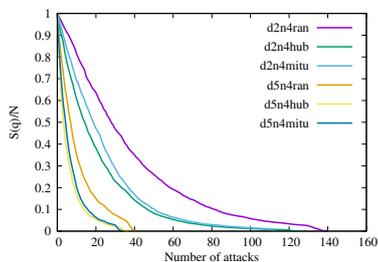
B.2 MED-rand



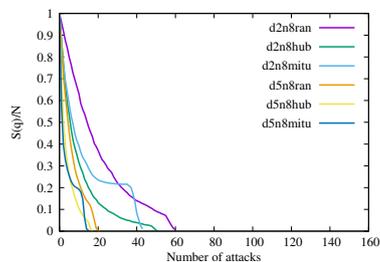
☒ B.91: MED-rand dla $\mu = 0$



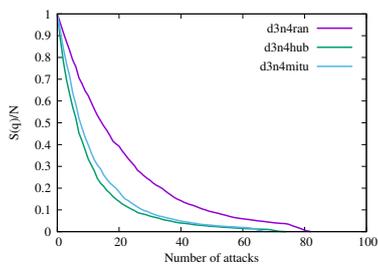
☒ B.92: MED-rand dla $\mu = 0$



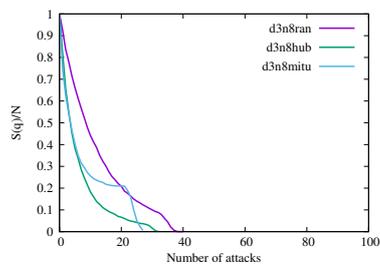
☒ B.93: MED-rand dla $\mu = 0$



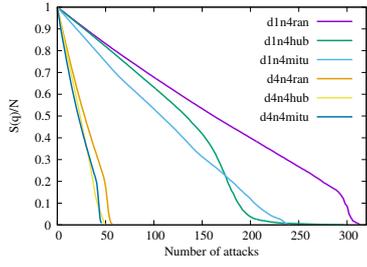
☒ B.94: MED-rand dla $\mu = 0$



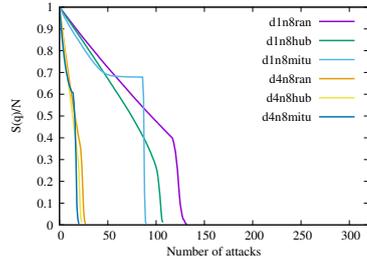
☒ B.95: MED-rand dla $\mu = 0$



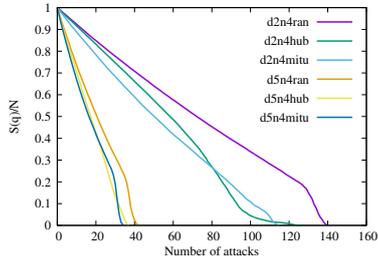
☒ B.96: MED-rand dla $\mu = 0$



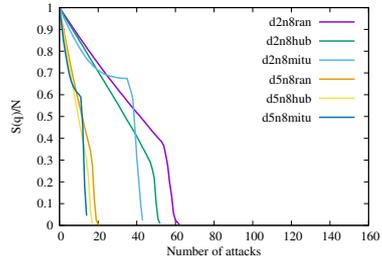
☒ B.97: MED-rand dla $\mu = 1$



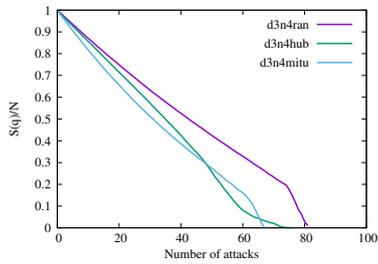
☒ B.98: MED-rand dla $\mu = 1$



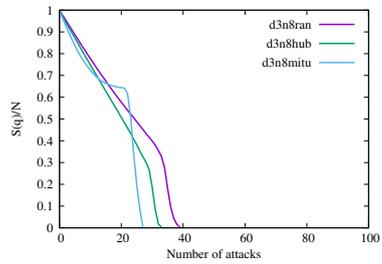
☒ B.99: MED-rand dla $\mu = 1$



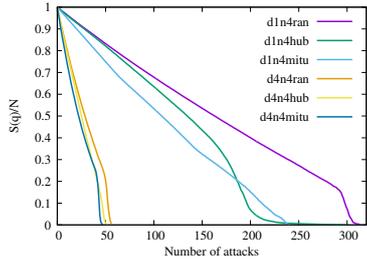
☒ B.100: MED-rand dla $\mu = 1$



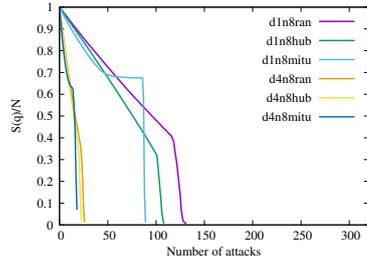
☒ B.101: MED-rand dla $\mu = 1$



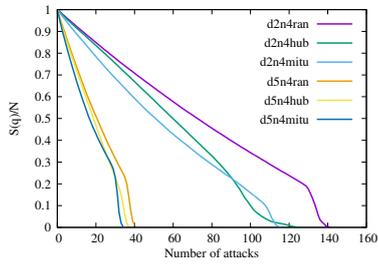
☒ B.102: MED-rand dla $\mu = 1$



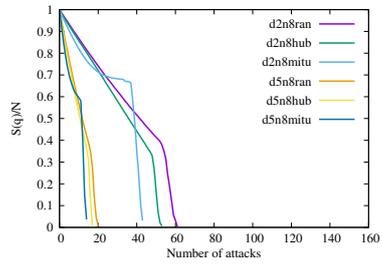
☒ B.103: MED-rand dla $\mu = 2$



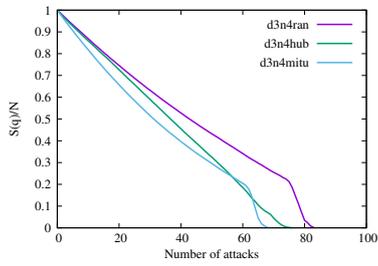
☒ B.104: MED-rand dla $\mu = 2$



