

# 修 士 論 文

## 結合相関を持つ SF ネットワークにおける カスケード故障に対する防御戦略の比較

指導教官 林 幸雄 助教授

北陸先端科学技術大学院大学  
知識科学研究科知識システム基礎学専攻

350065 宮崎 敏幸

審査委員： 林 幸雄 助教授（主査）  
池田 満 教授  
佐藤 賢二 助教授  
橋本 敬 助教授

2005 年 2 月

# 目 次

|                                        |    |
|----------------------------------------|----|
| 第1章 はじめに                               | 1  |
| 1.1 研究背景                               | 1  |
| 1.2 研究目的                               | 3  |
| 1.3 論文の構成                              | 4  |
| 第2章 カスケード故障                            | 5  |
| 2.1 従来のカスケード故障シミュレーション                 | 5  |
| 2.1.1 一つの頂点の除去により引き起こされるカスケード故障        | 5  |
| 2.1.2 重みつき無向ネットワーク上のカスケード故障            | 6  |
| 2.1.3 ネットワークの成長段階で発生するカスケード故障          | 6  |
| 2.1.4 辺のカスケード故障                        | 6  |
| 2.1 従来の防御戦略                            | 7  |
| 第3章 提案防御戦略                             | 8  |
| 第4章 SF ネットワークモデル                       | 12 |
| 4.1 Coupled Duplication Divergence モデル | 12 |
| 4.2 Connecting Nearest Neighbor モデル    | 13 |
| 4.3 Linear Preferential Attachment モデル | 15 |
| 第5章 ネットワーク構造の分析                        | 16 |
| 5.1 ネットワーク構造の尺度                        | 16 |
| 5.2 CDD モデルの分析                         | 18 |
| 5.3 CNN モデルの分析                         | 25 |
| 5.4 LPA モデルの分析                         | 28 |
| 5.5 分析結果の比較                            | 33 |
| 第6章 カスケード故障および防御戦略                     | 37 |
| 6.1 カスケード故障モデルの定義                      | 37 |
| 6.2 CDD モデル上のシミュレーション結果                | 39 |
| 6.3 CNN モデル上のシミュレーション結果                | 42 |
| 6.4 LPA モデル上のシミュレーション結果                | 44 |

|       |                             |    |
|-------|-----------------------------|----|
| 6.5   | カスケード故障シミュレーション結果の比較 .....  | 48 |
| 6.6   | 防御戦略の手順 .....               | 50 |
| 6.6.1 | 頂点除去による従来防御戦略 .....         | 50 |
| 6.6.2 | 故障辺の配線換えによる提案防御戦略 .....     | 51 |
| 6.7   | 防御戦略シミュレーション結果 .....        | 52 |
| 6.7.1 | CDD モデルに対する結果 .....         | 52 |
| 6.7.2 | CNN モデルに対する結果 .....         | 58 |
| 6.7.3 | LPA モデルに対する結果 .....         | 62 |
| 6.7.4 | 改善法: ブリッジ頂点の連結による配線換え ..... | 67 |
| 6.7.5 | 各モデルと結合相関の正負に関する効果の比較 ..... | 73 |
| 第7章   | おわりに .....                  | 76 |
| 7.1   | 故障伝播シミュレーション結果のまとめ .....    | 76 |
| 7.2   | 防御戦略シミュレーション結果のまとめ .....    | 77 |
| 7.3   | 今後の課題 .....                 | 80 |
| 参考文献  | .....                       | 81 |
| 発表論文  | .....                       | 83 |
| 付録    | .....                       | 85 |

# 第 1 章 はじめに

## 1.1 研究背景

カスケード故障は、比較的小さな初期故障源から伝播的に過負荷故障が起き、大規模な故障に発展する現象である。このような現象は、各頂点同士が相互に影響を及ぼしあう（データや電力などの相互交換などを伴う）ネットワークで起こり得る。例えば、インターネットや電力網のような技術インフラが挙げられる。経済学では、企業の連鎖倒産や通貨危機も、カスケード故障が原因と考えられている[1]。

カスケード故障の原因は、重要な頂点や辺の故障による負荷分布の変化によるものが大きい。例えばインターネットでは、ある頂点（ルータ）が故障すると、その頂点を通っていた通信経路が利用できなくなるので、迂回路を探すことになる。これにより他の頂点の仕事が増加して、各頂点の負荷分布が変化する。電力網では、ある頂点（送電施設）が故障すると、その頂点が行っていた仕事は、近隣の頂点に分散しなくてはならないので、各頂点の負荷分布が変化する。このように**負荷の変化によって許容量を超えた頂点は過負荷故障**を起こしてしまう。この過負荷故障による影響は、さらに負荷分布を変化させてしまい、**過負荷故障が伝播**していく。

カスケード故障の実例としては、1996 年夏に起きた米国西部停電事故のカスケード故障がある。このときは、ある送電線が不慮の事故で切断された為に、その送電線から供給していた電力が近隣の送電線を利用した迂回経路で供給しなくてはならなくなった。そのため代替の送電線が負荷の増加に耐えきれず切断されたことで、さらに近隣の送電線からの供給が必要となり、次々に送電線が切断され雪崩のようにネットワーク全体に広がった。最終的には、南北のネットワークとの連結点に存在する発電機が故障して、米国西部のネットワークは孤立してしまった[1]。

一方、実世界に存在する全く異なる構成要素からなる多くのネットワークに共通の構造的特徴が存在することが近年明らかにされ、その生成原理の解明に向けた研究が盛んに行われている[2,3]。例えば、インターネットや WWW、電力網、電子メールの送受信関係、俳優の競演関係、論文の共著関係などが挙げられる。これらのネットワークは、次数を  $k$  とする頂点の存在確率の分布が、ベキ乗則  $P(k) = k^{-\gamma}$  に従い、分布のピーク値のような代表値としての尺度がないことから一般にスケールフリー (SF)

ネットワークと呼ばれている．さらに SF ネットワークは，基本的には以下の単純な生成規則に従うものと考えられている．

- ・ **成長**: 新しい頂点と辺が時間的に追加される．
- ・ **優先的選択**: 次数が高い頂点ほど，新規辺を獲得しやすい．

電力網やインターネットも SF 構造を持つが，近年の SF ネットワークにおける耐故障性の理論研究により，次数が高い頂点（ハブ）が重要な役割を持つことが明らかにされた[4]．すなわち SF ネットワークは，ランダムな故障に強いが，ハブを集中的に壊していくと，極度に連結性が失われるという，ハブ脆弱性を持っている．また SF ネットワークの二頂点間距離は，ハブを経由することで平均的に短くなる（Small World 効果）ので，二頂点間の通信を考えた場合，ハブにかかる負荷が平均的に高くなる．よって**カスケード故障はハブ脆弱性に関連**しているといえる．

また，最近の研究により SF ネットワークは，結合相関という指標によってさらに分けて考えることができる[5,6]．結合相関は，次数  $k$  を持つ頂点に対する，その隣接頂点群の平均次数を表す．結合相関の分布が正相関のネットワークは，高い次数を持つ頂点同士，あるいは低い次数を持つ頂点同士が平均的に多く連結している．逆に，負相関のネットワークは，低い次数を持つ頂点が高い次数を持つ頂点と平均的に多く連結している．例えば，**電子メールの送受信関係のような社会ネットワークは正相関の傾向があり，インターネットやたんぱく質の発現グラフのような技術，生物ネットワークは負相関の傾向がある**[7,8]．このような，結合相関の正負を生成パラメータによって調整可能なネットワークモデル[9,10]が，いくつか報告されている．

他方，これまでに多くのカスケード故障伝播シミュレーションの研究がなされている[11-14]．また，カスケード故障の被害を抑える試みとして「頂点除去による防御戦略」[15]が提案されている．しかしながら，結合相関に注目して，カスケード故障への影響を考えた研究はまだない．社会システムや技術・生物系などのネットワークの種類によって性質が異なる結合相関がカスケード故障のダイナミクスに与える影響を調べることで，カスケード故障に対するトポロジカルな頑健性の解明，防御戦略の指標の発見に繋がると考えられる．

本研究では，結合相関を調整できるネットワークモデル上で，カスケード故障伝播

シミュレーションを行い、被害に対する結合相関の正負の影響を調べる。また、カスケード故障の被害を抑える防御戦略として「故障辺の配線換えによる防御戦略」を提案し、その防御効果における結合相関の正負の影響、及び従来法との防御効果特徴を比較する。

実験の結果、結合相関は、カスケード故障の被害に影響することが明らかになった。また、提案防御戦略の適用によって、カスケード故障の被害を抑える防御効果が得られた。その防御効果の大小、有効な配線換え手法には、結合相関が影響することがわかった。従来の防御戦略法は各頂点の負荷許容量が低いときに防御効果が得られ、提案手法は各頂点の負荷許容量が高いときに防御効果が得られる傾向が見られた。

## 1.2 研究目的

1.1 節で説明したように、共通の特徴を持つ SF ネットワークは、結合相関によって分けることができる。カスケード故障は、様々なネットワーク上で発生するので、結合相関の違いで故障特徴が異なるのではないかと推測される。本研究では、カスケード故障の被害が、結合相関によってどのように影響されるかを分析する。

また、カスケード故障の被害を抑えるための防御戦略の検討においても、同様の理由から結合相関の影響を考えなければならない。本研究では、各防御戦略を適用した場合の防御効果が結合相関によってどのように影響されるかを分析する。その上で、従来手法と提案手法を適用したときの防御効果を比較する。

具体的には以下の 2 項目について実験・比較検討を行う。

- ・ 結合相関の異なるネットワーク上で故障伝播シミュレーションを行い、故障特徴を比較する。
- ・ 結合相関の異なるネットワークに従来手法と提案手法による防御戦略を適用し、カスケード故障に対する防御効果を比較する。

## 1.3 論文の構成

まず第 2 章で，従来のカスケード故障伝播モデルと防御戦略法について説明する．次に第 3 章で，従来防御戦略法の欠点を考慮した提案防御戦略法の適用方法などを説明する．第 4 章で，結合相関を調整できる SF ネットワークモデルの生成方法や特徴について説明し，第 5 章で，様々な尺度を用いて SF ネットワークモデルの構造分析の実験結果を述べる．第 6 章で，異なる結合相関を持つネットワーク上におけるカスケード故障伝播シミュレーション結果の比較を行う．また従来の防御戦略法と提案防御戦略法を適用したときの防御効果の比較を行う．最後に第 7 章で，実験により得られた結果をまとめる．

## 第2章 カスケード故障

本章では、まず従来のカスケード故障伝播モデル、カスケード故障の被害を抑えるための防御戦略法を述べる。

### 2.1 従来のカスケード故障シミュレーション

本節では、カスケード故障伝播シミュレーションの先行研究について簡単に説明する。表 2.1 に各カスケード故障モデルの方法等の比較を示す。

表 2.1 各カスケード故障モデルの比較

| モデル | カスケード故障発生方法 | カスケード伝播プロセス          | 過負荷故障頂点(辺)の除去 | 辺の負荷 | ネットワーク成長の有無 |
|-----|-------------|----------------------|---------------|------|-------------|
| (1) | 一個の頂点の除去    | 頂点故障による通信経路の変化       | 有             | 無    | 無           |
| (2) | 一個の頂点の除去    | 各辺の通信効率の変化による通信経路の変化 | 無             | 無    | 無           |
| (3) | 通信数の増加      | 頂点故障による通信経路の変化       | 有             | 無    | 有           |
| (4) | 通信数の増加      | 辺故障による通信経路の変化        | 無             | 有    | 有           |

(1): 2.1.1 節, (2): 2.1.2 節, (3): 2.1.3 節, (4): 2.1.4 節で説明するモデル

#### 2.1.1 一個の頂点の除去により引き起こされるカスケード故障

このカスケード故障モデルでは、一個の頂点がネットワークから除去されたときに引き起こされるカスケード故障を考える[11]。頂点が失われることで通信経路が変化し、各頂点にかかる負荷の分布が大きく変化する。これが過負荷故障の原因となり、カスケード故障に発展することを数値シミュレーションにより明らかにした。本論文における負荷の定義は、5.1 節で説明する頂点の **Betweenness centrality**[16]という指標で定量化する。頂点の **Betweenness** は、ある頂点を任意の二頂点の最短経路が通った回数で計算される。カスケード故障を引き起こす際、負荷が最大の頂点を攻撃したと



きは、ハブを攻撃したときよりもカスケード故障の被害が大きくなる．また、ランダムに一個の頂点が故障したときは、カスケード故障の被害はほとんど広がらない．

### 2.1.2 重みつき無向ネットワーク上のカスケード故障

このカスケード故障モデルでは、各辺に通信効率が割り当てられた重みつき無向ネットワーク上のカスケード故障を考える[12]．カスケード故障を引き起こす方法は、2.1.1 節のモデルと同様に一個の頂点を除去して引き起こすが、負荷の変化により過負荷故障を起こした頂点はネットワークから除去されない．代わりに過負荷頂点に連結している辺の通信効率が減少する．この通信効率は時間的に変化する．頂点  $i$  とその隣接頂点  $j$  間の辺の通信効率  $e_{ij}$  は、以下のような繰り返し計算で求められる．

$$e_{ij}(t+1) = \begin{cases} e_{ij}(0) \frac{C_i}{L_i(t)} & \text{if } (L_i(t) > C_i) \\ e_{ij}(0) & \text{if } (L_i(t) \leq C_i) \end{cases}$$

$C_i$  は負荷の許容量、 $L_i(t)$  は時間  $t$  で頂点  $i$  にかかる負荷である．従って頂点  $i$  で過負荷が起きますと、余剰負荷が大きい程、頂点  $i$  に連結する辺の通信効率が減少する．二頂点間の通信経路は、通信効率の高い辺を選択するので、過負荷頂点を迂回して通信が行われる．これにより負荷分布の変化が起こり、カスケード故障が発生する．

### 2.1.3 ネットワークの成長段階で発生するカスケード故障

上の二つのカスケード故障モデルが、すでに生成されたネットワークデータを利用するのに対して、このモデルでは、ネットワークの成長段階でカスケード故障を発生させる点が特徴的である[13]．ネットワークが頂点と辺を追加して成長すると共に、二頂点間の通信数が増加して負荷分布も変化する．従って、ある程度ネットワークが成長すると、頂点が過負荷故障を起こし、カスケード故障に発展する．

### 2.1.4 辺のカスケード故障

上の三つのカスケード故障モデルでは、各頂点の過負荷故障を考えていたが、このモデルは、辺にかかる負荷を考慮し、各辺に対する過負荷故障を考える[14]．辺の負荷の定義は、5.1 節で説明する頂点の **Betweenness centrality** を辺に適用した値で定量化する．辺の **Betweenness** は、ある辺を任意の二頂点の最短経路が通った回数で計算さ

れる。カスケード故障は、2.2.3 節のモデルと同様にネットワークの成長で引き起こす。辺のカスケード故障は、頂点のカスケード故障と比較して大規模な崩壊には至らず、ある定常値に落ち着く。

## 2.2 従来の防御戦略

### ・頂点除去による防御戦略

カスケード故障の被害を抑える防御戦略の従来手法として「頂点除去による防御戦略」がある[15]。この防御戦略で実行する処理は、山火事の延焼拡大を食い止めるために、火元の周辺部分の木々を伐採する行為と原理的に同じである。カスケード故障が発生するネットワークで「火元の周辺部分の木々」に対応するものは、「他の頂点に多くの負荷をかけている頂点群」と考えられる。頂点除去による防御戦略は、このような頂点群をネットワークの周辺頂点群（次数、負荷が低く、他の頂点への経路長が長い頂点）と考え、頂点が攻撃された後、いくつかの周辺頂点を防御のためにネットワークから故意に除去する。この処理により全体にかかる負荷を軽減して、その後が発生するカスケード故障の被害を抑える防御戦略である。

頂点除去による防御戦略には、以下のような利点と欠点が考えられる。

**利点:** 各頂点の除去が容易ならば、ネットワークの種類に関わらず実行可能である。

**欠点:** ・いくつかの頂点を除去することが前提条件である。

- ・他の頂点に多くの負荷をかけている頂点の発見などのために、ネットワーク全体を管理するシステムが必要である（ハブなど重要な頂点の故障を検知し、瞬時に周辺頂点の除去命令を行う）。

そこで本研究では、従来手法の欠点を考慮した防御戦略として、**局所的な故障辺の配線換えによる防御戦略**を検討する。

## 第 3 章 提案防御戦略

カスケード故障に対する防御戦略の従来手法「頂点除去による防御戦略」は、2.3 節で説明したように二つの欠点がある。頂点の除去が前提であること、ネットワーク全体の管理が必要であることの二つである。本章では、これらの欠点を考慮した提案防御戦略手法「故障辺の配線換えによる防御戦略」を説明する。

### ・故障辺の配線換えによる防御戦略

カスケード故障は、攻撃された頂点を通る最短経路が変化するために引き起こされる。これをできるだけ回避するため、攻撃の影響を受けた頂点 (Affected Nodes: ANs) 内で、局所的な配線換えによる防御戦略を考える。このとき頂点の攻撃の影響で孤立してしまった頂点は、ANs から除外する (図 3.1)。

提案手法は、配線換えの実行が必要なので、無線通信等の配線切り替えが容易なネットワークのみを対象にしている。従って、提案手法による防御戦略には、以下のような利点と欠点が考えられる。

**利点:** ・各頂点は 1, 2 パス先の情報を保持する。従って全体の管理は必要でない。

・被害を抑えるために頂点を除去しなくてもよい。

**欠点:** ケーブル配線等によって物理的に連結されているネットワークでは張り替えが困難である。

### ・初期処理: 攻撃の影響で孤立した頂点は ANs から除外する。

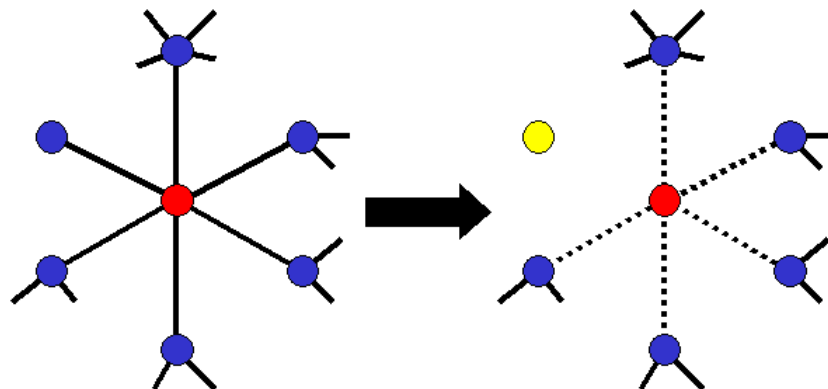


図 3.1 初期処理

配線換え手法には、以下の 8 つの方法を考える。張り替える辺の数は、方法 2, 3, 4, 5, 8 のとき、故障辺数  $N$  本である。方法 6, 7 は  $N - 1$  本である。方法 1 は、完全グラフを考えるので、結果的に多くのコストがかかる。従って方法 1 は、コストの面からは妥当ではない。

#### ・方法 1: 完全グラフ化

ANs 内で完全グラフを生成する。

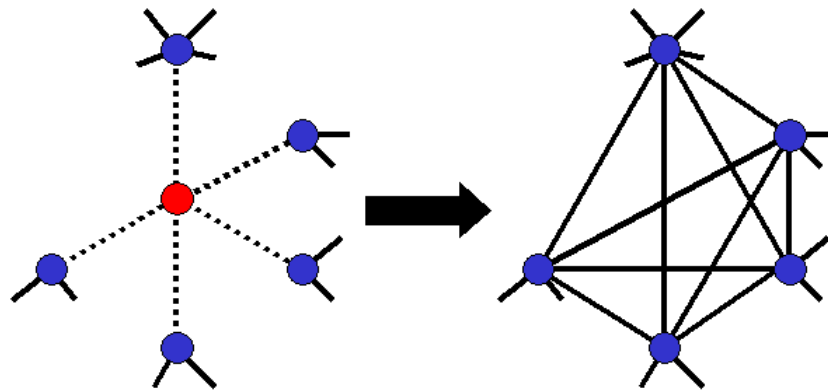


図 3.2 完全グラフ化

#### ・方法 2: 高い次数の頂点同士の連結

ANs 内で連結可能な二頂点集合から、二頂点の次数加算値が高いペアを連結する。

#### ・方法 3: 高い負荷の頂点同士の連結

ANs 内で連結可能な二頂点集合から、二頂点の負荷加算値が高いペアを連結する。

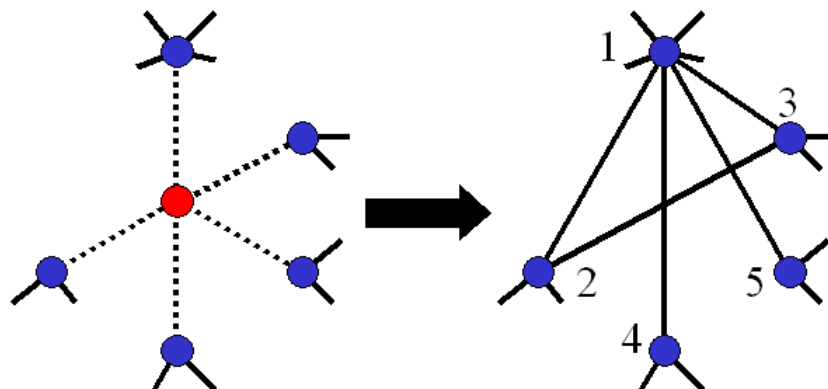


図 3.3 次数 (負荷) の高いペアの連結 (図中の数字は加算値の高い順番)

- ・ **方法 4: リンググラフ化 1 (高い次数の頂点から順番に連結)**

ANs を高い次数の頂点から順番に連結する.