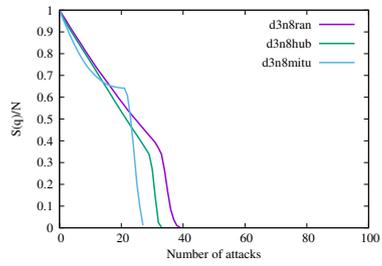
☒ B.105: MED-rand dla $\mu = 2$



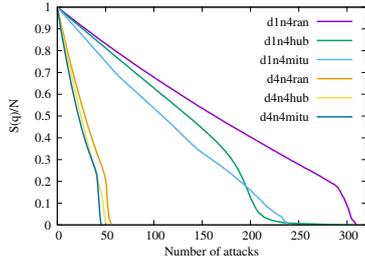
☒ B.106: MED-rand dla $\mu = 2$



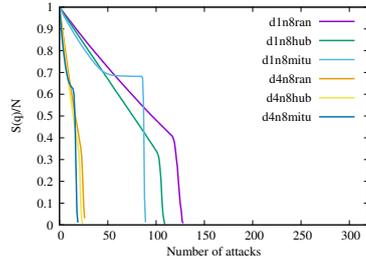
☒ B.107: MED-rand dla $\mu = 2$



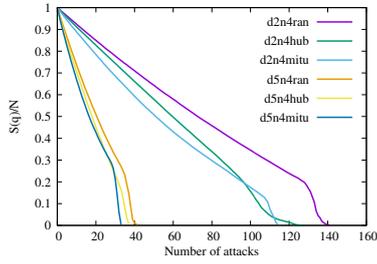
☒ B.108: MED-rand dla $\mu = 2$



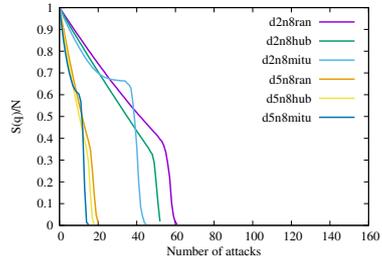
☒ B.109: MED-rand dla $\mu = 3$



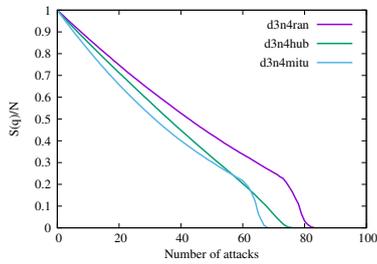
☒ B.110: MED-rand dla $\mu = 3$



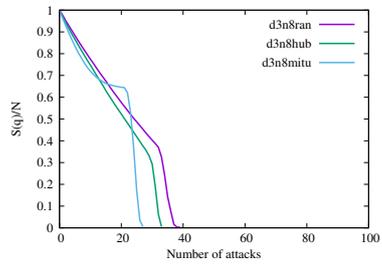
☒ B.111: MED-rand dla $\mu = 3$



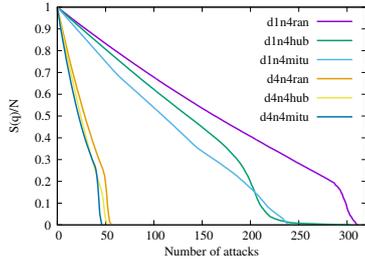
☒ B.112: MED-rand dla $\mu = 3$



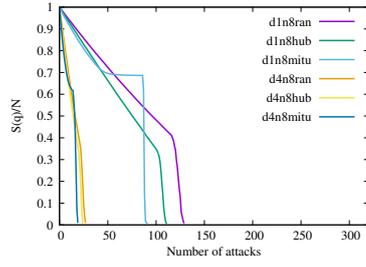
☒ B.113: MED-rand dla $\mu = 3$



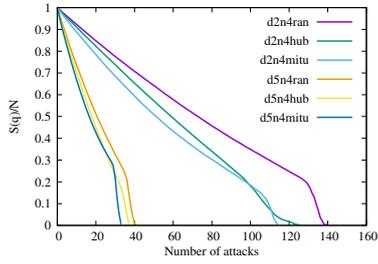
☒ B.114: MED-rand dla $\mu = 3$



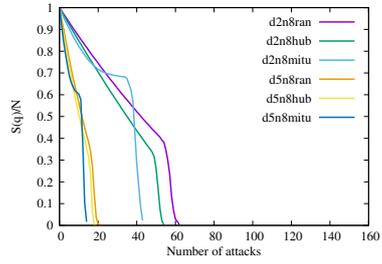
☒ B.115: MED-rand dla $\mu = 4$



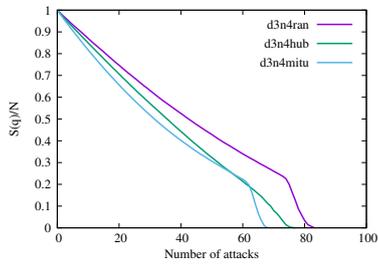
☒ B.116: MED-rand dla $\mu = 4$



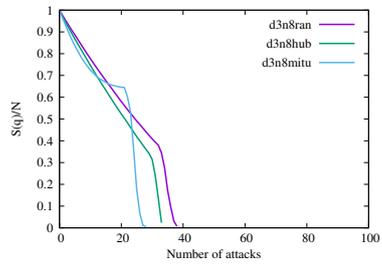
☒ B.117: MED-rand dla $\mu = 4$



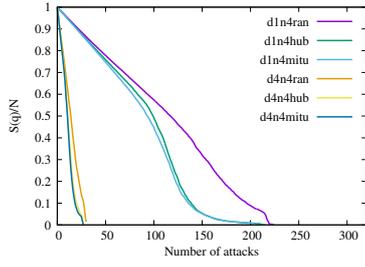
☒ B.118: MED-rand dla $\mu = 4$



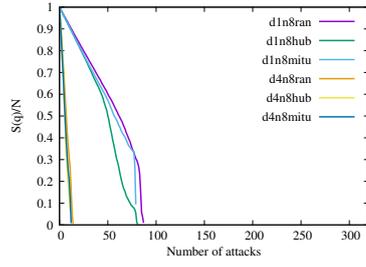