- ・ **方法 5: リンググラフ化 2 (高い負荷の頂点から順番に連結)**

ANs を高い負荷の頂点から順番に連結する.

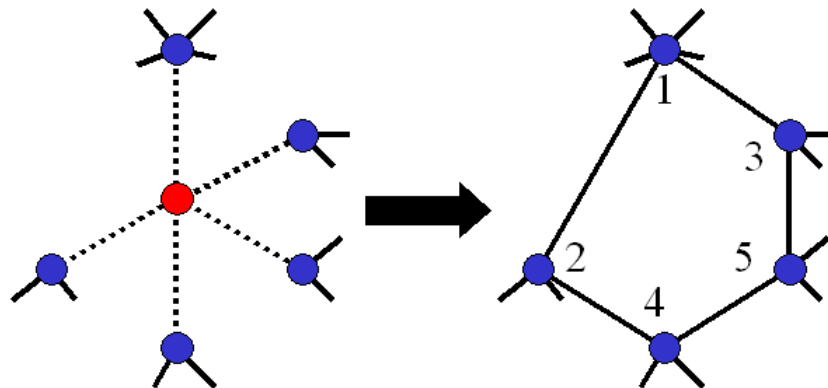


図 3.4 リンググラフ化 (図中の数字は負荷が高い順番)

- ・ **方法 6: スター化 1 (最大次数頂点)**

ANs 内で最大次数頂点を選択して, 他の ANs 内の全頂点へ連結する.

- ・ **方法 7: スター化 2 (最大負荷頂点)**

ANs 内で最大負荷頂点を選択して, 他の ANs 内の全頂点へ連結する.

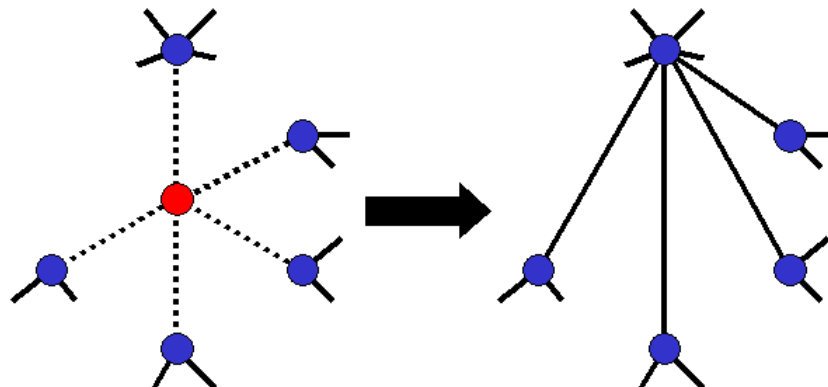


図 3.5 スター化

・ 方法 8: ランダムな連結

ANs 内で連結可能な二頂点集合から, ランダムにペアを選択して連結する.

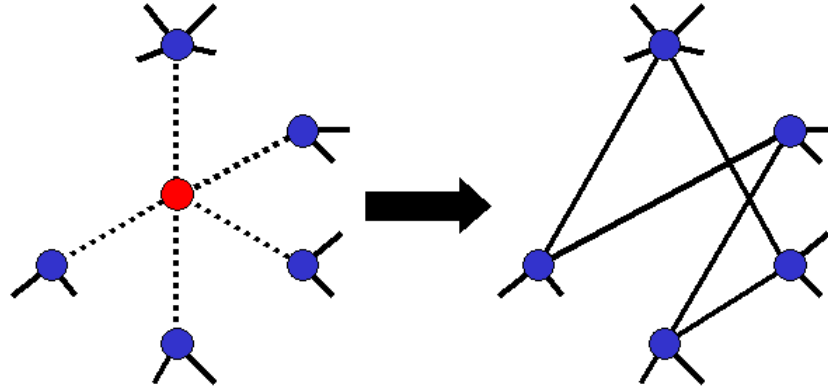


図 3.6 ランダムな連結

## 第 4 章 SF ネットワークモデル

本研究では，結合相関の変化が，カスケード故障ダイナミクスに与える影響を考える．現実のネットワークのように正負の結合相関を持つ SF ネットワークモデルはいくつか提案されているが，パラメータによって結合相関を調整できるモデルは以下に示すものに限られている．そこで我々はこれらのモデルを用いて，カスケード故障シミュレーションを行い，結合相関の影響を研究する．

### 4.1 Coupled Duplication Divergence モデル

Coupled Duplication Divergence (CDD) モデル[9]は，たんぱく質の発現グラフをモデル化したものである．図 4.1 に示すように複写(Duplication)，拡散(Divergence)，対結線 (Self-interaction) の三つの操作を実行する．その生成手順を以下に示す．

- (1) 新規頂点 ( $n_N$ ) は，ランダムに選択した頂点 ( $n_R$ ) の連結構造を複写する (複写)．
- (2) 確率  $q_v$  で， $n_N$  と  $n_R$  を連結する (対結線)．
- (3)  $n_R$  の各隣接頂点  $j$  について，確率  $1 - q_e$  で，被複写辺 ( $n_R, j$ ) または複写辺 ( $n_N, j$ ) を削除する (拡散)．

新規頂点は，既存頂点集合からランダムに一個の頂点を選択し，複写操作を実行する．複写操作とは，選択した頂点の連結構造と同様の構造を形成する操作である．ランダムに選択した頂点は，ハブに連結している可能性が高いので，複写操作は，優先的選択と同様の効果を与える．従って，この方法により SF ネットワークを生成できる．対結線操作は，複写操作で形成した同じ連結構造の二頂点を連結する操作である．拡散操作は，複写操作により形成された複写辺と被複写辺の一部を削除する．

**CDD モデルは，対結線確率  $q_v$  の変化で結合相関を調整**できる． $q_v$  の値を低くすると，結合相関が負相関のネットワークを生成できる．逆に高くすると，正相関のネットワークを生成できる．図 4.2 に  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  と選んだ場合のネットワークを可視化した．

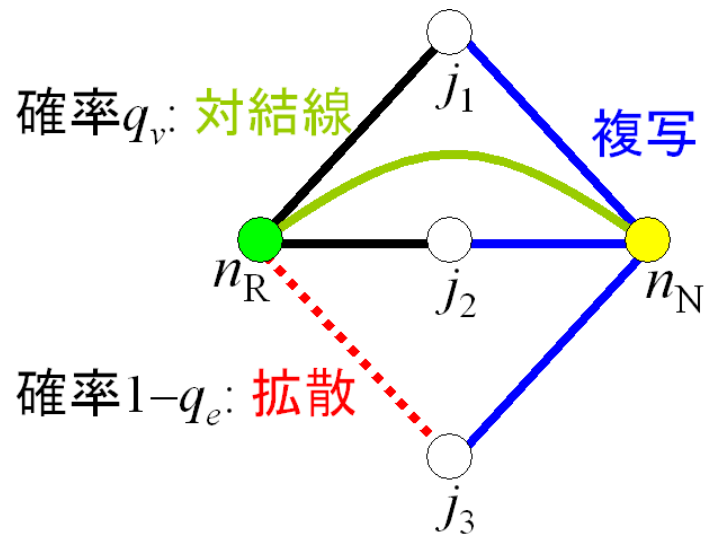


図 4.1 CDD モデル

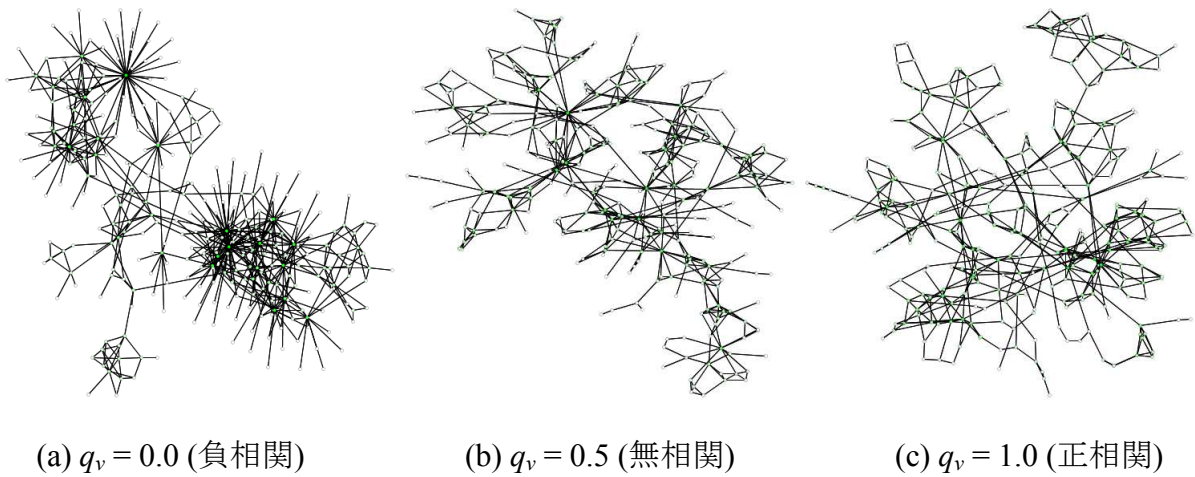


図 4.2 CDD モデル ( $N = 300$ ,  $\langle k \rangle \approx 4.0$ )



## 4.2 Connecting Nearest Neighbor モデル

Connecting Nearest Neighbor (CNN) モデル[9]は、「友達の友達はみんな友達」の関係に従った、**人間関係等の社会的ネットワークをモデル化**したものである。新規頂点は、既存頂点集合からランダムに選択した一個の頂点と連結して成長する。このとき選択した頂点の隣接頂点と新規頂点との間に、後々に連結する可能性が生じる（ポテンシャル辺の生成）。

CNN モデルは、結合相関が正相関のネットワークを生成できる。各ステップで CNN モデルは、ポテンシャル辺を実際の辺に変換する確率  $u$  によって以下を実行する。

- ・ 確率  $1 - u$  で新規頂点 ( $n_N$ ) を追加して、ランダムに選択した一個の頂点 ( $n_R$ ) と連結する。 $n_R$  の隣接頂点と新規頂点との間にポテンシャル辺を構築する。
- ・ 確率  $u$  でランダムに選択した一本のポテンシャル辺を実際の辺に変換する。

CNN モデルの辺の生成方法を図 4.3 に示す。平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$  に合わせたときの可視化したネットワークを図 4.4 に示す。

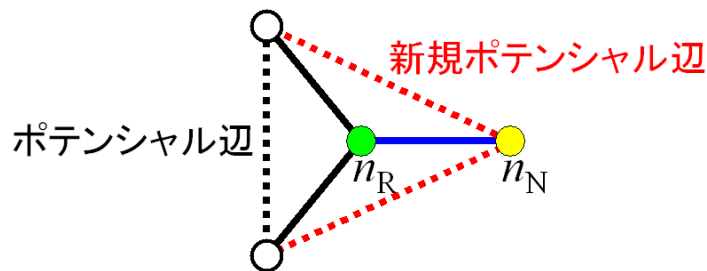


図 4.3 CNN モデル

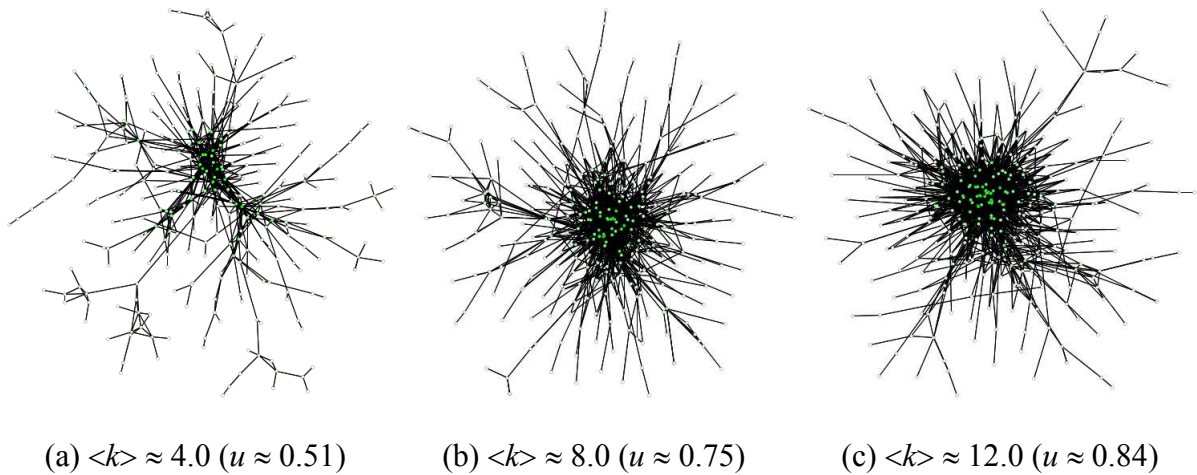


図 4.4 CNN モデル ( $N = 300$ )

### 4.3 Linear Preferential Attachment モデル

Linear Preferential Attachment (LPA) モデル[10]は, 基礎的なネットワークモデルである BA モデル[2]を改良したものである. LPA モデルでは各ステップに頂点と辺を追加し (成長), 新規頂点が連結する頂点は, 次数とシフトパラメータ  $a$  の和に比例する確率で選択 (優先的選択) という二つの規則に従う. これにより SF ネットワークを生成できる. 優先的選択確率は, 次数とシフトパラメータ  $a$  の和に比例した確率を用いる. 次数  $k_i$  を持つ頂点  $i$  が選択される確率  $P_i$  は, 以下のように計算される.

$$P_i = \frac{(k_i + a)}{\sum_{j=1} (k_j + a)}$$

LPA モデルは, シフトパラメータ  $a$  の変化で結合相関を調整できる. ただし,  $a$  の値は, 各ステップに追加する辺数を  $m$  とするとき,  $a > -m$  となるように選ばなければならない.  $a$  の値を低くすると, 結合相関が負相関のネットワークを生成できる. 逆に高くすると, 正相関のネットワークを生成できることが知られている. 図 4.5 に (各ステップでの追加) 辺数  $m = 2$ ,  $a = -1.8, 0.0, 1.8$  と選んだ場合のネットワークを可視化した.

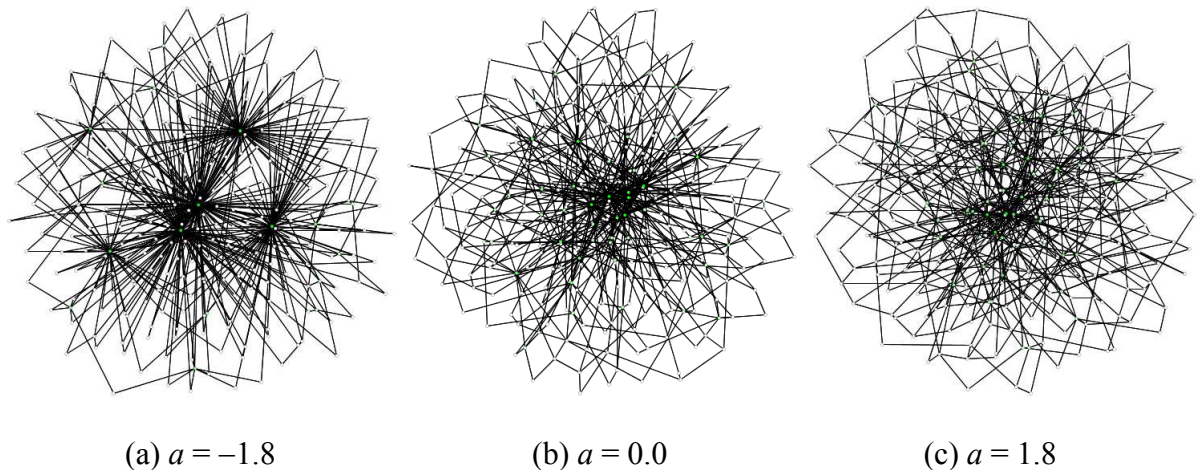


図 4.5 LPA モデル ( $N = 300, \langle k \rangle = 4.0$ )

## 第5章 ネットワーク構造の分析

本章では、カスケード故障および防御戦略のシミュレーションの前準備として、各ネットワークモデルの基本的な構造的特徴を説明する。以下では、ランダムに生成した100個のネットワークの平均値を表している。

### 5.1 ネットワーク構造の尺度

本節では、ネットワーク分析で用いられる様々な尺度を説明する。

#### ・ 次数分布 $P(k)$

次数分布は、次数  $k$  に対する存在確率  $P(k)$  の分布である。SF ネットワークにおける次数分布  $P(k)$  は、以下のようなべき乗則に従う。

$$P(k) = k^{-\gamma}$$

ただし、実際には生成パラメータの変化によってべき指数  $\gamma$  の値や分布のべき乗則がずれている。そこで各ネットワークモデルに対して、生成パラメータの次数分布への影響を調べる。

#### ・ 結合相関 $\langle k_{NN} \rangle$

結合相関は、任意の頂点の次数と、その隣接頂点の平均次数との関係を示す。正の結合相関を持つネットワークでは、高い次数を持つ頂点間の結合頻度が高く、負の結合相関を持つネットワークでは、高い次数を持つ頂点と低い次数を持つ頂点との間の結合頻度が高い。各ネットワークモデルを生成し、その構造の解析結果から、パラメータの変化で結合相関を調整できることを確認する。

#### ・ 平均経路長 $L(k)$ vs 次数 $k$

頂点  $i$  の平均経路長  $L_i$  は、任意の頂点  $j$  への最短経路長  $d_{ij}$  の平均値で計算される。

$$L_i = \frac{1}{N-1} \sum_{i \neq j} d_{ij}$$

次数  $k$  に対する平均経路長  $L(k)$  の分布を考える。

### ・ Betweenness $B(k)$ vs 次数 $k$

頂点  $i$  の Betweenness centrality は、任意の二頂点間の最短経路が、頂点  $i$  を通る数で計算される[16]. SF ネットワークは、Small World 特性により、ハブを経由することで任意の二頂点間距離が短くなるので、平均的にハブの Betweenness が高くなる傾向にある。しかし、頂点群と頂点群を繋ぐ役割を持つ頂点 (ブリッジ頂点) は、低い次数しか持たないが、その Betweenness は大きくなる。頂点  $v$  を通る Betweenness は、以下のように求められる。

$$B(v) = \sum_{w \neq w' \neq v} \frac{\sigma_{ww'}(v)}{\sigma_{ww'}}$$

ここで  $\sigma_{ww'}$  は、頂点  $w$  から頂点  $w'$  への最短経路数であり、 $\sigma_{ww'}(v)$  は、頂点  $v$  を通る頂点  $w$  から頂点  $w'$  への最短経路数である。

次数  $k$  に対する Betweenness  $B(k)$  の分布を考える。

### ・ 平均経路長 $L$

ネットワーク全体の平均経路長  $L$  は、各頂点  $i$  から任意の頂点への平均最短経路長  $L_i$  の平均値である。

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1} L_i$$

### ・ クラスタリング係数 $C$

頂点  $i$  のクラスタリング係数  $C_i$  は、頂点の密集度を定量化したものである。頂点  $i$  が隣接している二頂点との相関関係、つまり頂点  $i$  が構成している三角形をクラスタと考え、実際に存在しているクラスタ数  $e_i$  に関して、存在可能なクラスタ数との割合を計算する。ネットワーク全体のクラスタリング係数  $C$  は、 $C_i$  の平均値である。

$$C_i = \frac{2e_i}{k_i(k_i - 1)} \quad C = \frac{1}{N} \sum_{i=1} C_i$$

• **Assortativity 係数  $r$**

結合相関の相関の正負を定量的な数値で表したものが、Assortativity 係数  $r$  [7,8,17] である。この係数の正負でネットワークの正相関、負相関を表せる。 $r$  は以下の式で計算する。

$$r = \frac{\sum_{jk} jk(e_{jk} - q_j q_k)}{\sigma_q^2} \quad \sum_{jk} e_{jk} = 1, \quad \sum_k e_{jk} = q_j, \quad \sum_j e_{jk} = q_k$$

$e_{jk}$  は、次数  $j$  と次数  $k$  の頂点が接続されている確率で、 $\sigma_q$  は  $q_k$  の標準偏差である。

• **平均 Betweenness  $\langle B \rangle$**

平均 Betweenness:  $\langle B \rangle$  は、各頂点  $i$  の Betweenness:  $B_i$  の平均値である。

$$\langle B \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1} B_i$$

## 5.2 CDD モデルの分析

4.1 節で説明した CDD モデルにおいて、頂点数  $N = 1000$ 、平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$ 、対結線確率  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  のネットワークを考える。このとき平均次数  $\langle k \rangle$  を合わせるために、表 5.1 に示すように確率  $q_e$  を調整する。このことは、平均次数が大きいほど、故障伝播を抑えられると考えられるので、後に示す比較の際の条件を揃えていることに相当する。

表 5.1  $q_v$  と  $q_e$  の対応

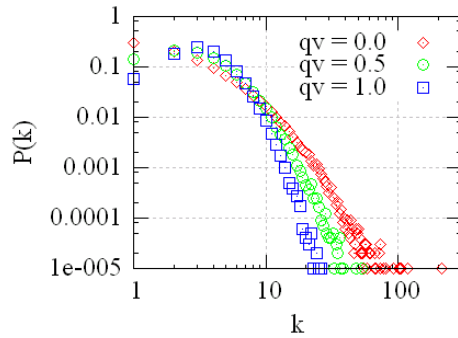
|             | $q_e$                           |                                 |                                  |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
|             | $\langle k \rangle \approx 4.0$ | $\langle k \rangle \approx 8.0$ | $\langle k \rangle \approx 12.0$ |
| $q_v = 0.0$ | 0.42                            | 0.55                            | 0.62                             |
| $q_v = 0.5$ | 0.35                            | 0.49                            | 0.55                             |
| $q_v = 1.0$ | 0.26                            | 0.42                            | 0.49                             |