☒ B.119: MED-rand dla $\mu = 4$



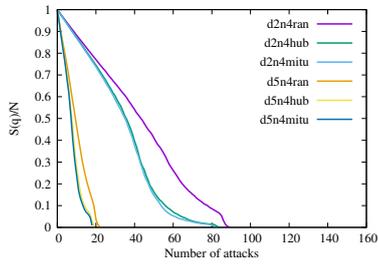
☒ B.120: MED-rand dla $\mu = 4$



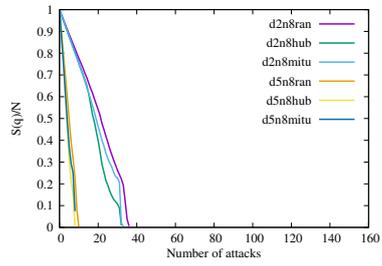
☒ B.121: MED-rand eden $\mu = 0$



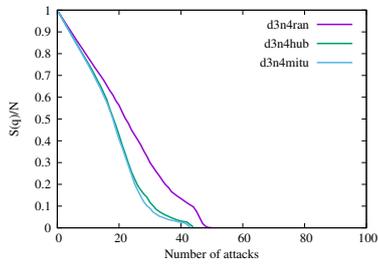
☒ B.122: MED-rand eden $\mu = 0$



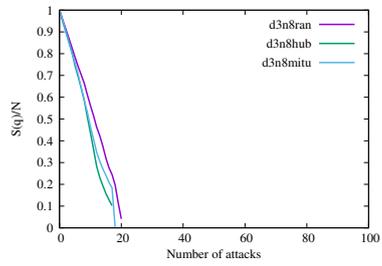
☒ B.123: MED-rand eden $\mu = 0$



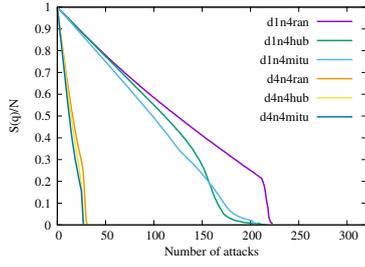
☒ B.124: MED-rand eden $\mu = 0$



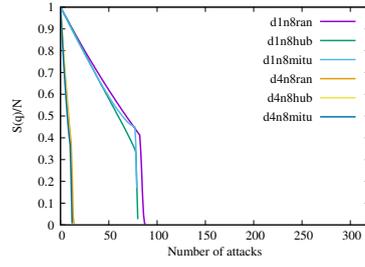
☒ B.125: MED-rand eden $\mu = 0$



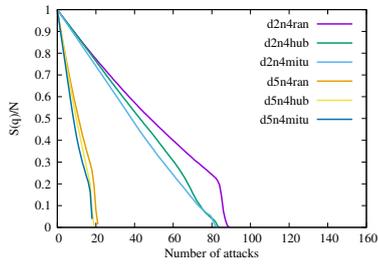
☒ B.126: MED-rand eden $\mu = 0$



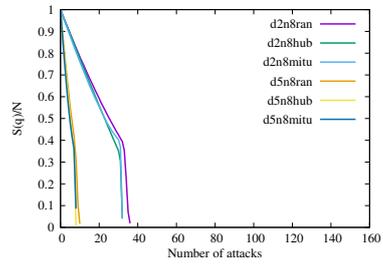
☒ B.127: MED-rand eden $\mu = 1$



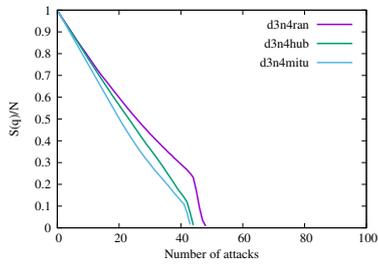
☒ B.128: MED-rand eden $\mu = 1$



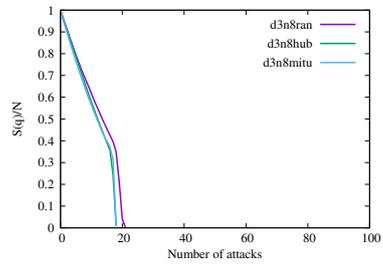
☒ B.129: MED-rand eden $\mu = 1$



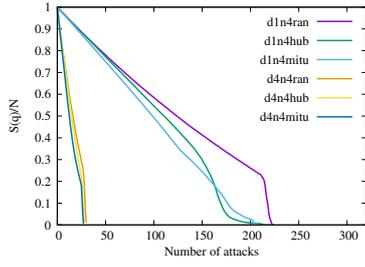
☒ B.130: MED-rand eden $\mu = 1$



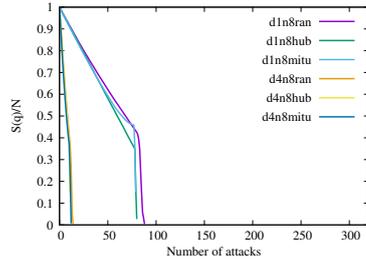
☒ B.131: MED-rand eden $\mu = 1$



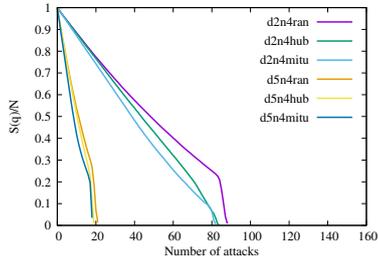
☒ B.132: MED-rand eden $\mu = 1$



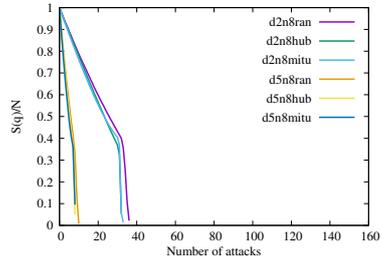
☒ B.133: MED-rand eden $\mu = 2$



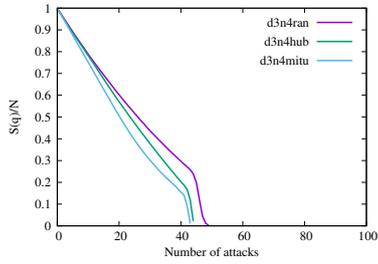
☒ B.134: MED-rand eden $\mu = 2$



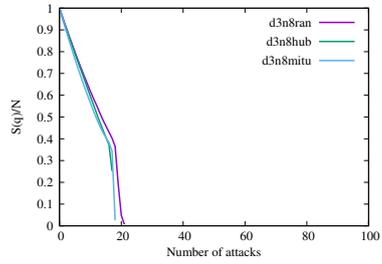
☒ B.135: MED-rand eden $\mu = 2$



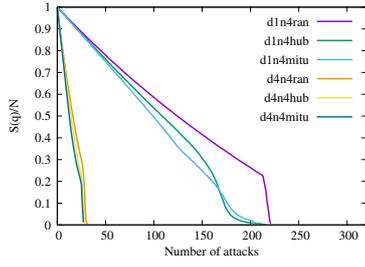
☒ B.136: MED-rand eden $\mu = 2$



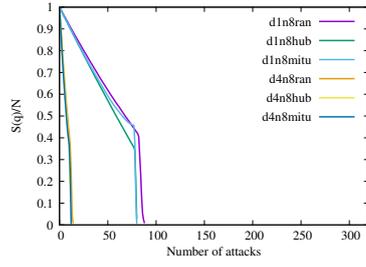
☒ B.137: MED-rand eden $\mu = 2$



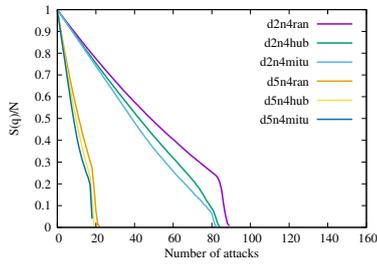
☒ B.138: MED-rand eden $\mu = 2$



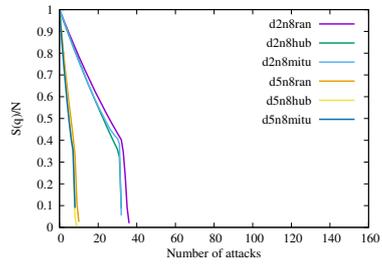
☒ B.139: MED-rand eden $\mu = 3$



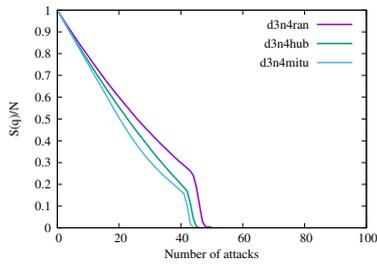
☒ B.140: MED-rand eden $\mu = 3$



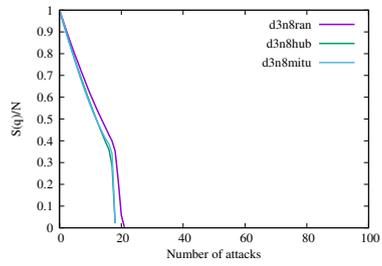
☒ B.141: MED-rand eden $\mu = 3$



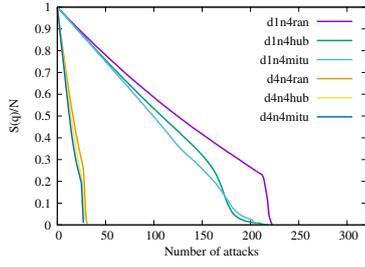
☒ B.142: MED-rand eden $\mu = 3$



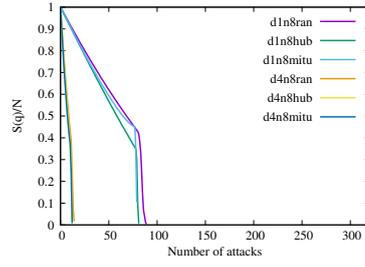
☒ B.143: MED-rand eden $\mu = 3$



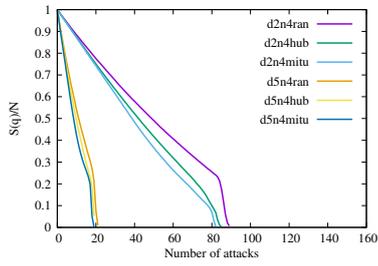
☒ B.144: MED-rand eden $\mu = 3$



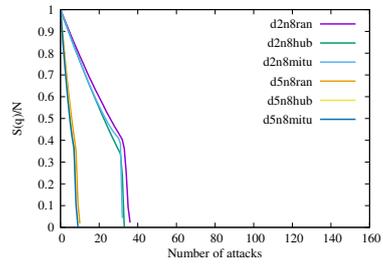
☒ B.145: MED-rand eden $\mu = 4$



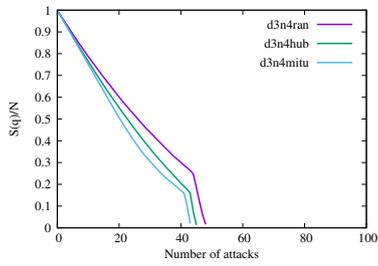
☒ B.146: MED-rand eden $\mu = 4$



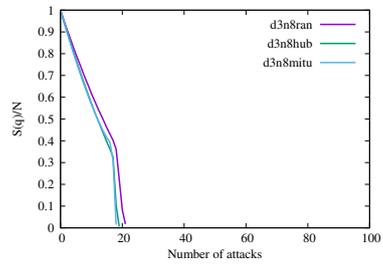
☒ B.147: MED-rand eden $\mu = 4$



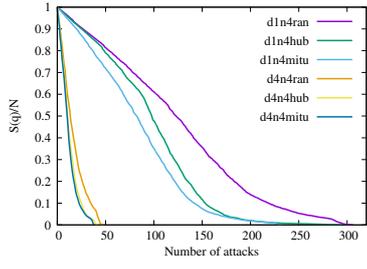