## ・ 次数分布

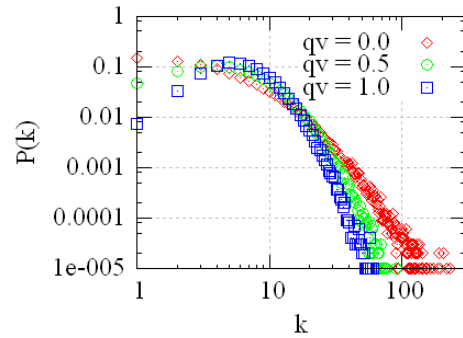
平均次数を一定にして生成した CDD モデルの次数分布を図 5.1 に示す．結合相関が負相関から正相関に変化する，つまり対結線確率  $q_v$  を高くしていくと，分布がベキ乗則分布からポワソン分布に近づいていく．これはランダムな連結構造に近づいていることを示している．また  $q_v$  を高くすると，平均次数を合わせるために拡散確率  $1 - q_e$  を高くするので，最大次数が小さくなる．最小 2 乗法で推定した各次数分布のベキ指数  $\gamma$  を表 5.2 に示す．

表 5.2 ベキ指数  $\gamma$  ( $P(k) = k^{-\gamma}$ )

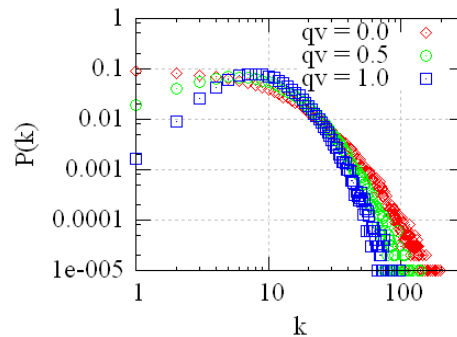
|             | $\langle k \rangle \approx 4.0$ | $\langle k \rangle \approx 8.0$ | $\langle k \rangle \approx 12.0$ |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $q_v = 0.0$ | 3.05                            | 2.90                            | 2.80                             |
| $q_v = 0.5$ | 4.87                            | 4.04                            | 4.02                             |
| $q_v = 1.0$ | 6.09                            | 5.03                            | 5.03                             |



(a)  $\langle k \rangle \approx 4.0$



(b)  $\langle k \rangle \approx 8.0$



(c)  $\langle k \rangle \approx 12.0$

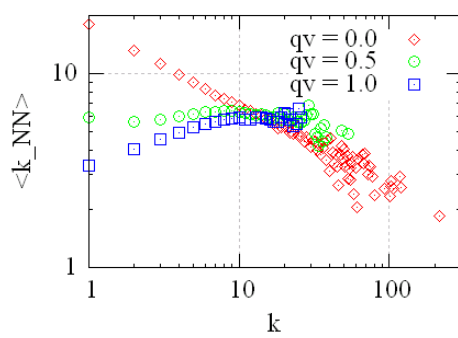
図 5.1 次数分布

## ・結合相関

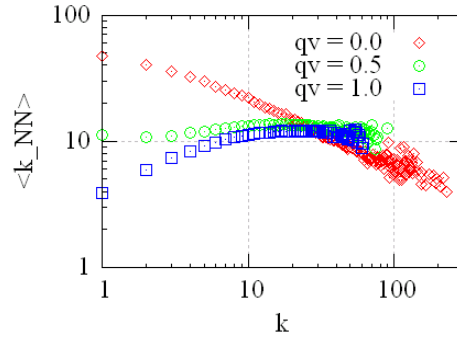
平均次数を一定にして生成した CDD モデルの結合相関の分布を図 5.2 に示す．平均次数の変化に関わらず，対結線確率  $q_v$  の増減で相関が変化する． $q_v = 0.0$  では負相関の傾向， $q_v = 0.5$  では無相関の傾向， $q_v = 1.0$  では正相関の傾向を持つネットワークが生成される．最小 2 乗法で推定した各結合相関のベキ指数  $\eta$  を表 5.3 に示す．

表 5.3 ベキ指数  $\eta$  ( $\langle k_{NN} \rangle = k^\eta$ )

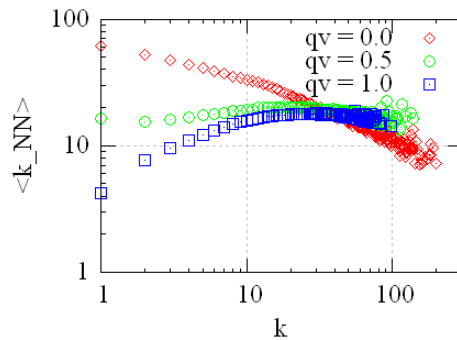
|             | $\langle k \rangle \approx 4.0$ | $\langle k \rangle \approx 8.0$ | $\langle k \rangle \approx 12.0$ |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $q_v = 0.0$ | -0.41                           | -0.48                           | -0.46                            |
| $q_v = 0.5$ | -0.02                           | -0.02                           | -0.03                            |
| $q_v = 1.0$ | 0.21                            | 0.13                            | 0.15                             |



(a)  $\langle k \rangle \approx 4.0$



(b)  $\langle k \rangle \approx 8.0$

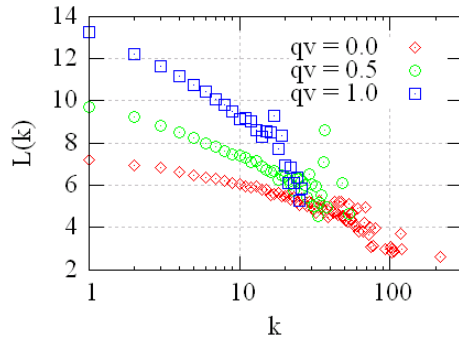


(c)  $\langle k \rangle \approx 12.0$

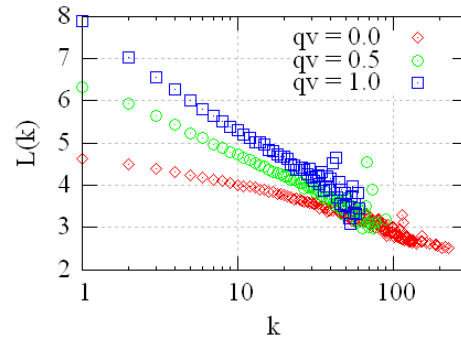
図 5.2 結合相関

・ 平均経路長  $L(k)$  vs 次数  $k$

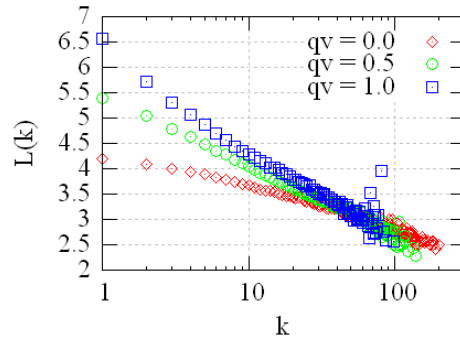
平均次数を一定にして生成した CDD モデルの平均経路長  $L(k)$  分布を図 5.3 に示す。平均次数に関わらず，結合相関が負相関，つまり対結線確率  $q_v = 0.0$  では，次数毎の平均経路長は短くなる．このことは，ハブを経由することで周辺頂点は短い距離で任意の頂点に到達できることを示している．逆に，結合相関が正相関，つまり  $q_v = 1.0$  では，次数毎の平均経路長が長くなる．結合相関が正に近づくと，ハブ同士，及び低い次数頂点同士で連結する頻度が高くなるため，平均経路長は長くなるものと考えられる。



(a)  $\langle k \rangle \approx 4.0$



(b)  $\langle k \rangle \approx 8.0$



(c)  $\langle k \rangle \approx 12.0$

図 5.3 平均経路長  $L(k)$  vs 次数  $k$

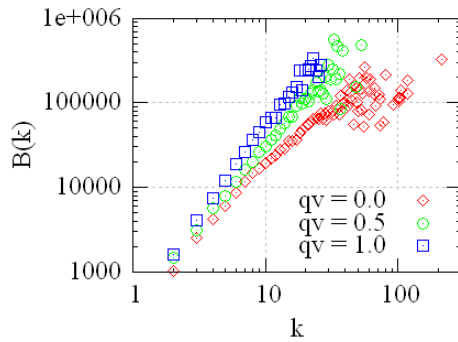


・ **Betweenness  $B(k)$  vs 次数  $k$**

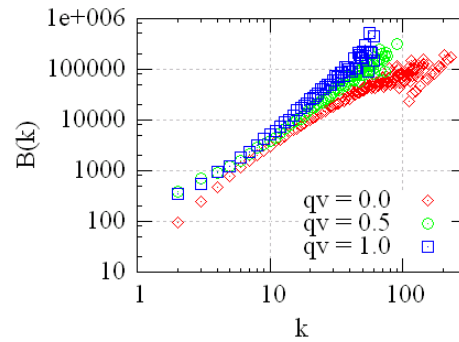
平均次数を一定にして生成した CDD モデルの Betweenness  $B(k)$  分布を図 5.4 に示す. 平均次数に関わらず, 高い次数を持つ頂点の Betweenness は, 平均的に高くなる傾向がある. 最小 2 乗法で推定した  $B(k)$  のベキ指数  $\nu$  を表 5.4 に示す. 結合相関が負相関から正相関に変化する ( $q_v$  が高くなる) と共にベキ指数が大きくなる. 平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0$  のネットワークにおける  $B(k)$  の散布図を図 5.5, 5.6 に示す. 図 5.5, 5.6 より, 対結線確率  $q_v = 0.5, 1.0$  のとき特にばらつきが見られる.

表 5.4 ベキ指数  $\nu$  ( $B(k) = k^\nu$ )

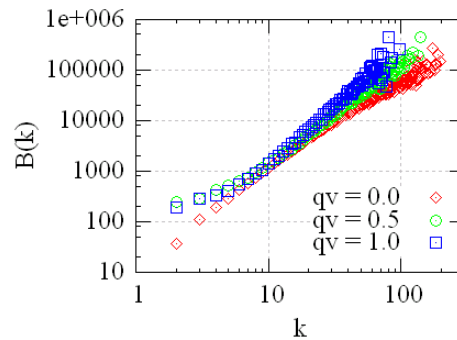
|             | $\langle k \rangle \approx 4.0$ | $\langle k \rangle \approx 8.0$ | $\langle k \rangle \approx 12.0$ |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $q_v = 0.0$ | 1.58                            | 1.66                            | 1.69                             |
| $q_v = 0.5$ | 1.88                            | 1.83                            | 1.87                             |
| $q_v = 1.0$ | 2.03                            | 2.10                            | 2.09                             |



(a)  $\langle k \rangle \approx 4.0$



(b)  $\langle k \rangle \approx 8.0$



(c)  $\langle k \rangle \approx 12.0$

図 5.4 Betweenness  $B(k)$  vs 次数  $k$

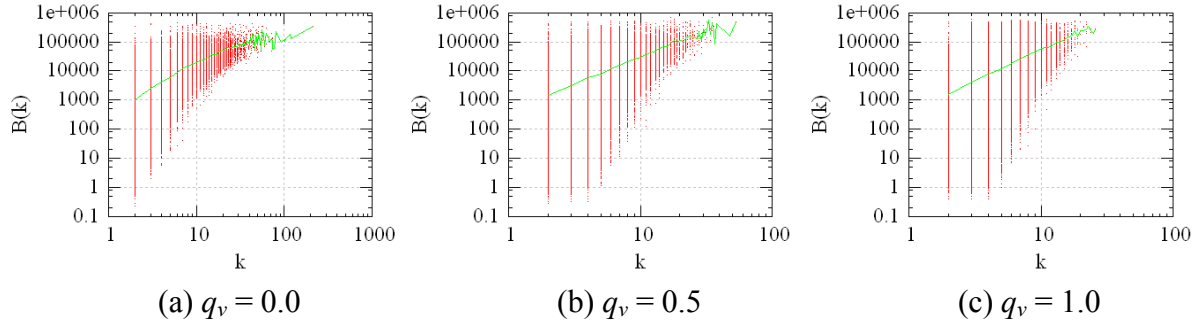


図 5.5  $B(k)$ の散布図 ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ , 実線は平均値を示す)

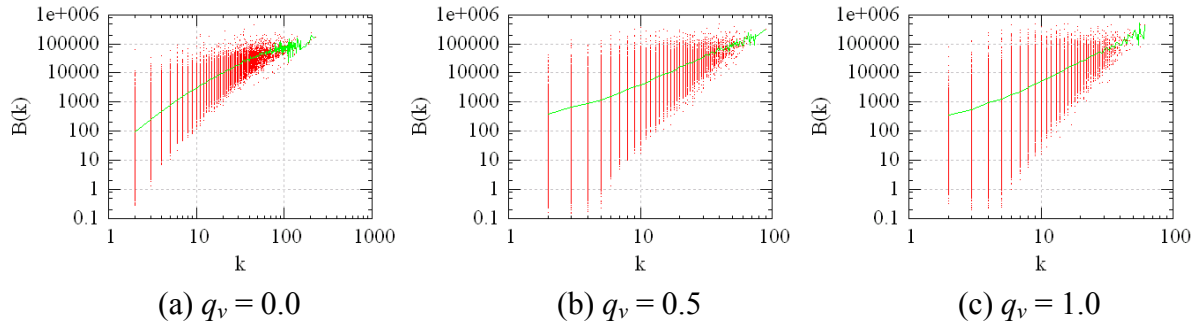


図 5.6  $B(k)$ の散布図 ( $\langle k \rangle \approx 8.0$ , 実線は平均値を示す)

#### ・ 辺の偏りの変動: Self-averaging $\chi$

CDD モデルのように複写操作を行い成長するモデルでは、ランダムに生成されるネットワークの辺数に偏りが現れる[18]. このような辺数の偏りの指標として self-averaging  $\chi$  が考えられている.  $\chi$  は以下の式で計算される.

$$\chi = \frac{\sqrt{\langle L^2 \rangle - \langle L \rangle^2}}{\langle L \rangle}$$

ここで  $L$  は辺数である.  $\chi$  の値が 0 に近いほど, 生成ネットワークが持つ辺数の偏りが少ない. 対結線確率  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  をそれぞれ, CDD モデルで生成した 100 個のネットワークについて  $\chi$  を計算した結果を図 5.7 に示す. 図 5.7 より, 確率  $q_e$  が大きい (拡散確率  $1 - q_e$  が小さい) ほど辺数の偏りが大きくなることが分かる. (c)において対結線確率  $q_v$  が大きくなると, 辺数の偏りが(a), (b)に比べて小さくなっていく. よって本論文では表 5.1 において,  $q_e$  の値を 0.5 程度とした (ランダムな生成なので厳密な値に固定することは難しい).

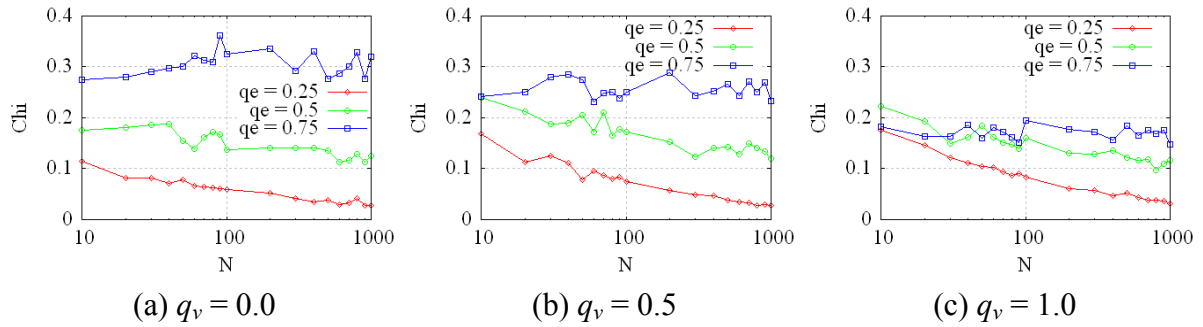


図 5.7  $\chi$  vs  $N$

### ・ CDD モデルの分析結果のまとめ

平均次数を一定にして生成した CDD モデルの各種分析結果を表 5.5, 5.6, 5.7 にまとめる. 5.1 節で説明した平均経路長  $L$ , クラスタリング係数  $C$ , Assortativity 係数  $r$ , 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$  の各尺度を利用する. 結合相関が負相関から正相関に変化する, つまり対結線確率  $q_v$  が高くなると, 平均経路長  $L$  は長くなり, クラスタリング係数  $C$  は大きくなる. Assortativity 係数  $r$  の値は,  $q_v = 0.0$  のとき負の値をとり, 結合相関が負相関であることを示している. 逆に  $q_v = 1.0$  のとき正の値をとり, 結合相関が正相関であることを示している. 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$  も  $q_v$  と共に大きくなる. これは平均経路長が長くなるためと考えられる.

表 5.5  $L, C, r, \langle B \rangle$  ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ )

|             | $L$   | $C$  | $r$   | $\langle B \rangle$ |
|-------------|-------|------|-------|---------------------|
| $q_v = 0.0$ | 6.76  | 0.00 | -0.29 | 5758                |
| $q_v = 0.5$ | 8.68  | 0.23 | 0.02  | 7668                |
| $q_v = 1.0$ | 11.30 | 0.28 | 0.19  | 10290               |

表 5.6  $L, C, r, \langle B \rangle$  ( $\langle k \rangle \approx 8.0$ )

|             | $L$  | $C$  | $r$   | $\langle B \rangle$ |
|-------------|------|------|-------|---------------------|
| $q_v = 0.0$ | 4.22 | 0.00 | -0.36 | 3214                |
| $q_v = 0.5$ | 5.10 | 0.27 | 0.03  | 4091                |
| $q_v = 1.0$ | 7.99 | 0.35 | 0.15  | 4690                |

表 5.7  $L, C, r, \langle B \rangle$  ( $\langle k \rangle \approx 12.0$ )

|             | $L$  | $C$  | $r$   | $\langle B \rangle$ |
|-------------|------|------|-------|---------------------|
| $q_v = 0.0$ | 3.72 | 0.00 | -0.35 | 2718                |
| $q_v = 0.5$ | 4.10 | 0.27 | 0.00  | 3093                |
| $q_v = 1.0$ | 4.29 | 0.34 | 0.12  | 3291                |

## 5.3 CNN モデルの分析

次に, 4.2 節で説明した社会的ネットワークのモデル化である CNN モデルにおいて, 頂点数  $N = 1000$ , 平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$  のネットワークを生成する. このために, 表 5.8 に示すようにポテンシャル辺変換率  $u$  を調整する.

表 5.8  $\langle k \rangle$  と  $u$  の対応

|                                  | $u$  |
|----------------------------------|------|
| $\langle k \rangle \approx 4.0$  | 0.51 |
| $\langle k \rangle \approx 8.0$  | 0.75 |
| $\langle k \rangle \approx 12.0$ | 0.84 |

### ・ 次数分布

CNN モデルの次数分布を図 5.8 に示す. 平均次数を大きくすると, 最小 2 乗法で推定したベキ指数は小さくなる (2.57, 2.21, 1.78). 平均次数が大きくなる (ポテンシャル辺変換率  $u$  が大きくなる) と, 高い次数を持つ頂点の割合が高くなり, 低い次数を持つ頂点の割合は低くなる.