☒ B.148: MED-rand eden $\mu = 4$



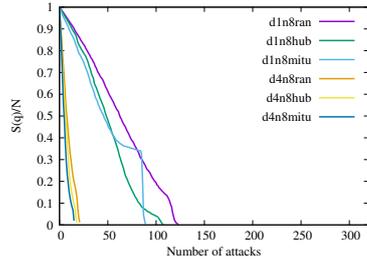
☒ B.149: MED-rand eden $\mu = 4$



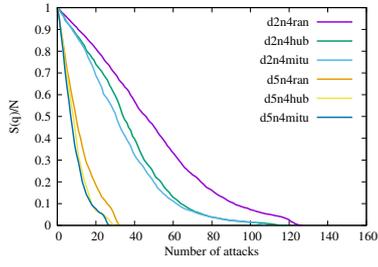
☒ B.150: MED-rand eden $\mu = 4$



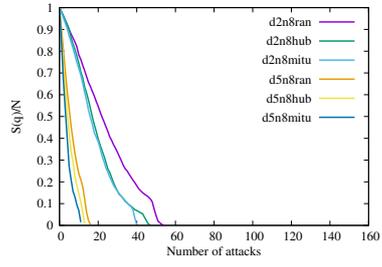
⊠ B.151: MED-rand ip $\mu = 0$



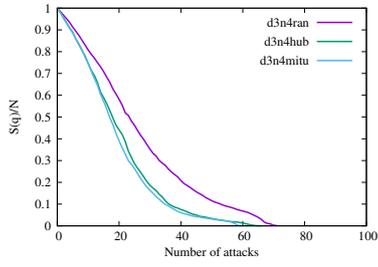
⊠ B.152: MED-rand ip $\mu = 0$



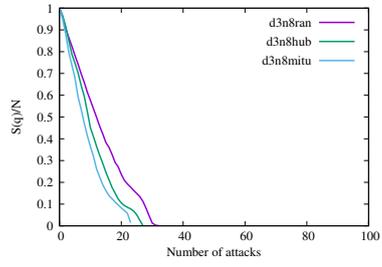
⊠ B.153: MED-rand ip $\mu = 0$



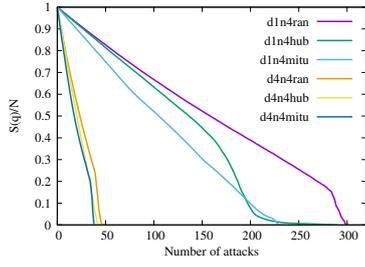
⊠ B.154: MED-rand ip $\mu = 0$



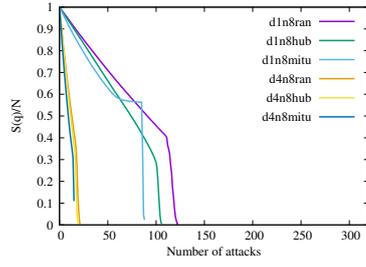
⊠ B.155: MED-rand ip $\mu = 0$



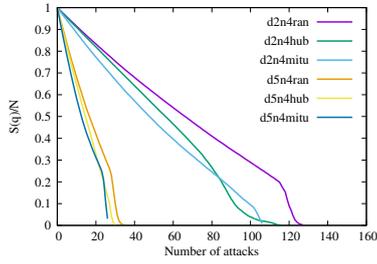
⊠ B.156: MED-rand ip $\mu = 0$



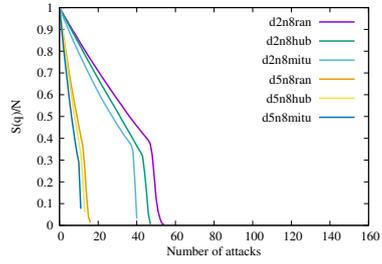
☒ B.157: MED-rand ip $\mu = 1$



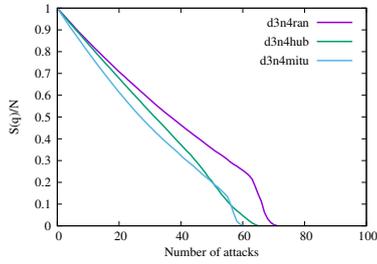
☒ B.158: MED-rand ip $\mu = 1$



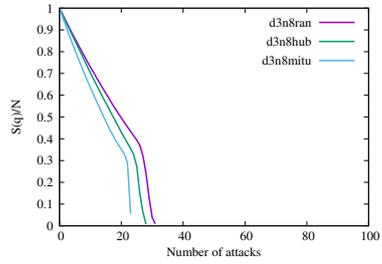
☒ B.159: MED-rand ip $\mu = 1$



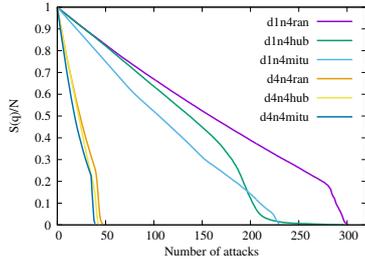
☒ B.160: MED-rand ip $\mu = 1$



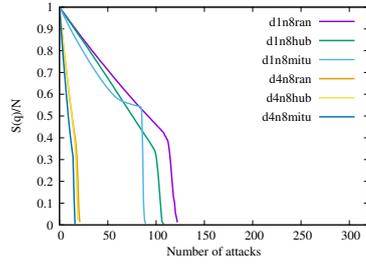
☒ B.161: MED-rand ip $\mu = 1$



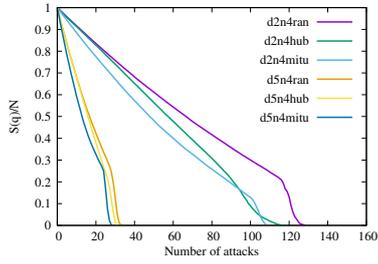
☒ B.162: MED-rand ip $\mu = 1$



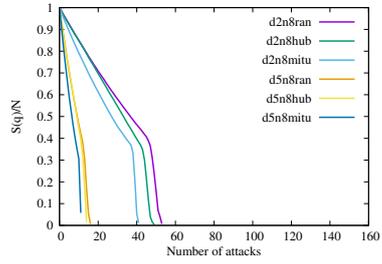
⊠ B.163: MED-rand ip $\mu = 2$



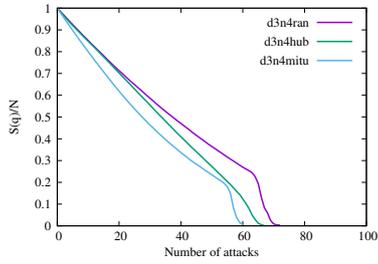
⊠ B.164: MED-rand ip $\mu = 2$



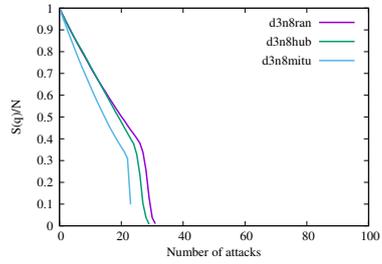
⊠ B.165: MED-rand ip $\mu = 2$



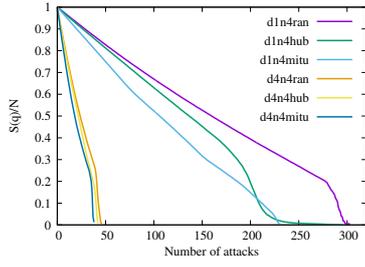
⊠ B.166: MED-rand ip $\mu = 2$



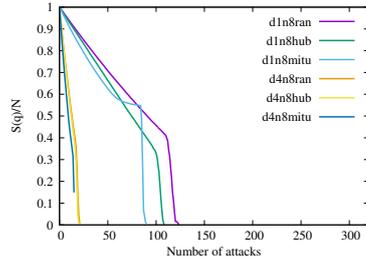
⊠ B.167: MED-rand ip $\mu = 2$



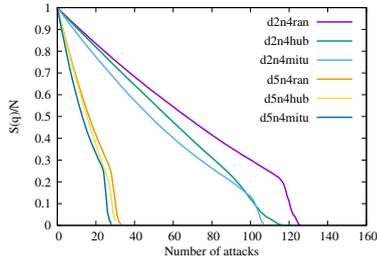
⊠ B.168: MED-rand ip $\mu = 2$



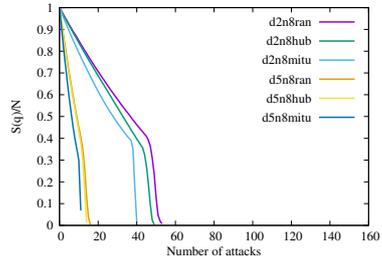
☒ B.169: MED-rand ip $\mu = 3$



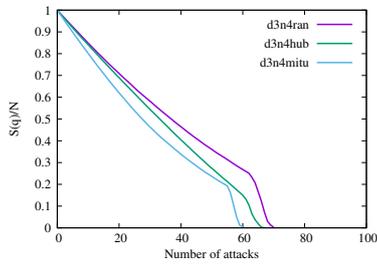
☒ B.170: MED-rand ip $\mu = 3$



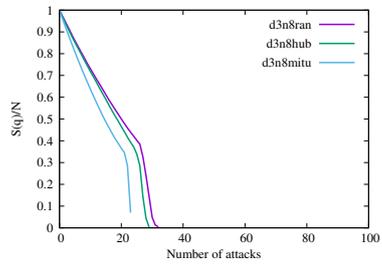
☒ B.171: MED-rand ip $\mu = 3$



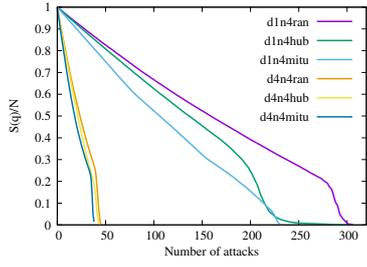
☒ B.172: MED-rand ip $\mu = 3$



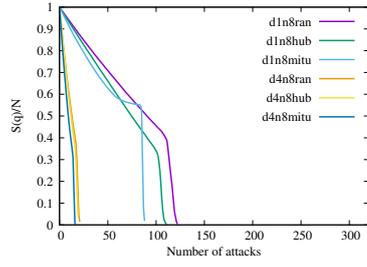
☒ B.173: MED-rand ip $\mu = 3$



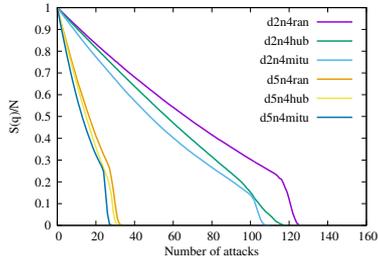
☒ B.174: MED-rand ip $\mu = 3$



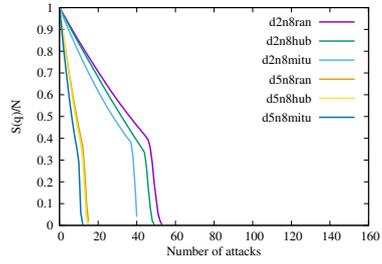
☒ B.175: MED-rand ip $\mu = 4$



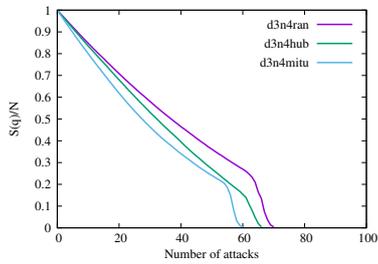
☒ B.176: MED-rand ip $\mu = 4$



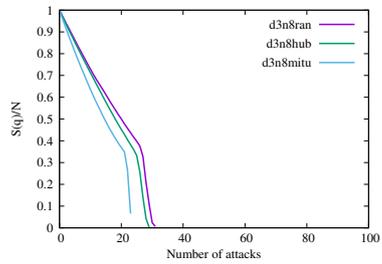
☒ B.177: MED-rand ip $\mu = 4$