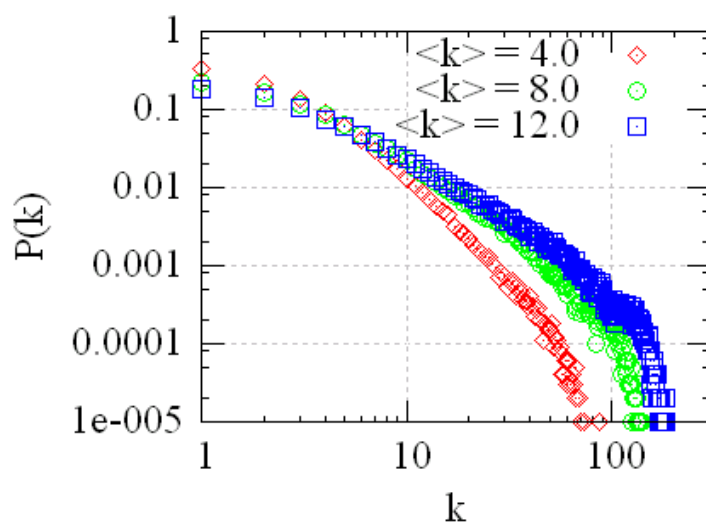


図 5.8 次数分布

### ・結合相関

それぞれの平均次数における CNN モデルの結合相関の分布を図 5.9 に示す．平均次数に関わらず正相関の傾向を持つ．平均次数が大きくなると，最小 2 乗法で推定した結合相関のベキ指数は大きくなる ( $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$  に対して，それぞれ 0.47, 0.65, 0.70)．

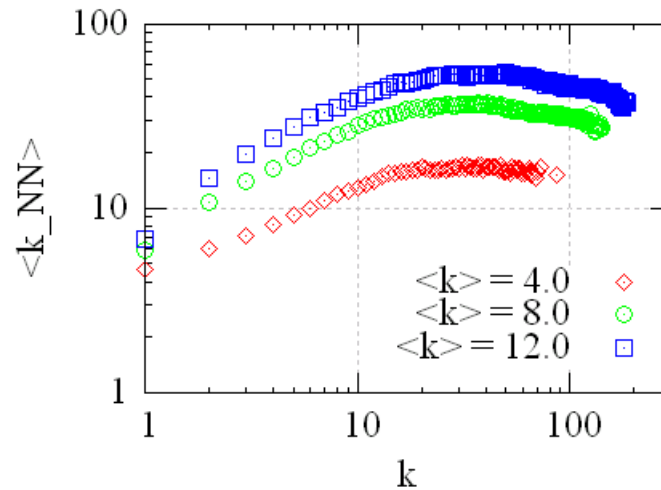


図 5.9 結合相関

### ・平均経路長 $L(k)$ vs 次数 $k$

それぞれの平均次数における CNN モデルの平均経路長  $L(k)$  分布を図 5.10 に示す．平均次数が大きくなると平均経路長は短くなる．これは辺の数が増加すると経路数も増加するので，より短い経路で任意の頂点に到達することができることを示す．

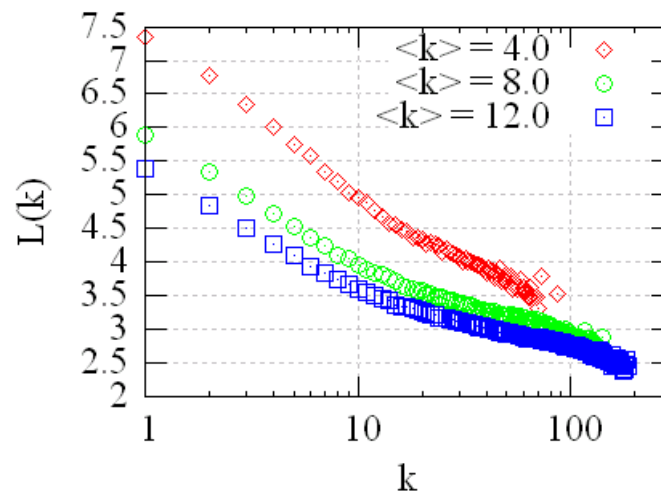


図 5.10 平均経路長  $L(k)$  vs 次数  $k$

### ・ Betweenness $B(k)$ vs 次数 $k$

それぞれの平均次数における CNN モデルの Betweenness  $B(k)$  分布を図 5.11 に示す. 平均次数に関わらず, 高い次数を持つ頂点の Betweenness は, 平均的に高くなる傾向がある. 最小 2 乗法で推定したベキ指数はあまり変わらない (1.48, 1.33, 1.26).

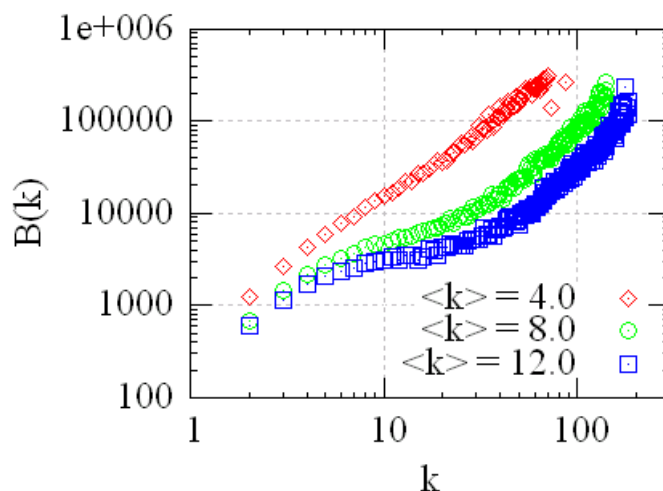


図 5.11 Betweenness  $B(k)$  vs 次数  $k$

### ・ CNN モデルの分析結果のまとめ

それぞれの平均次数における CNN モデルの各種分析結果を表 5.9 にまとめる. 5.1 節で説明した平均経路長  $L$ , クラスタリング係数  $C$ , Assortativity 係数  $r$ , 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$  の各尺度を利用する. 平均次数が大きくなると, 平均経路長  $L$  は短くなり, クラスタリング係数  $C$  は大きくなる. また, Assortativity 係数  $r$  の値は, 平均次数が大きくなると減少する. これは結合相関の図より, 高い次数の部分で, 傾きが負になっていることが原因だと思われる. 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$  は, 平均次数が大きくなると小さくなる. これは, 平均経路長が短くなるためと考えられる.

表 5.9  $L, C, r, \langle B \rangle$

|                                  | $L$  | $C$  | $r$  | $\langle B \rangle$ |
|----------------------------------|------|------|------|---------------------|
| $\langle k \rangle \approx 4.0$  | 6.44 | 0.29 | 0.27 | 5430                |
| $\langle k \rangle \approx 8.0$  | 4.78 | 0.40 | 0.15 | 3775                |
| $\langle k \rangle \approx 12.0$ | 4.18 | 0.43 | 0.09 | 3175                |

## 5.4 LPA モデルの分析

4.3 節で説明した，シフトパラメータ  $a$  によって結合相関の正負を調整できる LPA モデルにおいて，頂点数  $N = 1000$ ，平均次数  $\langle k \rangle = 4.0, 8.0, 12.0$ ，シフトパラメータ  $a = -1.8, 0.0, 1.8$  ( $\langle k \rangle = 4.0$ )， $a = -3.6, 0.0, 3.6$  ( $\langle k \rangle = 8.0$ )， $a = -5.4, 0.0, 5.4$  ( $\langle k \rangle = 12.0$ ) のネットワークを考える．

### ・次数分布

それぞれの平均次数における LPA モデルの次数分布を図 5.12 に示す．結合相関が負相関 ( $a < 0.0$ ) のネットワークでは，高い次数の部分でべき乗則が崩れている．またべき指数  $\gamma$  が，他の 2 種類の結果と比べて低くなる．最小 2 乗法で推定した次数分布のべき指数  $\gamma$  を表 5.10 に示す．

表 5.10 べき指数  $\gamma$  ( $P(k) = k^{-\gamma}$ )

|                        | $\langle k \rangle = 4.0$ | $\langle k \rangle = 8.0$ | $\langle k \rangle = 12.0$ |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| $a = -1.8, -3.6, -5.4$ | 2.37                      | 2.42                      | 2.62                       |
| $a = 0.0$              | 2.70                      | 2.80                      | 2.77                       |
| $a = 1.8, 3.6, 5.4$    | 3.05                      | 3.07                      | 2.91                       |

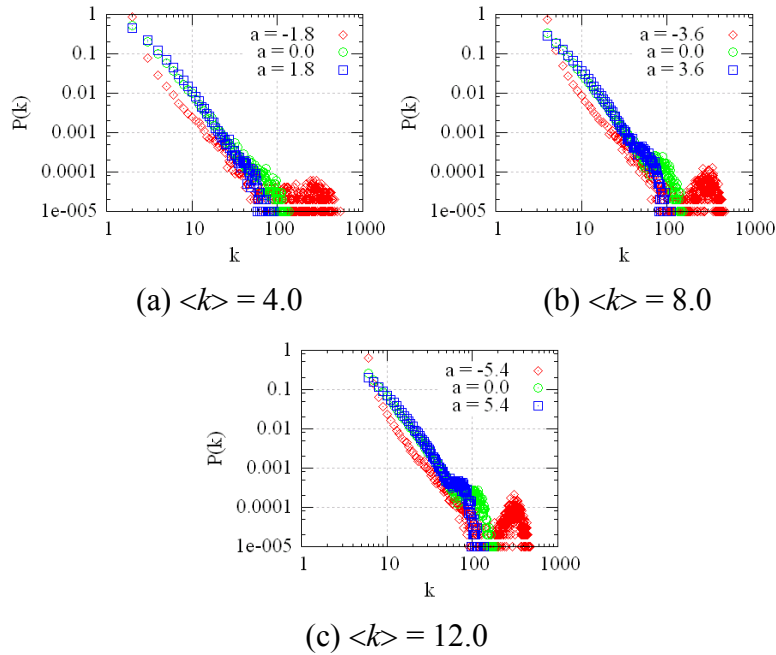


図 5.12 次数分布

## ・結合相関

それぞれの平均次数における LPA モデルの結合相関の分布を図 5.13 に示す．平均次数の変化に関わらず，シフトパラメータ  $a$  の値の変化により相関が変化する． $a$  が負のとき負相関の傾向を持ち， $a$  が正のとき正相関の傾向を持つ．最小 2 乗法で推定した各結合相関の分布のベキ指数  $\eta$  を表 5.11 に示す．

表 5.11 ベキ指数  $\eta$  ( $\langle k_{NN} \rangle = k^\eta$ )

|                        | $\langle k \rangle = 4.0$ | $\langle k \rangle = 8.0$ | $\langle k \rangle = 12.0$ |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| $a = -1.8, -3.6, -5.4$ | -0.84                     | -0.79                     | -0.77                      |
| $a = 0.0$              | -0.12                     | -0.14                     | -0.12                      |
| $a = 1.8, 3.6, 5.4$    | 0.20                      | 0.18                      | 0.11                       |

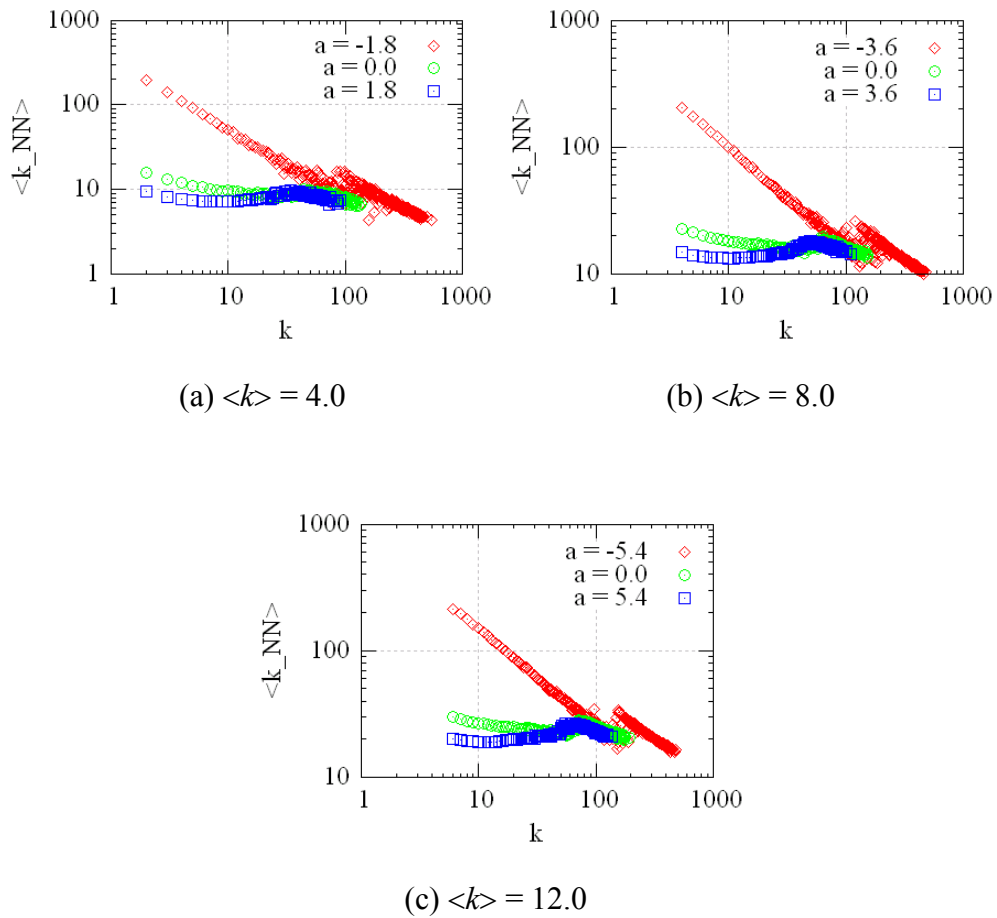


図 5.13 結合相関



### ・平均経路長 $L(k)$ vs 次数 $k$

それぞれの平均次数における LPA モデルの平均経路長  $L(k)$  分布を図 5.14 に示す. シフトパラメータ  $a$  が負のとき, 次数に対する平均経路長は短くなる. この結果はハブを経由することで, 周辺頂点は短い距離で任意の頂点に到達できることを示している. 逆に  $a$  が 0.0, 正のとき, 次数に対する平均経路長は長くなる. 結合相関が正に近づくと, ハブ同士が連結するようになり, 周辺頂点が低い次数頂点同士で連結するので, 平均経路長は長くなることが分かる.

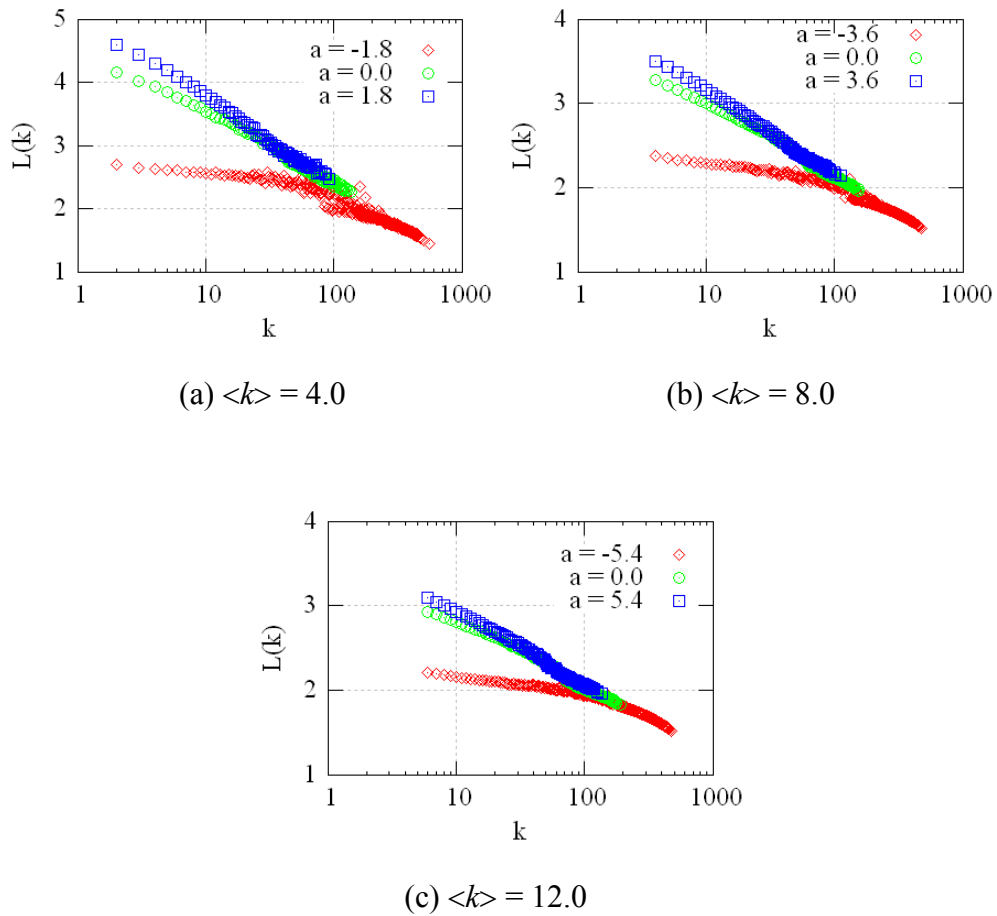


図 5.14 平均経路長  $L(k)$  vs 次数  $k$

・ Betweenness  $B(k)$  vs 次数  $k$

それぞれの平均次数における LPA モデルの Betweenness  $B(k)$  分布を図 5.15 に示す. 平均次数に関わらず, 高い次数を持つ頂点の Betweenness は, 平均的に高くなる傾向がある. 最小 2 乗法で推定した  $B(k)$  のべき指数  $\nu$  を表 5.12 に示す. 平均次数  $\langle k \rangle = 4.0$  のネットワークの場合, シフトパラメータ  $a$  の変化によってべき指数が大きく変化するが, 平均次数が高くなると共に  $a$  の値に関わらず, ほとんど同じべき指数になる. 平均次数が高くなると Betweenness と次数の相関の傾向が近づく. 平均次数  $\langle k \rangle = 4.0, 8.0$  のネットワークにおける  $B(k)$  の散布図を図 5.16, 5.17 に示す. 図 5.16, 5.17 より, 5.2 節で説明した CDD モデルの散布図 (図 5.5, 5.6) と比較して, LPA モデルでは  $B(k)$  のばらつきが少なく, 次数に対する Betweenness の正相関が強いことがわかる.

表 5.12 べき指数  $\nu$  ( $B(k) = k^\nu$ )

|                        | $\langle k \rangle = 4.0$ | $\langle k \rangle = 8.0$ | $\langle k \rangle = 12.0$ |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| $a = -1.8, -3.6, -5.4$ | 1.30                      | 1.56                      | 1.75                       |
| $a = 0.0$              | 1.59                      | 1.76                      | 1.82                       |
| $a = 1.8, 3.6, 5.4$    | 1.73                      | 1.75                      | 1.81                       |

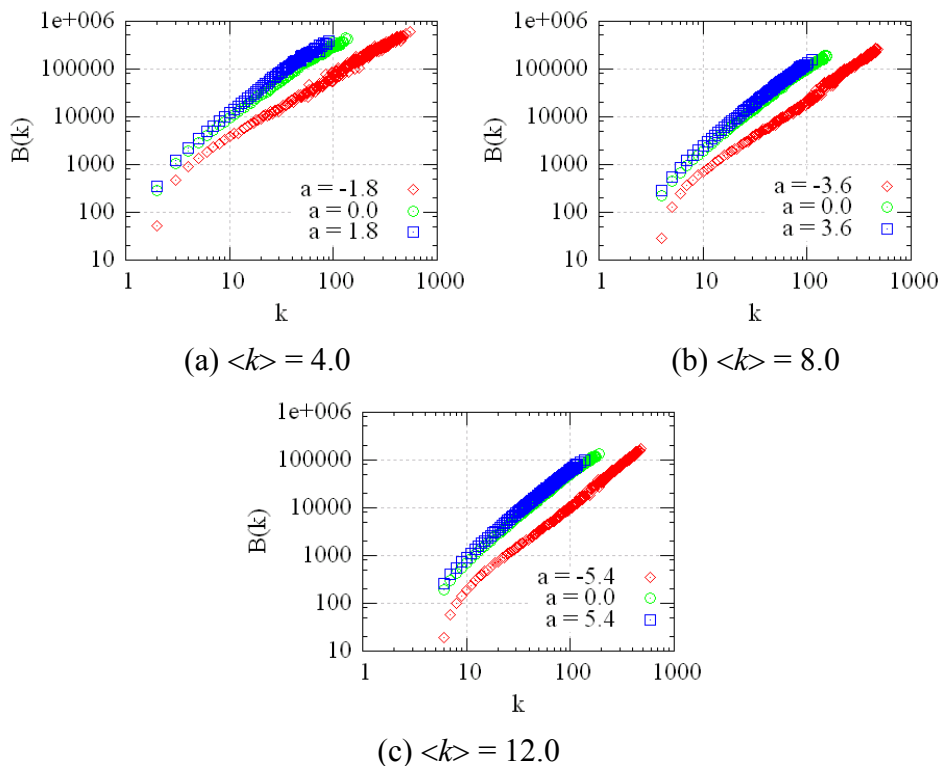


図 5.15 Betweenness  $B(k)$  vs 次数  $k$

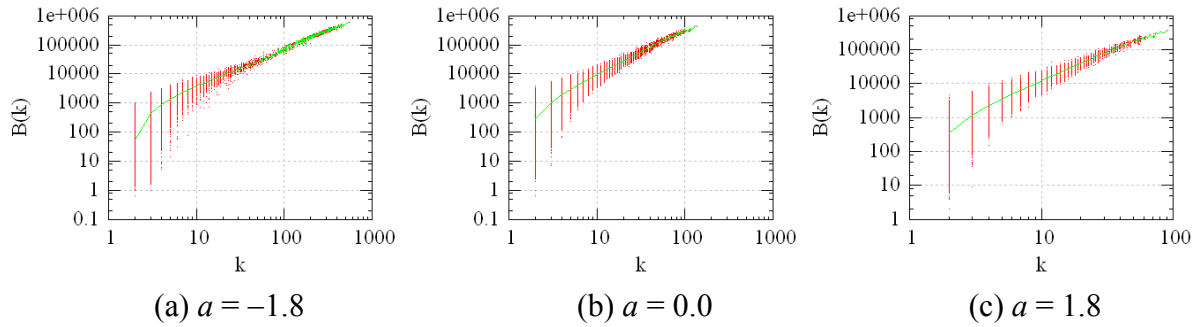


図 5.16  $B(k)$ の散布図 ( $\langle k \rangle = 4.0$ , 実線は平均値を示す)

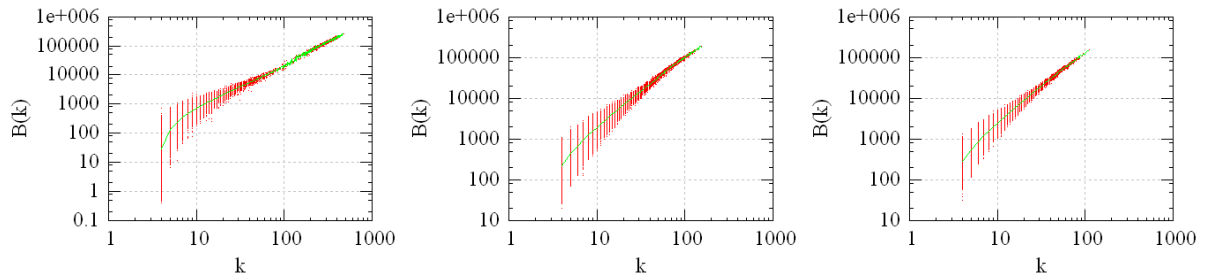


図 5.17  $B(k)$ の散布図 ( $\langle k \rangle = 8.0$ , 実線は平均値を示す)

### ・ LPA モデルの分析結果のまとめ

それぞれの平均次数における LPA モデルの各種分析結果を表 5.13, 5.14, 5.15 にまとめる. 5.1 節で説明した平均経路長  $L$ , クラスタリング係数  $C$ , Assortativity 係数  $r$ , 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$ の各尺度を示す. シフトパラメータ  $a$  が負のとき, 平均経路長  $L$  は短くなり, クラスタリング係数  $C$  は約 0.5 と大きい. また  $a$  の値が 0.0, 正のとき, 平均経路長  $L$  は長くなり, クラスタリング係数  $C$  は, ゼロに近い値を取る.  $a$  が負のとき, assortativity 係数  $r$  の負の値が大きく, 結合相関が強い負相関を持つことを示す.  $a$  の値が正のときの  $r$  は, 顕著な値にならないが, 正相関であることを示している. 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$  は,  $a$  の増加と共に大きくなる. これは, 平均経路長が長くなるためであると考えられる.