☒ B.178: MED-rand ip $\mu = 4$



☒ B.179: MED-rand ip $\mu = 4$



☒ B.180: MED-rand ip $\mu = 4$

謝辞

本研究の過程において，御指導と御鞭撻を賜り，本論文を何度も添削し，助言を頂いた林幸雄教授に，心より感謝を申し上げます．また，プログラミング能力が未熟な私にプログラミング技術や linux でのシェルスクリプト扱いを熱心にご教示下さいました山形大学工学部 田中敦准教授に心より深い感謝を申し上げます．

研究の相談に親身になってくれた井手勇介助教や切磋琢磨し互いに励まし合い高め合ってくれた研究室のメンバーに心より深く感謝申し上げます．

平成 31 年 田中 裕己

参考文献

- [1] Barabási, A.-L. (青木 薫 訳), 「新ネットワーク思考」, HNK 出版, (2003).
- [2] Buchanan, M. (坂本 芳久 訳), 「複雑な世界, 単純な法則」, 草思社, (2005).
- [3] Herrmann, H. J., Schneider, C. M., Moreira, A., Andrade Jr, J. S., and Havlin, S., Onion-like network topology enhances robustness against malicious attacks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P01027, (01)(2011).
- [4] Y. Hayashi : Growing Self-organized Design of Efficient and Robust Complex Networks, *Proc. 2014 IEEE 8th Int. Conf. on SASO*, pp.50-59, doi:101109/SASO2014.17(2014).
- [5] Barabási, A.-L., and Albert. R., Emergence of Scaling in Random Networks, *Science*, Vol.286, pp.509-512, (1999).
- [6] D.j.Watts, S.H.Strogatz, Collective Dynamics of ‘ Small-World ’ Networks, *Nature* 393, 440-442, (1998).
- [7] P. Fraisse : Perception and estimation of time, *Annual Review of Psychology*, no.35, pp.1-36 (1984).
- [8] 新井田統, 原田悦子, 上村郷志 : 通信状況の事前通知が待ち時間に対する満足度へ与える影響, 日本認知心理学会第 10 回大会発表資料 (2012).
- [9] Hayashi, Y. Spatially self-organized resilient network by a distributed cooperative mechanism, *Physica A* 457, 255-369, (2016).
- [10] R. Albert., H.Jeong., A.-L. Barabási., Error and attack tolerance of complex networks, *Nature*, Vol.406, pp.378-381, (2002).
- [11] A.-L. Barabási, R. Albert, Emergence of Scaling in Random Networks, *Science* 286, 509-512 (1999).
- [12] M.E.Newman, *Networks-An Introduction*. Vol. 68, Oxford University Press, New York, NY,(2010).

- [13] M.E.Newman, Phys. Rev. Lett. 89, 89(20), 208701, (2003).
- [14] 松下 貢, 「フラクタルの物理 (I)」, 裳華房, pp97-100,pp110-119, (2006).
- [15] Y. Hayashi, Naoya, U., Onion-like networks are both robust and resilient. Scientific reports, (2018).
- [16] P.Meakin : Fractals, Scaling and Growth for from Equilibrium (Cambridge University Press), Cambridge, (1998).
- [17] Zhi-Xi Wu and Petter Holme, Onion structure and network robustness, Physical review E 84, 026106 (2011)