表 5.13  $L, C, r, \langle B \rangle$  ( $\langle k \rangle = 4.0$ )

|            | $L$  | $C$  | $r$   | $\langle B \rangle$ |
|------------|------|------|-------|---------------------|
| $a = -1.8$ | 2.68 | 0.51 | -0.49 | 1675                |
| $a = 0.0$  | 4.01 | 0.03 | -0.08 | 3005                |
| $a = 1.8$  | 4.37 | 0.01 | -0.01 | 3371                |

表 5.14  $L, C, r, \langle B \rangle$  ( $\langle k \rangle = 8.0$ )

|            | $L$  | $C$  | $r$   | $\langle B \rangle$ |
|------------|------|------|-------|---------------------|
| $a = -3.6$ | 2.36 | 0.50 | -0.49 | 1355                |
| $a = 0.0$  | 3.13 | 0.04 | -0.05 | 2132                |
| $a = 3.6$  | 3.32 | 0.02 | 0.05  | 2313                |

表 5.15  $L, C, r, \langle B \rangle$  ( $\langle k \rangle = 12.0$ )

|            | $L$  | $C$  | $r$   | $\langle B \rangle$ |
|------------|------|------|-------|---------------------|
| $a = -5.4$ | 2.19 | 0.50 | -0.49 | 1187                |
| $a = 0.0$  | 2.81 | 0.06 | -0.04 | 1807                |
| $a = 5.4$  | 2.92 | 0.03 | 0.08  | 1920                |

## 5.5 分析結果の比較

次数分布  $P(k)$ , 結合相関  $\langle k_{NN} \rangle$ , 平均経路長分布  $L(k)$ , Betweenness 分布  $B(k)$ , 平均経路長  $L$ , クラスタリング係数  $C$ , Assortativity 係数  $r$ , 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$  の尺度において, 4.1節, 4.2節, 4.3節で説明した CDD, CNN, LPA モデルを比較する. 各モデルの比較を簡単にまとめたものを表 5.16, 5.17 に示す.

表 5.16 各分布の比較

| モデル | $P(k)$                            | $\langle k_{NN} \rangle$ | $L(k)$             | $B(k)$                    |
|-----|-----------------------------------|--------------------------|--------------------|---------------------------|
| CDD | 対結線確率 $q_v = 1.0$ のときランダムグラフに近くなる | 対結線確率 $q_v$ で結合相関を調整可能   | 高い次数の頂点程, 平均経路長が短い | 高い次数の頂点程, Betweenness が高い |
| CNN | 平均次数に関わらずベキ乗則に従う                  | 正相関                      | 高い次数の頂点程, 平均経路長が短い | 高い次数の頂点程, Betweenness が高い |
| LPA | シフトパラメータ $a$ に関わらずベキ乗則に従う         | シフトパラメータ $a$ で結合相関を調整可能  | 高い次数の頂点程, 平均経路長が短い | 高い次数の頂点程, Betweenness が高い |

表 5.17 各分析結果の比較

| モデル | 平均経路長<br>$L$                          | クラスタリング係数<br>$C$                      | Assortativity 係数<br>$r$      | 平均<br>Betweenness<br>$\langle B \rangle$ |
|-----|---------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------|
| CDD | 対結線確率 $q_v$<br>の増加で長くなる               | $q_v$ の増加で高くなる                        | $q_v$ の増加で高くなる               | $q_v$ の増加で高くなる                           |
| CNN | 平均次数 $\langle k \rangle$ の<br>増加で短くなる | $\langle k \rangle$ の増加で高くなる          | $\langle k \rangle$ の増加で低くなる | $\langle k \rangle$ の増加で低くなる             |
| LPA | シフトパラメータ $a$ の増加<br>で長くなる             | $a < 0$ で極端に高く, $a \geq 0.0$ でゼロに近くなる | $a$ の増加で高くなる                 | $a$ の増加で高くなる                             |

#### ・ 次数分布 $P(k)$

CDD モデルでは, 次数分布は対結線確率  $q_v$  の増加 (結合相関の相関変化) によってベキ乗則に従う分布から, ポワソン分布に近づく. つまりネットワークの連結構造が SF ネットワークからランダムネットワークに近づく. また平均次数が高くなると  $q_v$  が大きいほど, 辺の凝縮によってランダムネットワークの傾向が顕著になる. LPA モデルでは, シフトパラメータ  $a$  の増加 (結合相関の相関変化) に関わらずベキ乗則に従う連結構造を示す. また平均次数の変化に関わらず分布は, ベキ乗則に従う. CNN モデルでは, 平均次数 (ポテンシャルエッジ変換率  $u$ ) の変化に関わらずベキ乗則に従う連結構造を示す.

#### ・ 結合相関 $\langle k_{NN} \rangle$

CDD モデルでは, 平均次数の変化に関わらず対結線確率  $q_v$  の増加によって結合相関が負相関から正相関に変化する. LPA モデルでは, 平均次数の変化に関わらずシフトパラメータ  $a$  の増加によって結合相関が負相関から正相関に変化する. CNN モデルでは, 平均次数の変化に関わらず, 正の結合相関を持つネットワークが生成される.

### ・ 平均経路長分布 $L(k)$

CDD, CNN, LPA の各モデルはそれぞれ、高い次数を持つ頂点からの平均経路長が短く、低い次数を持つ頂点からの平均経路長が長い傾向がある。

### ・ Betweenness 分布 $B(k)$

CDD, CNN, LPA の各モデルはそれぞれ、高い次数を持つ頂点は Betweenness が高く、低い次数を持つ頂点は Betweenness が低い傾向がある。また、CDD モデルと LPA モデルにおける  $B(k)$  の散布図 (図 5.5, 5.6, 5.16, 5.17) より、CDD モデルでは次数と  $B(k)$  の相関が弱い。LPA モデルでは次数と  $B(k)$  の相関が強い。

### ・ 平均経路長 $L$

CDD モデルでは、次数分布は結合相関が負相関から正相関に変化する (対結線確率  $q_v$  が高くなる) ことによって平均経路長が長くなる。LPA モデルでも、結合相関が負相関から正相関に変化する (シフトパラメータ  $a$  が高くなる) ことにより平均経路長が長くなる。これらのネットワークモデルでは、結合相関が負相関から正相関に変化することによって、平均経路長が長くなる傾向がある。しかし CDD モデルは LPA モデルよりも、全体的に平均経路長が長くなる。このことは、CDD モデルの構造が中心から枝のように伸びているのに対して、LPA モデルは中心で凝縮していることを意味する。CNN モデルは、LPA モデル同様に平均経路長が短い性質を持つ。CDD, CNN, LPA の各モデルはそれぞれ、平均次数の増加によって平均経路長が短くなる。これは頂点数に対する辺の割合が多くなり、二頂点間の経路数が増加することを意味する。

### ・ クラスタリング係数 $C$

CDD モデルでは、次数分布は結合相関が負相関から正相関に変化する (対結線確率  $q_v$  が高くなる) によって、クラスタリング係数が増加する傾向を持つが、LPA モデルでは、シフトパラメータ  $a$  が負 (結合相関が負相関) のときクラスタリング係数が極端に高く、 $a$  が 0.0, 正 (結合相関が無相関, 正相関) のときゼロに近い値を持つ傾向がある。CNN モデルでは、平均次数 (ポテンシャル辺変換率  $u$ ) の増加によってクラスタリング係数が増加する。これは、ポテンシャル辺が三角形のネットワークの構成要素であることから、変換率  $u$  の増加でクラスタリング係数が増加することによる。

・ 平均 Betweenness  $\langle B \rangle$

CDD モデルでは，結合相関が負相関から正相関に変化する（対結線確率  $q_v$  が高くなる）ことによって，平均 Betweenness が増加する傾向を持つ．LPA モデルでも，結合相関が負相関から正相関に変化する（シフトパラメータ  $a$  が高くなる）ことによって，平均 Betweenness が増加する傾向を持つ．CDD モデルは全体的に Betweenness が高く，LPA モデルは Betweenness が低くなっている．これは平均経路長が CDD モデルで長く，LPA モデルで短いことが原因と考えられる．CNN モデルでは，平均次数の増加により Betweenness が減少する傾向を持つ．

## 第 6 章 カスケード故障および防御戦略

本章では，第 4 章で説明した結合相関を調節できるネットワークモデルを用いて，カスケード故障シミュレーションを行い，それらの故障被害の規模，カスケード伝播回数を比較する．各分析値は，100 個のネットワークの平均値を示している．

### 6.1 カスケード故障モデルの定義

カスケード故障モデルの定義として，以下の 4 つの項目を仮定する．特に初期故障頂点として，最大次数頂点，最大負荷頂点，ランダムに選択した頂点を考えることに注意されたい．

#### ・ 負荷

各二頂点間の通信は，必ず最短経路を選択して行われると仮定する．頂点にかかる負荷は，各二頂点間の最短経路が通る回数であり，5.1 節で説明した *Betweenness centrality* の計算値を用いる．

#### ・ 容量

各頂点は，制御できる負荷の許容量を持っている．頂点にかかる負荷が容量よりも多くなると，その頂点は過負荷になって故障する．頂点  $i$  の容量  $C_i$  は，以下のような初期負荷  $L_i$  に比例した値を割り当てる．

$$C_i = \alpha \times L_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, N$$

ここで， $\alpha \geq 1.0$  は耐久性パラメータである．

#### ・ カスケード伝播プロセス

頂点が故障すると，その頂点を通っていた通信経路は，迂回経路を探すことになる．これにより，各二頂点間の最短経路が変化する．最短経路の変化は，各頂点にかかる負荷分布を変化させるので，過負荷故障の原因となる．

本実験におけるカスケード故障モデルは，このような過負荷故障発生を仮定して，以下のようなカスケード伝播プロセスを実行する．



- (1) 初期状態で、各頂点の負荷、容量を計算する.
- (2) 一個の頂点を以下のどれかの方法に従い、ネットワークから除去する.
  - degree-based removal (最大次数頂点の除去)
  - load-based removal (最大負荷頂点の除去)
  - random removal (ランダムに一個の頂点を選択して除去)
- (3) (2)での頂点除去により、各二頂点間の最短経路が変化するので、各頂点の負荷を再計算する. その結果、容量を超えた頂点をネットワークから除去する.
- (4) 過負荷故障により、各二頂点間の最短経路が変化するので、各頂点の負荷を再計算する. その結果、容量を超えた頂点をネットワークから除去する.
- (5) 過負荷頂点が無くなるまで、(4)を繰り返す.

#### ・故障性

カスケード故障の故障性は、カスケード故障後の最終的な巨大連結成分サイズの割合で定量化する.

$$GC = \frac{N'}{N}$$

$N'$ : カスケード故障後の巨大連結成分サイズ

$N$ : 初期頂点数

## 6.2 CDD モデル上のシミュレーション結果

4.1 節で説明した対結線確率  $q_v$  の変化で結合相関の正負を調整できる CDD モデルにおいて、頂点数  $N = 1000$ , 平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$ ,  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  のネットワークを考え、それぞれの場合について、初期故障頂点の対象を変化させて (最大負荷頂点, 最大次数頂点, ランダムな選択) カスケード故障シミュレーションを行った。

各平均次数に対するカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.1, 6.2, 6.3 に示す。

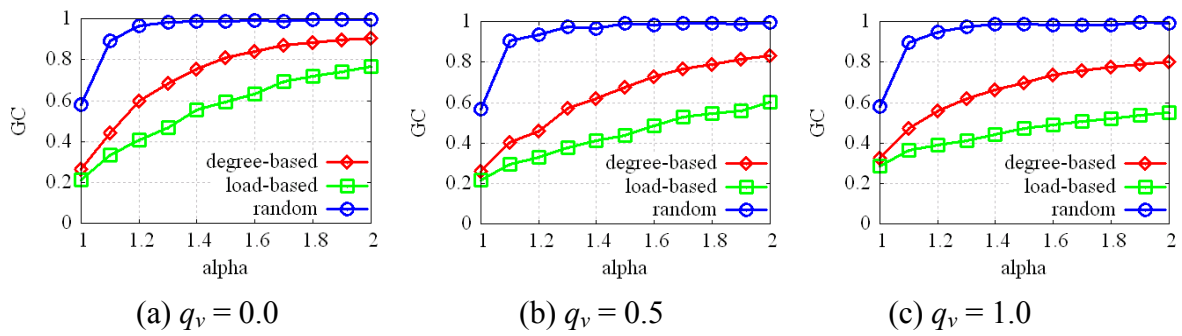


図 6.1 巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ )

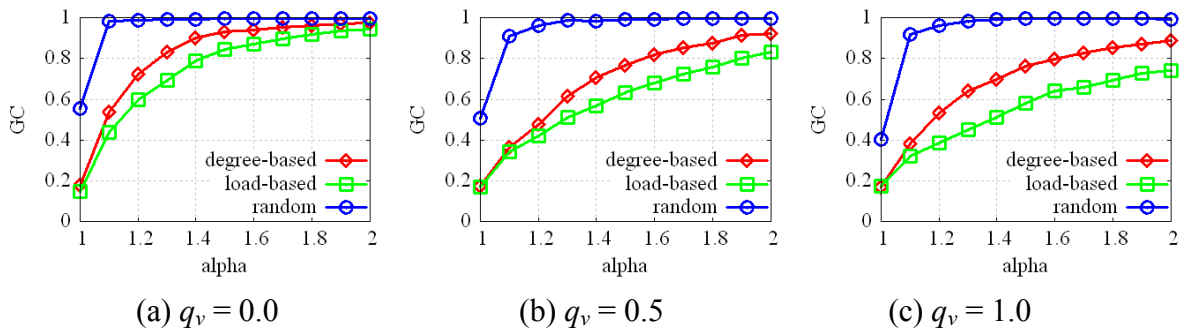


図 6.2 巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle \approx 8.0$ )

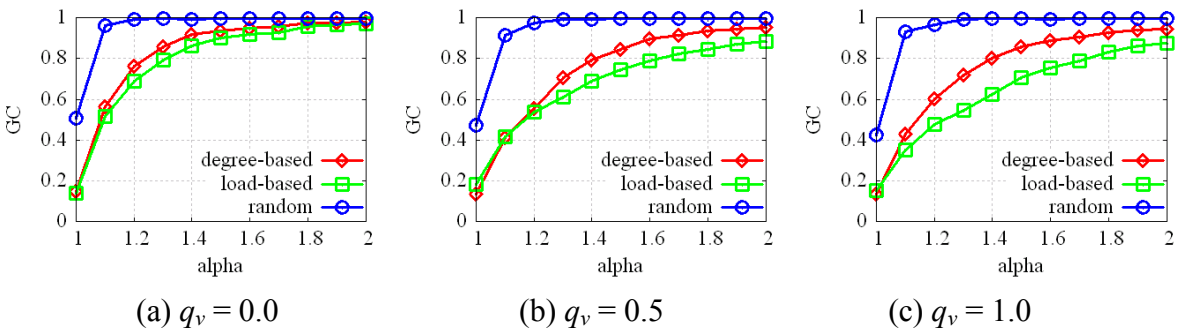


図 6.3 巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle \approx 12.0$ )

### ・ 初期攻撃方法の変化

図 6.1, 6.2, 6.3 のそれぞれにおいて "degree-based" (最大次数頂点), "load-based" (最大負荷頂点) の各分布を比較すると, 最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こしたときの被害は, 最大次数頂点を攻撃して引き起こしたときの被害よりも大きくなる. ここで“被害”とは, カスケード故障後の巨大連結成分に組み込まれなかった頂点を指している. また, "random" の分布より, ランダムに一個の頂点が故障したとき,  $\alpha \geq 1.1$  に設定すれば大規模なカスケード故障が発生しないことがわかる.

### ・ 対結線確率 $q_v$ の変化

図 6.1, 6.2, 6.3 のそれぞれにおいて(a)から(c)を比較すると, (a)の結合相関が負相関 ( $q_v = 0.0$ ) のネットワークは, (b)の無相関, (c)の正相関 ( $q_v = 0.5, 1.0$ ) のネットワークよりカスケード故障の被害が小さいことがわかる. 例えば,  $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークで, 耐久性パラメータ  $\alpha = 1.5$  に設定し, 最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こした結果,  $q_v = 0.0$  のとき約 40%,  $q_v = 0.5$  のとき約 56%,  $q_v = 1.0$  のとき約 53% の頂点が被害を受けている.

### ・ 平均次数の変化

図 6.1, 6.2, 6.3 のそれぞれにおいて(a)から(c)を縦方向に比較すると, 平均次数が高くなると, 耐久性パラメータを  $\alpha \geq 1.1$  の範囲で設定したときに, カスケード故障の被害が小さくなる. このことは, 頂点数が固定されているのに対して辺数が増加しているので, 二頂点間のバイパスが増加したことを意味する. 例えば  $q_v = 0.0$  のネットワークで, 最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こした結果より,  $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは  $1.0 \leq \alpha \leq 2.0$  の全範囲で, 被害が 10%以下にならない.  $\langle k \rangle \approx 8.0$  のネットワークでは  $\alpha \geq 1.8$  で,  $\langle k \rangle \approx 12.0$  のネットワークでは  $\alpha \geq 1.5$  の範囲で被害が 10%以下になる.

### ・ カスケード伝播回数

各平均次数に対するカスケード故障後の伝播回数の結果を図 6.4, 6.5, 6.6 に示す.

図 6.4, 6.5, 6.6 のそれぞれにおいて "degree-based" (最大次数頂点), "load-based" (最大負荷頂点) の各分布を比較すると, 最大次数頂点を攻撃したとき, 耐久性パラメー

タ $\alpha$ を低く設定したときに伝播回数が多くなり、 $\alpha$ を高く設定すると少なくなる傾向がある。一方、最大負荷頂点を攻撃したとき、 $\alpha$ の増減に対する伝播回数の変化が少ないことがわかる。また、”random”の分布より、ランダムに一個の頂点が故障したとき、 $\alpha$ の増加と共に伝播回数が減少していき、ゼロに近づいていく。

図 6.4, 6.5, 6.6 のそれぞれにおいて(a)から(c)を比較すると、耐久性パラメータ $\alpha$ を高く設定したとき、(a)の結合相関が負相関 ( $q_v = 0.0$ ) のネットワークは、(b)の無相関、(c)の正相関 ( $q_v = 0.5, 1.0$ ) のネットワークよりも伝播回数が少なくなる。

図 6.4, 6.5, 6.6 のそれぞれにおいて(a)から(c)を縦方向に比べると、平均次数が高くなると、耐久性パラメータ $\alpha = 1.2$  付近でピークが現れる。

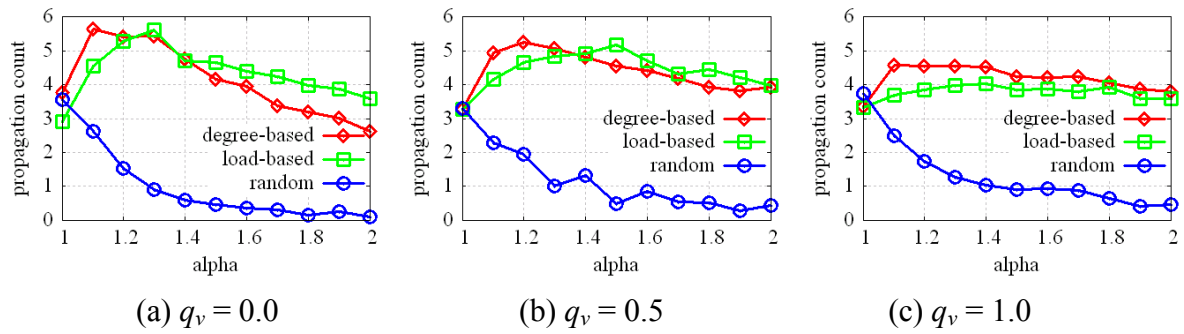


図 6.4 カスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ )

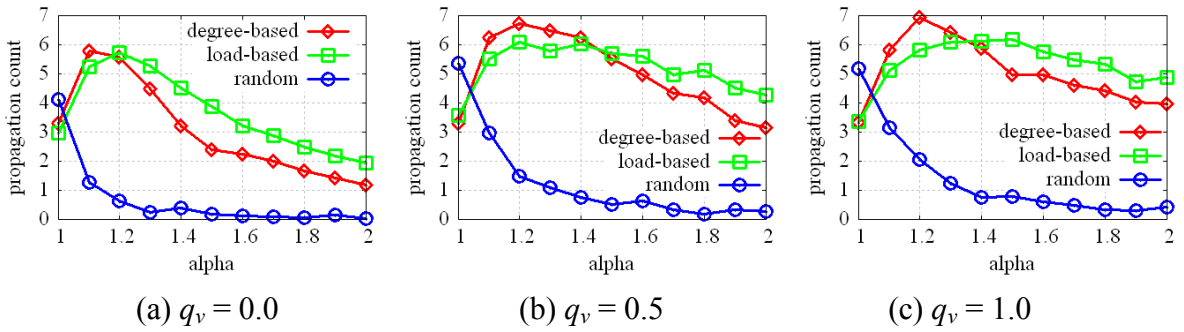


図 6.5 カスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle \approx 8.0$ )

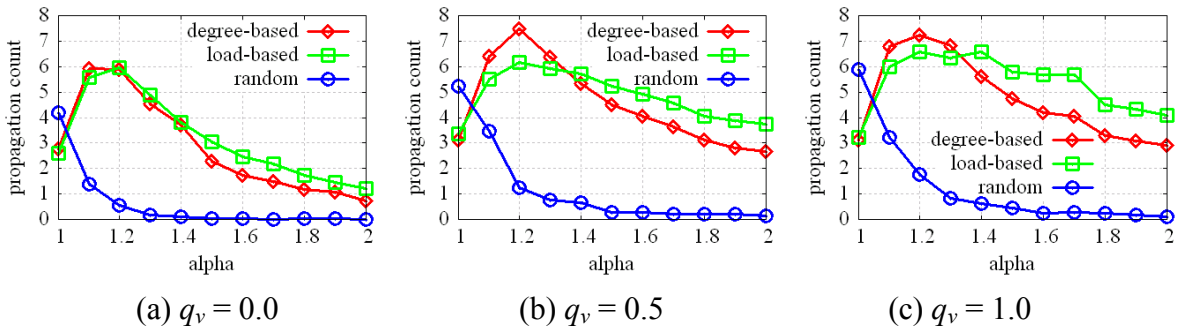


図 6.6 カスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle \approx 12.0$ )

## 6.3 CNN モデル上のシミュレーション結果

4.2 節で説明した社会的ネットワークをモデル化した CNN モデルにおいて、頂点数  $N = 1000$ , 平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$  のネットワークそれぞれに対して、同様のシミュレーションを行った。

各平均次数に対するカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.7 に示す。

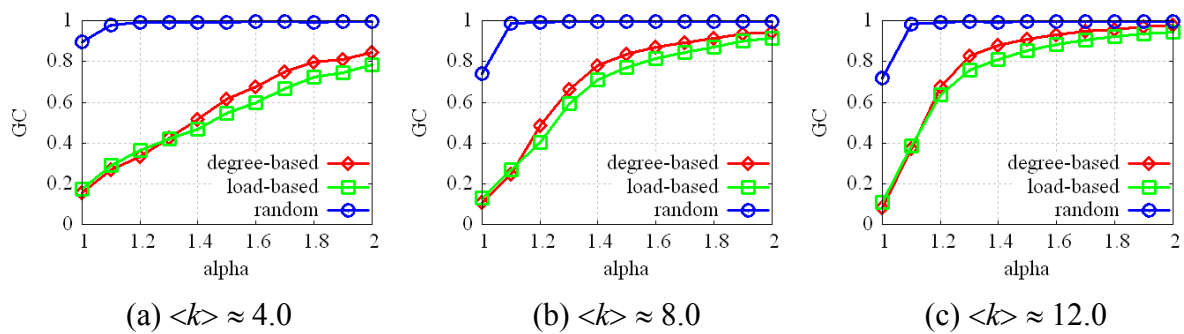


図 6.7 巨大連結成分サイズの割合

### ・初期攻撃方法の変化

図 6.7 の ”degree-based” (最大次数頂点), ”load-based” (最大負荷頂点)の各分布を比較すると、最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こしたときと、最大次数頂点を攻撃して引き起こしたときの頂点への被害は、前者の結果の方が大きい、その差は小さい。例えば、 $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークで、耐久性パラメータ  $\alpha = 1.5$  に設定したときのカスケード故障の被害は、最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こしたとき約 55%, 最大次数頂点を攻撃して引き起こしたとき約 48%と差が小さい。また, ”random” の分布より、ランダムに一個の頂点が故障したとき、 $\alpha \geq 1.1$  に設定すれば大規模なカスケード故障がほとんど伝播しないことがわかる。

### ・平均次数 (ポテンシャル辺の変換率 $u$ ) の変化

図 6.7 の(a)から(c)を比較すると、平均次数が高くなると、耐久性パラメータを  $\alpha \geq 1.1$  の範囲で設定したときに、カスケード故障の被害が小さくなる。このことは CDD モデルと同様に、頂点数が固定されているのに対して辺数が増加している、二頂点

間のバイパスが増加したことを意味する．例えば，最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こした結果より， $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは  $1.0 \leq \alpha \leq 2.0$  の全範囲で被害が 10%以下にならない． $\langle k \rangle \approx 8.0$  のネットワークでは  $\alpha \geq 1.9$ ， $\langle k \rangle \approx 12.0$  のネットワークでは  $\alpha \geq 1.7$  で 10%以下になる．

### ・カスケード伝播回数

各平均次数に対するカスケード故障後の伝播回数の結果を図 6.8 に示す．

図 6.7 の(a)から(c)の ”degree-based” (最大次数頂点), ”load-based” (最大負荷頂点) の各分布を比較すると，最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こしたときと，最大次数頂点を攻撃して引き起こしたときの伝播回数の差が少ないことがわかった．

図 6.7 の(a)から(c)を比較すると，(a)の $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは，耐久性パラメータ  $\alpha$  の変化に関わらず伝播回数が一定なのに対して，(a)  $\langle k \rangle \approx 8.0$ ，(b)  $\langle k \rangle \approx 12.0$  と平均次数が増加すると共に，伝播回数のピークが現れる．つまり  $\alpha$  を低く設定したとき，伝播回数が増加していく．

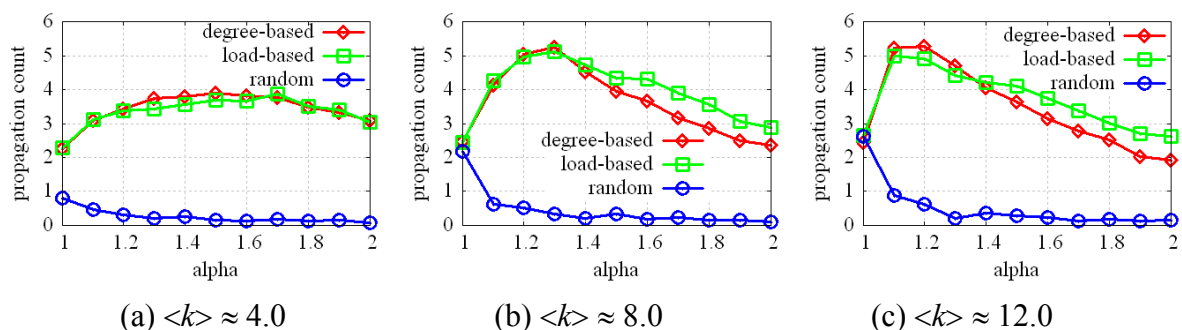


図 6.8 カスケード伝播回数

## 6.4 LPA モデル上のシミュレーション結果

4.3 節で説明したシフトパラメータ  $\alpha$  の変化で結合相関の正負を調整できる LPA モデルにおいて、頂点数  $N = 1000$ , 平均次数  $\langle k \rangle = 4.0, 8.0, 12.0$ ,  $a = -1.8, 0.0, 1.8$  ( $\langle k \rangle = 4.0$ ),  $a = -3.6, 0.0, 3.6$  ( $\langle k \rangle = 8.0$ ),  $a = -5.4, 0.0, 5.4$  ( $\langle k \rangle = 12.0$ ) のネットワークそれぞれに対して、同様のシミュレーションを行った。

各平均次数に対するカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.9, 6.10, 6.11 に示す。

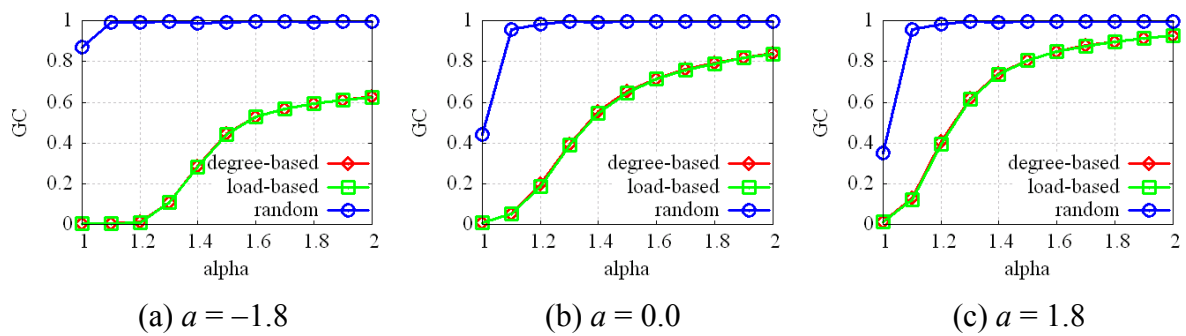


図 6.9 巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle = 4.0$ )

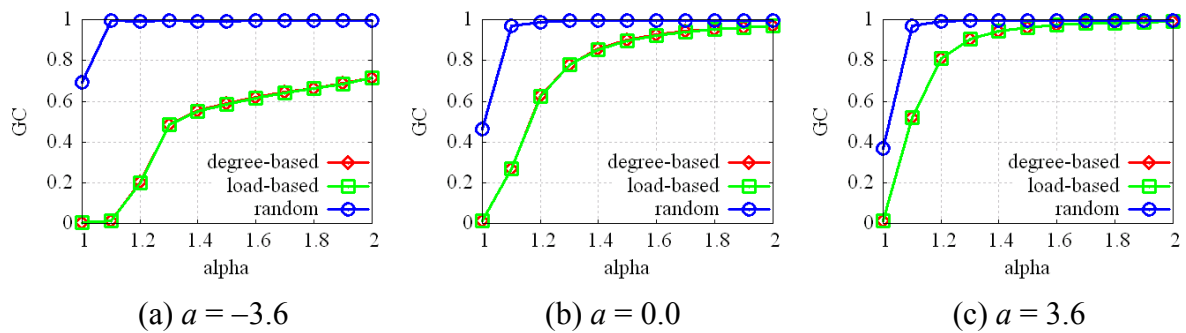


図 6.10 巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle = 8.0$ )

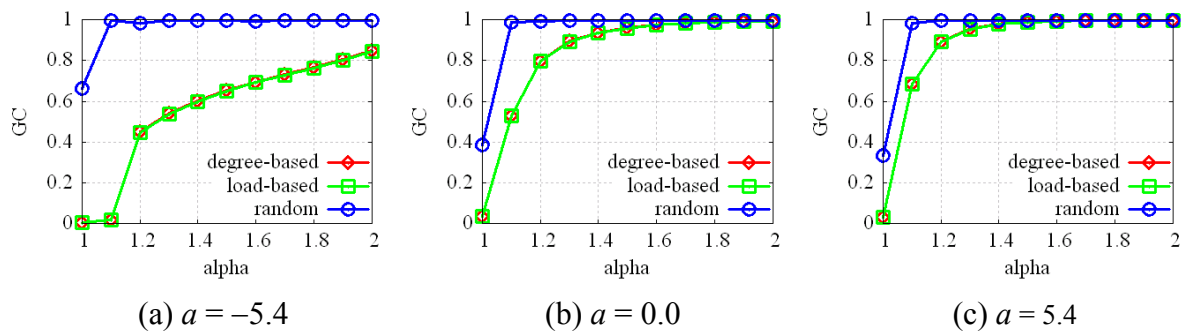


図 6.11 巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle = 12.0$ )

### ・ 初期攻撃方法の変化

図 6.9, 6.10, 6.11 のそれぞれにおいて ”degree-based” (最大次数頂点), ”load-based” (最大負荷頂点)の各分布を比較すると, 最大負荷頂点への攻撃, 最大次数頂点への攻撃により引き起こされたカスケード故障の被害は, ほとんど同じである. 例えば,  $\langle k \rangle = 4.0$ , シフトパラメータ  $a = 0.0$  のネットワークで, 耐久性パラメータ  $\alpha = 1.5$  に設定したときのカスケード故障後の GC は, 最大負荷頂点を攻撃した場合に約 0.6467, 最大次数頂点を攻撃した場合に約 0.6525 であり, その差は 0.0058 と極めて小さい. これは, ネットワークの最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点である確率が高いことが原因である. 例えば,  $\langle k \rangle = 4.0$  のネットワークを考える.  $a = -1.8$  のネットワーク 100 個中 92 個,  $a = 0.0$  のネットワーク 100 個中 82 個,  $a = 1.8$  のネットワーク 100 個中 79 個が, 最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点になっている. また, ”random” の分布より, ランダムに一個の頂点が故障したとき,  $\alpha \geq 1.1$  に設定すれば大規模なカスケード故障がほとんど伝播しないことがわかる.

### ・ シフトパラメータ $a$ の変化

図 6.9, 6.10, 6.11 のそれぞれにおいて(a)から(c)を比較すると, (a)の結合相関が負相関 ( $a$  の値が負) のネットワークは, (c)の正相関 ( $a$  の値が正) のネットワークよりカスケード故障の被害が大きくなる. 例えば,  $\langle k \rangle = 4.0$  のネットワークで, 耐久性パラメータを  $\alpha = 1.5$  に設定し, 最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こした結果,  $a = -1.8$  のとき約 56%,  $a = 0.0$  のとき約 35%,  $a = 1.8$  のとき約 20%の頂点が被害を受ける.

### ・ 平均次数の変化

図 6.9, 6.10, 6.11 のそれぞれにおいて(a)から(c)を縦方向に比較すると, 平均次数が高くなると, 全体的にカスケード故障の被害が小さくなる. このことは CDD, CNN モデルと同様に, 頂点数が固定されているのに対して辺数が増加しているため, 二頂点間のバイパスが増加したことを意味する. 例えば, シフトパラメータ  $a = 0.0$  のネットワークで, 最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こした結果,  $\langle k \rangle = 4.0$  のネットワークでは, 耐久性パラメータが  $1.0 \leq \alpha \leq 2.0$  の全範囲で, 被害が 10% 以下にならない.  $\langle k \rangle = 8.0$  のネットワークでは  $\alpha \geq 1.5$  で,  $\langle k \rangle = 12.0$  のネットワーク



では $\alpha \geq 1.4$ で、被害が10%以下になる。

LPAモデルにおけるカスケード故障の特徴として、シフトパラメータ $a$ の値が負のネットワークの場合、耐久性パラメータ $\alpha$ を低く設定すると、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合 $GC$ がほぼゼロ、つまり、ほとんどの頂点が非連結状態になる領域が存在する。この領域を抜けて $GC$ の値が突然大きくなる臨界点 $\alpha_c$ は、平均次数が高くなることで低くなる。 $\langle k \rangle = 4.0$ で $\alpha_c = 1.3$ 、 $\langle k \rangle = 8.0, 12.0$ で $\alpha_c = 1.2$ になる。

### ・カスケード伝播回数

各平均次数に対するカスケード故障後の伝播回数の結果を図6.12, 6.13, 6.14に示す。

図6.12, 6.13, 6.14のそれぞれにおいて(a)から(c)の”degree-based”(最大次数頂点), ”load-based”(最大負荷頂点)の各分布を比較すると、最大負荷頂点を攻撃してカスケード故障を引き起こしたときと、最大次数頂点を攻撃して引き起こしたときの伝播回数の差がほとんどないことがわかる。また”random”の分布より、ランダムに一個の頂点が故障したとき、 $\alpha$ の増加と共に伝播回数が減少していき、0に近づいていく。

図6.12, 6.13, 6.14のそれぞれにおいて(a)から(c)を比較すると、シフトパラメータ $a$ の値が負のネットワークの場合、伝播回数は耐久性パラメータ $\alpha$ の増加と共に多くなることがわかる。 $a$ の値が0.0、正のネットワークの場合、 $\alpha$ が1.2から1.3付近まで伝播回数が増加していき、さらに大きくなると、伝播回数は減少または一定になる。

図6.12, 6.13, 6.14のそれぞれにおいて(a)から(c)を縦方向に比べると、(a)のシフトパラメータ $a$ の値が負のネットワークでは、平均次数が増加しても、耐久性パラメータ $\alpha$ の増加と共に伝播回数が多くなる傾向は変わらない。(b)の $a = 0.0$ のネットワークでは、平均次数が増加すると $\alpha$ を高く設定したときの伝播回数が減少する。(c)の $a$ の値が正のネットワークでは、平均次数が増加すると、 $\alpha = 1.2$ 付近のピークが高くなり、 $\alpha$ を高く設定したときの伝播回数も減少する。

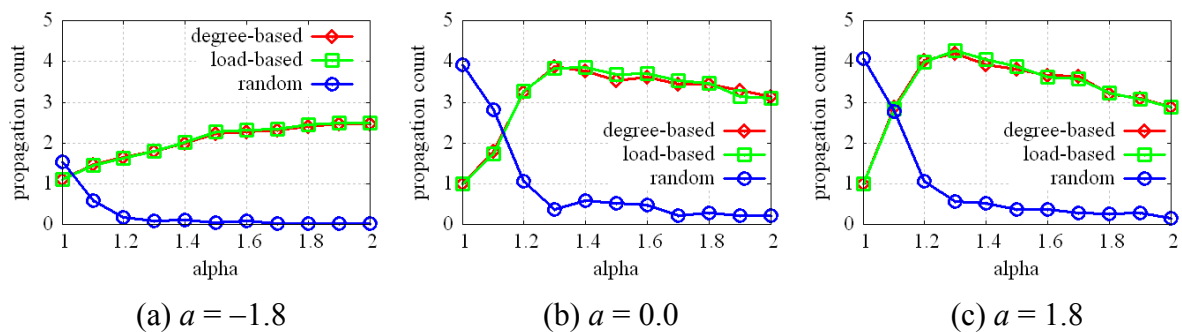


図 6.12 カスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle = 4.0$ )

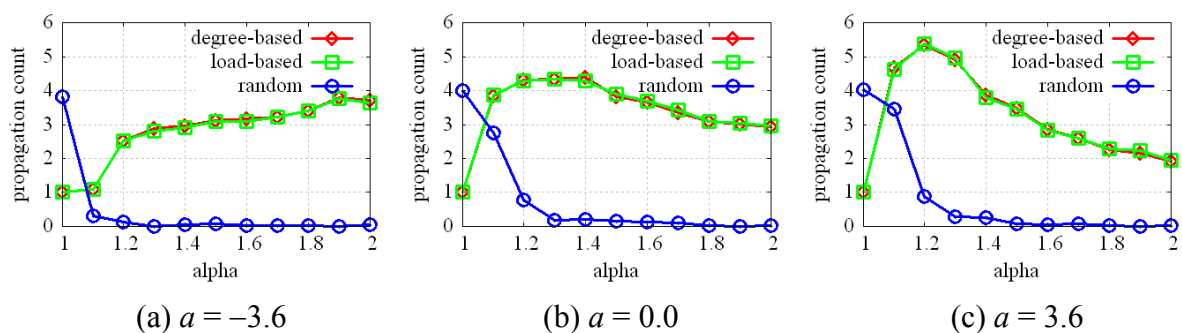


図 6.13 カスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle = 8.0$ )

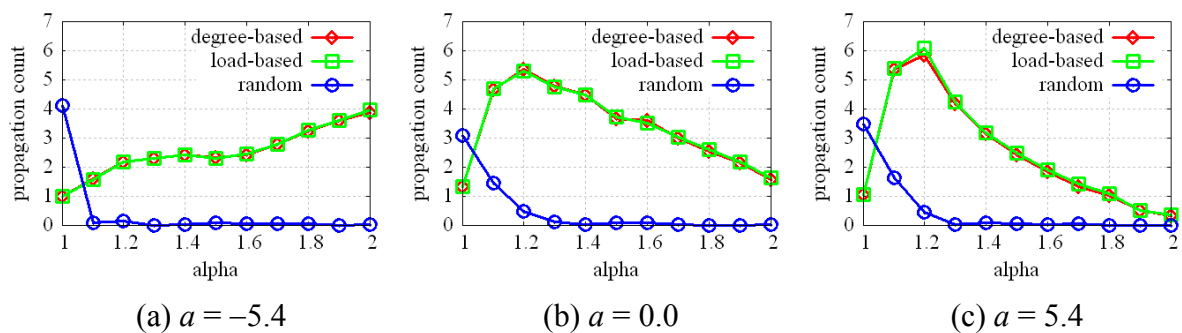


図 6.14 カスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle = 12.0$ )

## 6.5 カスケード故障シミュレーション結果の比較

### ・結合相関の影響

カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果に対する，結合相関の正負の影響を比較する．このとき対結線確率  $q_v$  で調整できる CDD モデルとシフトパラメータ  $a$  で調整できる LPA モデルを比較したものを表 6.1 に示す．

表 6.1 結合相関の影響

|         | 結合相関の変化                          |
|---------|----------------------------------|
| CDD モデル | 負相関から正相関に変化すると共に <b>被害が大きくなる</b> |
| LPA モデル | 負相関から正相関に変化すると共に <b>被害が小さくなる</b> |

カスケード故障の被害は，CDD モデルでは，**正の結合相関を持つネットワークで大きくなった**．一方，LPA モデルでは，**負の結合相関を持つネットワークで大きくなった**．これらの結果より，カスケード故障の被害に関して，結合相関の変化が影響していることがわかった．しかしながら結合相関の変化で，カスケード故障の被害の大小が一意に決まらない．

### ・平均次数の影響

平均次数を大きくした場合のカスケード故障の被害は，CDD, CNN, LPA の各モデルにおいて被害が小さくなる．これは，頂点数を固定した上で辺数が増加するので，二頂点間のバイパスが増加することにより，初期攻撃による頂点故障の影響が低くなるので被害が小さくなったと考えられる．

### ・最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点のネットワーク

CDD モデル，CNN モデル，LPA モデルのそれぞれにおいて，故障伝播シミュレーションで用いた 100 個のネットワークのうち，最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点であるネットワークの数を表 6.2, 6.3, 6.4 に示す．表 6.2 より，CDD モデルは，対結線確率  $q_v$  が高くなると共に最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点のネットワークが少なくなる．また，平均次数が高くなると共に最大負荷頂点と最大次数頂点と同

じ頂点のネットワークが多くなる．表 6.3 より CNN モデルは，平均次数に関わらず最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点のネットワーク数が 50 個程度になる．表 6.4 より，LPA モデルは，シフトパラメータ  $a$  や平均次数の変化に関わらず最大負荷頂点と最大次数頂点と同じ頂点のネットワーク数が 80 個から 90 個程度になる．

表 6.2 最大負荷頂点と最大次数頂点と同じネットワーク数 (CDD モデル)

|             | $\langle k \rangle \approx 4.0$ | $\langle k \rangle \approx 8.0$ | $\langle k \rangle \approx 12.0$ |
|-------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $q_v = 0.0$ | 20                              | 43                              | 57                               |
| $q_v = 0.5$ | 19                              | 38                              | 43                               |
| $q_v = 1.0$ | 14                              | 24                              | 31                               |

表 6.3 最大負荷頂点と最大次数頂点と同じネットワーク数 (CNN モデル)

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| $\langle k \rangle \approx 4.0$  | 50 |
| $\langle k \rangle \approx 8.0$  | 54 |
| $\langle k \rangle \approx 12.0$ | 46 |

表 6.4 最大負荷頂点と最大次数頂点と同じネットワーク数 (LPA モデル)

|                        | $\langle k \rangle = 4.0$ | $\langle k \rangle = 8.0$ | $\langle k \rangle = 12.0$ |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| $a = -1.8, -3.6, -5.4$ | 92                        | 91                        | 88                         |
| $a = 0.0$              | 82                        | 85                        | 89                         |
| $a = 1.8, 3.6, 5.4$    | 79                        | 92                        | 86                         |

## 6.6 防御戦略の手順

従来法「頂点除去による防御戦略」と提案手法「故障辺の配線換えによる防御戦略」を第4章で説明した3種類のネットワークモデルへ適用し、その効果を比較する。ここで、各分析値は100個のネットワークの平均値を示している。

まず6.6.1で従来の防御戦略である「頂点除去による防御戦略」の手順を説明し、6.6.2では提案防御戦略である「故障辺の配線換えによる防御戦略」の手順を説明する。

### 6.6.1 頂点除去による従来防御戦略

頂点除去による防御戦略は、頂点が攻撃を受けた直後に実行するもので、制御する負荷が小さく他の頂点に与える負荷が大きい頂点を見つけて、選択的に除去する戦略である[15]。この頂点除去により、全体的な負荷が軽減され、カスケード故障の被害を抑えることができる。その際、ネットワーク内の全頂点について、あらかじめ以下のような指標を計算しておき、これを利用して除去すべき頂点を決定する。

まず頂点 $i$ から他の全頂点への通信で発生する合計負荷の近似値 $L_i^g$ を以下のように計算する。

$$L_i^g = \sum_j (D_{ij} + 1) = (\bar{D}_i + 1)(N - 1) \quad (\bar{D}_i: \text{頂点 } i \text{ から他の全頂点への平均経路長})$$

頂点 $i$ が制御する負荷を $L_i$ とすると、

$$\Delta_i = L_i - L_i^g$$

が計算される。 $\Delta$ が低い頂点は、制御する負荷よりも他の頂点へ与える負荷が大きい頂点であるので、防御のために除去される。

頂点除去による防御戦略を加えたカスケード故障プロセスは、以下ようになる。

- (1) 初期状態で、各頂点の負荷、容量、 $\Delta_i$ を計算する。
- (2) 最大負荷頂点をネットワークから除去する。
- (3)  $\Delta_i$ が小さい頂点から順番に、割合 $f$ だけ除去する。
- (4) (2)(3)の頂点除去により、各二頂点間の最短経路が変化するので、各頂点の負荷を再計算する。その結果、容量を超えた頂点をネットワークから除去する。
- (5) 過負荷故障により、各二頂点間の最短経路が変化するので、各頂点の負荷を再計

- 算する。その結果、容量を超えた頂点をネットワークから除去する。
- (6) 過負荷頂点が無くなるまで、(5)を繰り返す。

## 6.6.2 故障辺の配線換えによる提案防御戦略

提案手法である故障辺の配線換えによる防御戦略でも同様に、頂点が攻撃を受けた直後に実行し、攻撃により影響を受けた頂点 (ANs) 内で配線換えを行う。このときの配線換え手法は、第3章で説明した、以下の8つの方法を用いる。

- 方法 1: 完全グラフ化  
方法 2: 高い次数の頂点同士の連結  
方法 3: 高い負荷の頂点同士の連結  
方法 4: リンググラフ化 1 (高い次数の頂点から順番に連結)  
方法 5: リンググラフ化 2 (高い負荷の頂点から順番に連結)  
方法 6: スター化 1 (最大次数頂点)  
方法 7: スター化 2 (最大負荷頂点)  
方法 8: ランダムな連結

故障辺の配線換えによる防御戦略を加えたカスケード故障プロセスは、以下のようになる。

- (1) 初期状態で、各頂点の負荷、容量を計算する。  
(2) 最大負荷頂点をネットワークから除去する。  
(3) ANs 間で方法 1～8 のどれかを適用した防御戦略を実行する。  
(4) (2)の頂点除去により、各二頂点間の最短経路が変化するので、各頂点の負荷を再計算する。その結果、容量を超えた頂点をネットワークから除去する。  
(5) 過負荷故障により、各二頂点間の最短経路が変化するので、各頂点の負荷を再計算する。その結果、容量を超えた頂点をネットワークから除去する。  
(6) 過負荷頂点が無くなるまで、(5)を繰り返す。

## 6.7 防御戦略シミュレーション結果

本節では、6.6.1 節で説明した従来の防御戦略手法「頂点除去による防御戦略」と提案手法「故障辺の配線換えによる防御戦略」を第 4 章で説明した CDD モデル，CNN モデル，LPA モデルに適用した結果を述べる．

### 6.7.1 CDD モデルに対する結果

4.1 節で説明した CDD モデルにおいて，頂点数  $N = 1000$ ，平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0$ ，対結線確率  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  のそれぞれのネットワーク上で故障伝播シミュレーションを行う．カスケード故障は，最大負荷頂点を攻撃して引き起こすものとする．

#### ・頂点除去による防御戦略

##### ー 巨大連結成分サイズ $GC$

CDD モデル上で，従来法の頂点除去による防御戦略を適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.15 に示す．

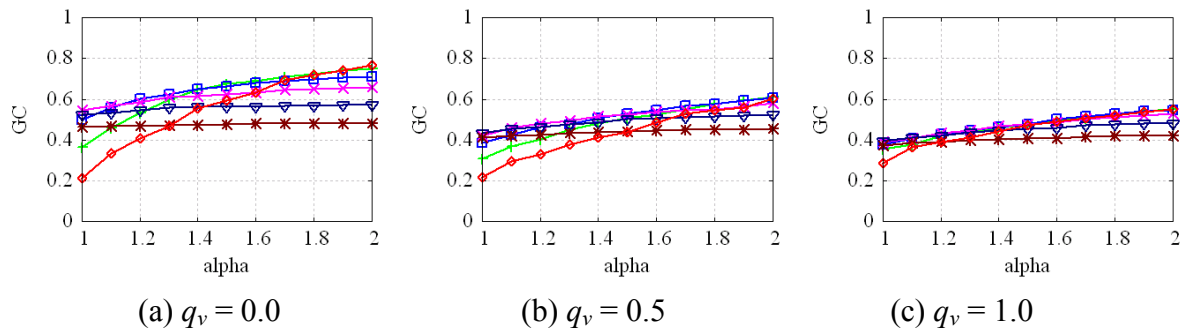


図 6.15 巨大連結成分サイズの割合

図中のシンボルは，+:  $f = 0.1$  (10%の頂点を除去)，□:  $f = 0.2$  (20%の頂点を除去)，×:  $f = 0.3$  (30%の頂点を除去)，▽:  $f = 0.4$  (40%の頂点を除去)，\*:  $f = 0.5$  (50%の頂点を除去)，◇: 防御戦略無し

図 6.15 より，割合  $f$  の頂点を除去した結果と防御戦略を適用しない結果とを比較すると，耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したとき，カスケード故障の被害を抑える効果が現れるが， $\alpha$  を高く設定すると防御効果が現れ難くなる．例えば，(a) の  $q_v = 0.0$  のネットワークで，初期攻撃後に 20% の頂点を除去する防御戦略を適用したとき，カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を以下の表 6.5 に示す．表 6.5 より， $f =$

0.2 は、攻撃後に 20%の頂点を除去する防御戦略の結果であり、noraml は防御戦略を適用しないときの結果である。結果の差は、防御戦略によってカスケード故障の被害を回避した頂点の割合に原因があると考えられる。 $\alpha = 1.2$  では約 20%の頂点がカスケード故障の被害を回避できる。 $\alpha = 1.5$  では約 7%の頂点が被害を回避できるが、 $\alpha = 1.8$  に設定すると、防御戦略を適用しない場合より結果が悪くなる。

表 6.5 巨大連結成分サイズの割合  $GC$  ( $q_v = 0.0$ )

|                | (a) $f = 0.2$ | (b) normal | (a) - (b) |
|----------------|---------------|------------|-----------|
| $\alpha = 1.2$ | 0.6039        | 0.4063     | 0.1976    |
| $\alpha = 1.5$ | 0.6643        | 0.5923     | 0.0720    |
| $\alpha = 1.8$ | 0.6966        | 0.7196     | -0.0230   |

図 6.15 の(a)から(c)を比較すると、対結線確率  $q_v$  の増加で結合相関が負相関から正相関に変化すると共に被害を抑える効果が無くなっていくことがわかる。例えば、 $q_v = 0.0$ ,  $q_v = 0.5$ ,  $q_v = 1.0$  の各ネットワークで、耐久性パラメータ  $\alpha = 1.2$  に設定し、初期攻撃後に 20%の頂点を除去する防御戦略を適用したとき、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を以下の表 6.6 に示す。表 6.6 より、 $q_v = 0.0$  では約 20%の頂点がカスケード故障の被害を回避できる。 $q_v = 0.5$  では約 13%,  $q_v = 1.0$  では約 4%と、負相関から正相関に変化すると共に、防御効果が低くなる。ここで、第 1 章で述べたように、正相関は社会ネットワークで、負相関は技術・生物ネットワークで見られる特徴であることに注意する。

表 6.6 巨大連結成分サイズの割合  $GC$  ( $\alpha = 1.2$ )

|             | (a) $f = 0.2$ | (b) normal | (a) - (b) |
|-------------|---------------|------------|-----------|
| $q_v = 0.0$ | 0.6039        | 0.4063     | 0.1976    |
| $q_v = 0.5$ | 0.6290        | 0.3285     | 0.1344    |
| $q_v = 1.0$ | 0.4303        | 0.3891     | 0.0412    |

## ー カスケード伝播回数

CDD モデル上で、従来法の頂点除去による防御戦略を適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.16 に示す。図 6.16 より、割合  $f$  の変化で比較すると、初期攻撃後の除去頂点の割合  $f$  が大きくなると共にカスケード伝播回数が減少することがわかる。



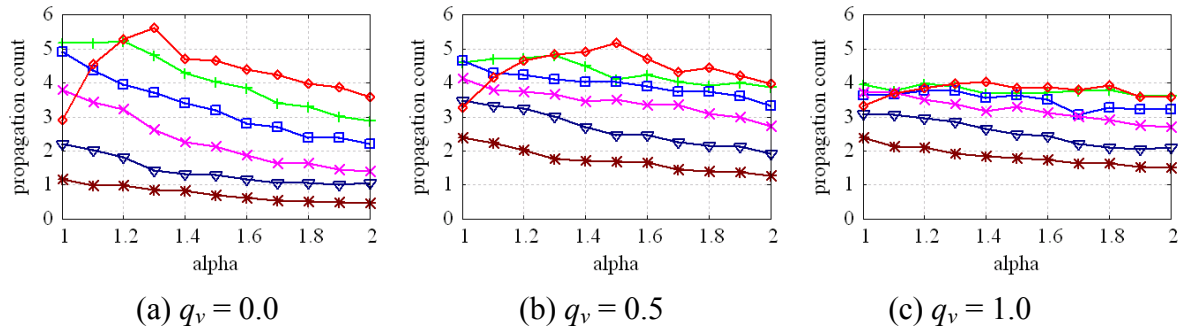


図 6.16 カスケード伝播回数 (図中のシンボルは図 6.15 と同様)

## ・故障辺の配線換えによる防御戦略

### 一 巨大連結成分サイズ $GC$

CDD モデル上で、提案手法である故障辺の配線換えによる防御戦略を適用した場合の、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.17 に示す。

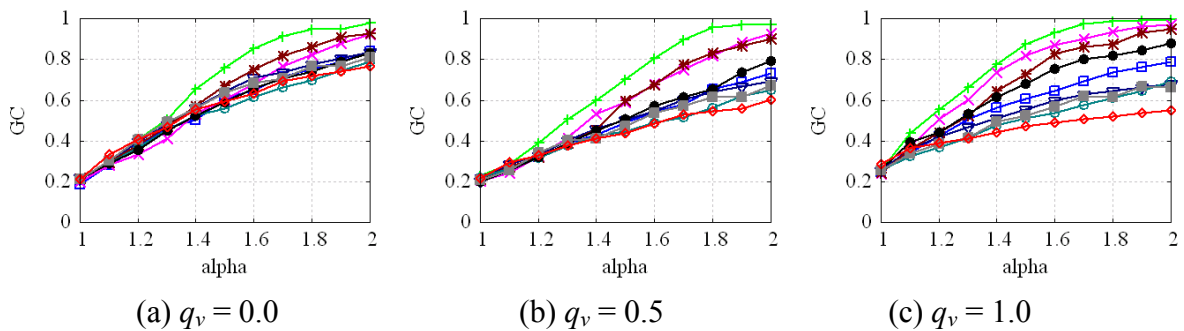


図 6.17 巨大連結成分サイズの割合

図中のシンボルは、 $+$ : 完全グラフ化 (方法 1),  $\square$ : 高い次数の頂点同士の連結 (方法 2),  $\times$ : 高い負荷の頂点同士の連結 (方法 3),  $\nabla$ : 高い次数の頂点から順番に連結してリング形成 (方法 4),  $*$ : 高い負荷の頂点から順番に連結してリング形成 (方法 5),  $\circ$ : 最大次数頂点をスター化 (方法 6),  $\bullet$ : 最大負荷頂点をスター化 (方法 7),  $\blacksquare$ : ランダムな連結 (方法 8),  $\diamond$ : 防御戦略無し

図 6.17 より, 防御戦略を適用しなかった場合と提案手法を適用した場合で比較すると, 耐久性パラメータ  $\alpha$  を高く設定したとき, カスケード故障の被害を抑える防御効果が得られるが,  $\alpha$  を低く設定すると防御効果が現れ難くなることがわかる. ただし, 対結線確率  $q_v$  が高くなると  $\alpha$  に関わらず防御効果が得られる。

図 6.17 の(a)から(b)を配線換え手法の違いで比較すると、図 6.17 (a)より、対結線確率  $q_v = 0.0$  (負相関ネットワーク) では、耐久性パラメータ  $\alpha$  を高く設定したとき、方法 1 (完全グラフ化), 方法 5 (高い負荷の頂点から順番に連結してリンググラフを形成), 方法 3 (高い負荷の頂点同士の連結), の順番で防御効果が得られた。但し、方法 1 はコストの面から防御戦略としてあまり妥当ではないので、これを除くと、**方法 5 の防御効果が最も高くなる**。防御戦略を適用しない場合よりも、カスケード故障の被害を抑えられる耐久性パラメータ  $\alpha$  の範囲は、方法 3 で 1.5 以上、方法 5 で 1.3 以上なので、この値以上に設定しなければ防御効果が得られない。

図 6.17 (b)より、 $q_v = 0.5$  (無相関ネットワーク) では  $q_v = 0.0$  の結果同様、方法 1, 3, 5 で防御効果が最も顕著に得られている。しかし、耐久性パラメータ  $\alpha$  を 1.5 以上に設定したときに**方法 3, 5 を比較すると、ほぼ同じ結果になる**。また、防御戦略を適用しない場合よりも、カスケード故障の被害を抑えられる耐久性パラメータ  $\alpha$  の範囲は、方法 3, 5 共に 1.3 以上である。

図 6.17 (c)より、 $q_v = 1.0$  (正相関ネットワーク) では、**すべての配線換え方法で防御効果が現れている**。より防御効果が得られる方法は、 $q_v = 0.0, 0.5$  同様に**方法 1, 3, 5** である。方法 3, 5 の結果を比較すると、方法 3 の防御効果が最も高くなる。また、防御戦略を適用しない場合よりもカスケード故障の被害を抑えられる耐久性パラメータ  $\alpha$  の範囲は、方法 3 で 1.1 以上、方法 5 で 1.2 以上である。従って、**CDD モデルに提案手法を適用した結果、結合相関の変化に関わらず、防御効果が現れる配線換え手法は、方法 3, 5 である**。

図 6.17 の(a)から(c)を比較すると、対結線確率  $q_v$  の増加で結合相関が**負相関から正相関に変化すると共に被害を抑える効果が高くなる**ことがわかる。例えば  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  の各ネットワークで、耐久性パラメータ  $\alpha = 1.5$  に設定し、方法 3, 5 の防御戦略を適用したときの、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を以下の表 6.7 に示す。表 6.7 より、方法 3 の結果に注目すると  $q_v = 0.0$  で約 0.9%の頂点しかカスケード故障の被害を回避できないが、 $q_v = 0.5$  では約 15%,  $q_v = 1.0$  では約 35%の頂点が被害を回避できる。

表 6.7 巨大連結成分サイズの割合  $GC$  ( $\alpha = 1.5$ )

|             | (a) 方法 3 | (b) 方法 5 | (c) normal | (a) - (c) | (b) - (c) |
|-------------|----------|----------|------------|-----------|-----------|
| $q_v = 0.0$ | 0.6010   | 0.6710   | 0.5923     | 0.0087    | 0.0787    |
| $q_v = 0.5$ | 0.5897   | 0.5962   | 0.4388     | 0.1509    | 0.1574    |
| $q_v = 1.0$ | 0.8175   | 0.7274   | 0.4722     | 0.3453    | 0.2552    |

## ー カスケード伝播回数

CDD モデル上で、提案手法である故障辺の配線換えによる防御戦略を適用した場合の、カスケード伝播回数の結果を図 6.18 に示す。図 6.18 より、配線換え手法と比較すると、対結線確率  $q_v = 0.0, 0.5, 1.0$  の各ネットワークは、耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したとき、伝播回数に差が無いことがわかる。一方、 $\alpha$  を高く設定したとき、カスケード故障の被害を抑える防御効果が最も高い配線換え方法 (方法 3, 5) を適用した場合に伝播回数が他の方法よりも少なくなる。(a)から(b)を比較すると、方法 7 (最大負荷頂点をスター化) を適用したとき、 $q_v$  が高くなると伝播回数が減少する。

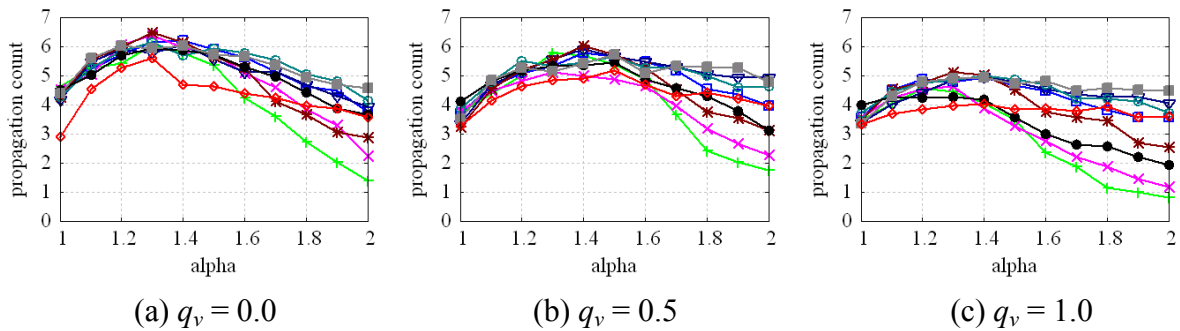


図 6.18 カスケード伝播回数 (図中のシンボルは図 6.17 と同様)

## ・ 各防御戦略の比較

以上の防御戦略の考察より、従来の頂点除去による防御戦略は、耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したときに防御効果が得られる。一方、提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略では、 $\alpha$  を高く設定したときに防御効果が得られる。また結合相関の変化について考えると、従来の頂点除去による防御戦略は、負相関のネットワークで防御効果が現れる。一方、提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略では、正相関のネットワークで防御効果が現れる。頂点除去による防御戦略 ( $f = 0.1, 0.2$ ) と提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略 (方法 3, 5) について、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  で比較した結果を図 6.19 に示す。

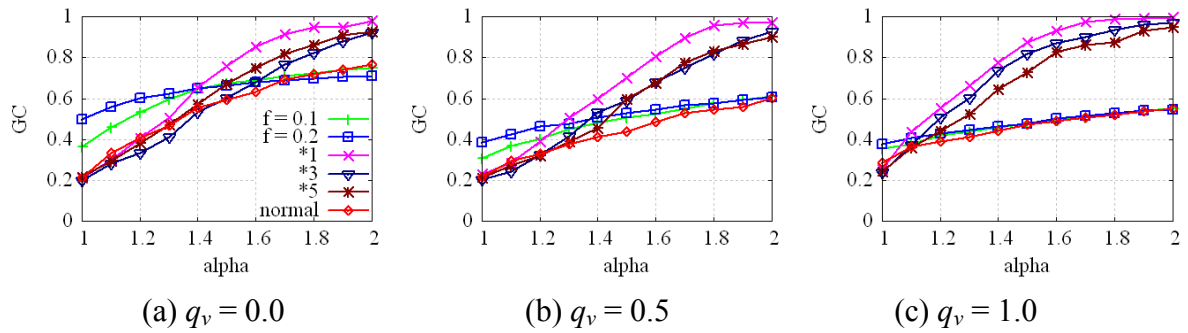


図 6.19 巨大連結成分サイズの割合

図中のシンボルは， $+$ :  $f=0.1$  (10%の頂点を除去)， $\square$ :  $f=0.2$  (20%の頂点を除去)， $\times$ : 完全グラフ化 (方法 1)， $\nabla$ : 高い負荷の頂点同士の連結 (方法 3)， $*$ : 高い負荷の頂点から順番に連結してリング形成 (方法 5)， $\diamond$ : 防御戦略無し

図 6.19 の(a)から(c)より，カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  について，方法 3, 5 を適用したときの結果が， $f=0.1, 0.2$  を適用したときの結果よりも上回るときの耐久性パラメータ  $\alpha$  の設定値を表 6.8 に示す．表 6.8 より，負相関のネットワーク ( $q_v=0.0$ ) では，提案手法が従来手法よりも防御効果を得るには，方法 5 を利用すると耐久性パラメータ  $\alpha$  を 1.6 以上に設定しなくてはならないが，逆に正相関のネットワーク ( $q_v=1.0$ ) では，1.2 以上に設定すればよい．

表 6.8 耐久性パラメータ  $\alpha$

|           | 方法 3    |         | 方法 5    |         |
|-----------|---------|---------|---------|---------|
|           | $f=0.1$ | $f=0.2$ | $f=0.1$ | $f=0.2$ |
| $q_v=0.0$ | 1.7     | 1.6     | 1.6     | 1.5     |
| $q_v=0.5$ | 1.4     | 1.4     | 1.5     | 1.5     |
| $q_v=1.0$ | 1.2     | 1.2     | 1.2     | 1.2     |

## 6.7.2 CNN モデルに対する結果

4.2節で説明したCNNモデルにおいて、頂点数 $N=1000$ 、平均次数 $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0, 12.0$ のそれぞれのネットワーク上で故障伝播シミュレーションを行う。カスケード故障は、最大負荷頂点を攻撃して引き起こすものとする。

### ・頂点除去による防御戦略

#### 一 巨大連結成分サイズ $GC$

CNN モデル上で、従来の頂点除去による防御戦略を適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.20 に示す。

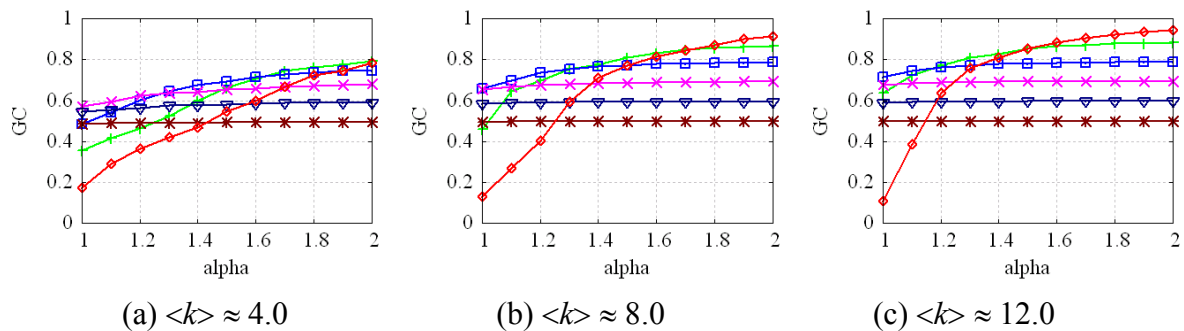


図 6.20 巨大連結成分サイズの割合 (図中のシンボルは図 6.15 と同様)

図 6.20 より、割合  $f$  の頂点を除去した結果と防御戦略を適用しない結果とを比較すると、CDD モデルにおける結果と同様に、耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したとき、カスケード故障の被害を抑える効果が得られる。しかし  $\alpha$  を高く設定すると**防御効果が得られ難くなる**。例えば図 6.20(a)の $\langle k \rangle \approx 4.0$ のネットワークで、初期攻撃後に 20% の頂点を除去する防御戦略を適用したとき、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を以下の表 6.9 に示す。表 6.9 より、 $\alpha=1.2$  では約 24%の頂点がカスケード故障の被害を回避できる。 $\alpha=1.5$  では約 15%、 $\alpha=1.8$  では約 1%の頂点しか被害を回避できない。しかし、割合  $f=0.1, 0.2$  の頂点を除去した結果を(a)から(c)に比較すると、平均次数が高くなると共にカスケード故障後の  $GC$  が大きくなっている。すなわち、耐久性パラメータ  $\alpha$  の設定値が高いときに防御効果が得られないのは、**防御戦略を適用しない場合のカスケード故障の被害より、防御のために除去する頂点数の方が多くなるため**である。

表 6.9 巨大連結成分サイズの割合  $GC$  ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ )

|                | (a) $f=0.2$ | (b) normal | (a) - (b) |
|----------------|-------------|------------|-----------|
| $\alpha = 1.2$ | 0.6009      | 0.3633     | 0.2370    |
| $\alpha = 1.5$ | 0.6926      | 0.5474     | 0.1452    |
| $\alpha = 1.8$ | 0.7353      | 0.7249     | 0.0104    |

図 6.21 の(a)から(c)を比較すると、平均次数の増加によって防御効果が現れ難くなる．例えば、耐久性パラメータ  $\alpha = 1.3$  に設定し、初期攻撃後に 20%の頂点を除去する防御戦略を適用したとき、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を以下の表 6.10 に示す．表 6.10 より、 $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは約 23%の頂点がカスケード故障の被害を回避できる． $\langle k \rangle \approx 8.0$  のネットワークでは約 16%， $\langle k \rangle \approx 12.0$  のネットワークでは約 1%の頂点しか被害を回避できない．

表 6.10 巨大連結成分サイズの割合  $GC$  ( $\alpha = 1.3$ )

|                            | (a) $f=0.2$ | (b) normal | (a) - (b) |
|----------------------------|-------------|------------|-----------|
| $\langle k \rangle = 4.0$  | 0.6470      | 0.4216     | 0.2254    |
| $\langle k \rangle = 8.0$  | 0.7564      | 0.5938     | 0.1626    |
| $\langle k \rangle = 12.0$ | 0.7734      | 0.7602     | 0.0132    |

## ー カスケード伝播回数

CNN モデル上で、従来の頂点除去による防御戦略を適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.21 に示す．図 6.21 より、攻撃後の除去頂点の割合  $f$  の変化で比較すると、平均次数が異なる各ネットワークは、初期攻撃後に除去する頂点の割合  $f$  が高くなると共に伝播回数も減少する．

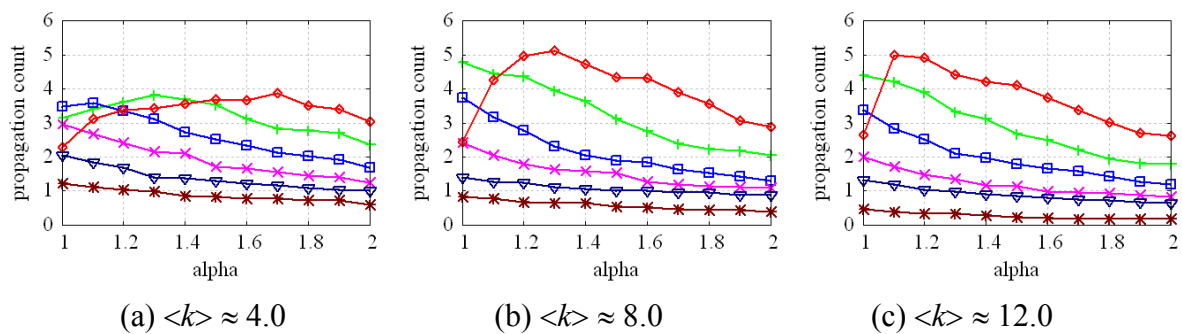


図 6.21 カスケード伝播回数 (図中のシンボルは図 6.15 と同様)

## ・故障辺の配線換えによる防御戦略

### ー 巨大連結成分サイズ $GC$

CNN モデル上で、従来手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用した場合の、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.22 に示す。

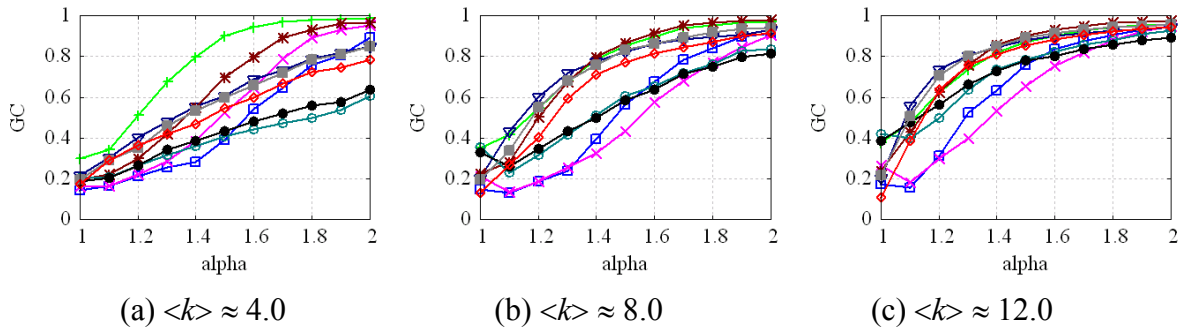


図 6.22 巨大連結成分サイズの割合 (図中のシンボルは図 6.17 と同様)

図 6.22(a)において、平均次数 $\langle k \rangle \approx 4.0$ のネットワークでは、方法 1 (完全グラフ化)、方法 5 (高い負荷の頂点から順番に連結してリンググラフを形成)、方法 3 (高い負荷の頂点同士の連結)の順番で防御効果が得られた。コストの面でありあまり妥当ではない方法 1 を除いて、方法 3 と方法 5 を比較すると、方法 3 の防御効果が最も高くなる。防御戦略を適用しない場合よりも、カスケード故障の被害を抑えられる耐久性パラメータ $\alpha$ の範囲は、方法 3 で 1.6 以上、方法 5 で 1.4 以上なので、これらの値以上に設定しなければ防御効果が得られない。平均次数 $\langle k \rangle \approx 4.0$ のネットワークでは、CDD モデルの防御戦略シミュレーションの結果同様に、耐久性パラメータ $\alpha$ を低く設定したときには防御効果が現れず、 $\alpha$ を高く設定したときに防御効果が得られる。

図 6.22(b), (c)において、 $\langle k \rangle \approx 8.0, 12.0$ のネットワークでは、方法 3 を適用すると、防御戦略を適用しない場合よりも被害が大きくなるので、防御効果は無い。方法 1, 方法 4 (高い次数の頂点から順番に連結してリンググラフを形成)、方法 5, 方法 8 (ランダムな連結)で防御効果が得られるが、平均次数が増加すると共に防御効果が低くなる。従って、CNN モデルに提案手法を適用した結果、平均次数の変化に関わらず、**防御効果が現れた配線換え手法は、方法 5**である。

図 6.22 の(a)から(c)を比較すると、平均次数が高くなると共に防御効果が低くなっていくことがわかる。



## ー カスケード伝播回数

CNN モデル上で、従来手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.23 に示す。図 6.23 より、配線換え手法と比較すると、防御効果の現れた方法 5 (負荷の高い頂点からリンググラフ化) では伝播回数が少なくなる傾向が現れている。

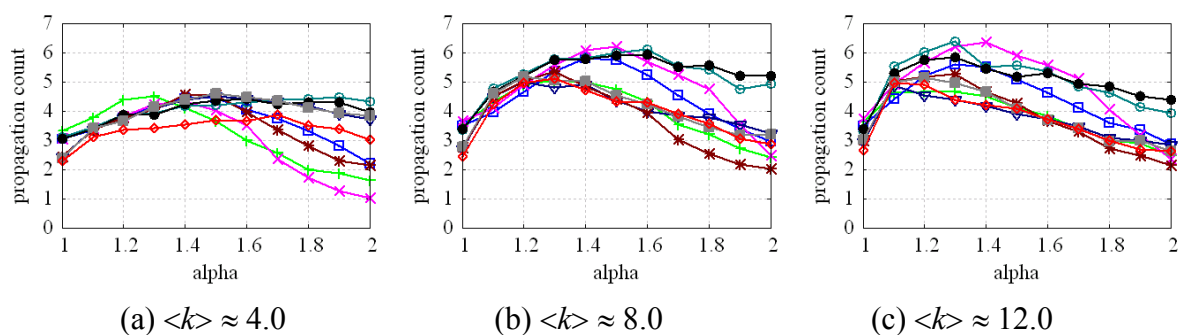


図 6.23 カスケード伝播回数 (図中のシンボルは図 6.17 と同様)

## ・ 各防御戦略の比較

以上の防御戦略の考察より、従来の頂点除去による防御戦略は、CDD モデルに適用した結果と同様に、耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したときに防御効果が得られる。一方、提案手法である故障辺の配線換えによる防御戦略では、方法 5 を適用すると、平均次数に関わらず防御効果が得られる。

頂点除去による防御戦略 ( $f=0.1, 0.2$ ) と故障辺の配線換えによる防御戦略 (方法 3, 5) について、カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  で比較した結果を図 6.24 に示す。

図 6.24 より、方法 5 を適用した場合、(a)の $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは、提案手法が従来手法よりも防御効果を得るには、方法 5 を利用したとき、耐久性パラメータ  $\alpha$  を 1.5 以上に設定しなくてはならない。(b), (c)の $\langle k \rangle \approx 8.0, 12.0$  のネットワークでは、 $\alpha$  を 1.4 以上に設定しなくてはならないことがわかる。



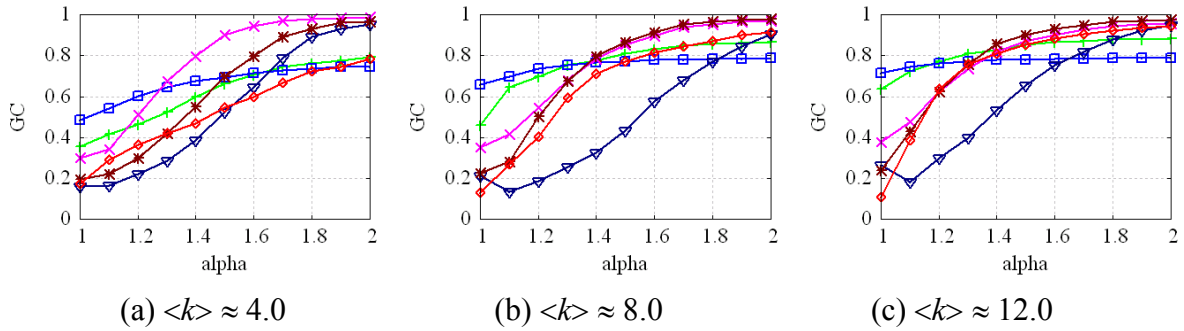


図 6.24 巨大連結成分サイズの割合 (図中のシンボルは図 6.19 と同様)

### 6.7.3 LPA モデルに対する結果

4.3 節で説明した LPA モデルにおいて、頂点数  $N = 1000$ , 平均次数  $\langle k \rangle = 4.0$ , シフトパラメータ  $a = -1.8, 0.0, 1.8$  のそれぞれのネットワーク上で故障伝播シミュレーションを行う。カスケード故障は、最大負荷頂点を攻撃して引き起こすものとする。

#### ・ 頂点除去による防御戦略

##### 一 巨大連結成分サイズ $GC$

LPA モデル上で、頂点除去による防御戦略を適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.25 に示す。

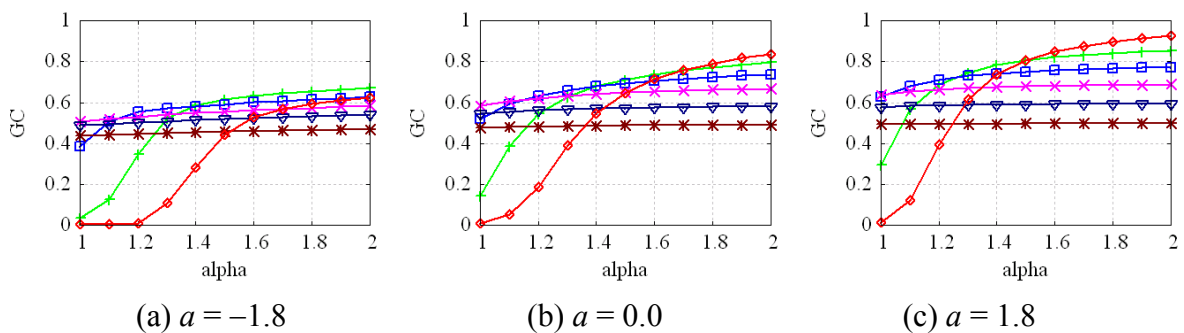


図 6.25 巨大連結成分サイズの割合 (図中のシンボルは図 6.15 と同様)

図 6.25 より, 割合  $f$  の頂点を除去した結果と防御を適用しない結果とを比較すると, 耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定すると, カスケード故障の被害を抑える効果が得られている。しかし,  $\alpha$  を高く設定すると防御効果が得られ難くなる。例えば, 図 6.25(a)

のシフトパラメータ  $a = 0.0$  (負相関ネットワーク) における巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を表 6.11 に示す. 表 6.11 より,  $\alpha = 1.2$  では約 46%の頂点がカスケード故障の被害を回避できる.  $\alpha = 1.5$  では約 5%の頂点が被害を回避できるが,  $\alpha = 1.8$  では防御戦略を適用しないときよりも被害が大きくなる. しかし, 割合  $f = 0.1, 0.2$  の頂点を除去した結果を(a)から(c)に比較すると, 負相関から正相関に変化すると共にカスケード故障後の  $GC$  が大きくなっている. CNN モデルの結果と同様に, 耐久性パラメータ  $\alpha$  の設定値が高いときに防御効果が得られないのは, 防御戦略を適用しない場合のカスケード故障の被害より, 防御のために除去する頂点数の方が多くなるためである.

表 6.11 巨大連結成分サイズ  $GC$  ( $a = 0.0$ )

|                | (a) $f = 0.2$ | (b) normal | (a) - (b) |
|----------------|---------------|------------|-----------|
| $\alpha = 1.2$ | 0.6319        | 0.1860     | 0.4459    |
| $\alpha = 1.5$ | 0.6953        | 0.6467     | 0.0486    |
| $\alpha = 1.8$ | 0.7248        | 0.7906     | -0.0658   |

図 6.25 の(a)から(c)を比較すると, 従来の頂点除去による防御戦略は, 結合相関が負相関から正相関に変化すると共に, カスケード故障の被害を抑える効果が低くなることがわかる. 例えば,  $\alpha = -1.8, 0.0, 1.8$  の各ネットワークにおいて, 耐久性パラメータ  $\alpha = 1.3$  に設定して, 初期攻撃後に 20%の頂点を除去する防御戦略を適用したときの防御戦略シミュレーションの結果から, 巨大連結成分サイズの割合  $GC$  を表 6.12 に示す. 表 6.12 より,  $\alpha = -1.8$  では約 47%の頂点がカスケード故障の被害を回避できる.  $\alpha = 0.0$  では約 27%,  $\alpha = 1.8$  では約 12%と, 負相関から正相関に変化すると共に防御効果が低くなってしまう.

表 6.12 巨大連結成分サイズ  $GC$  ( $\alpha = 1.3$ )

|                | (a) $f = 0.2$ | (b) normal | (a) - (b) |
|----------------|---------------|------------|-----------|
| $\alpha = 1.2$ | 0.5722        | 0.1060     | 0.4662    |
| $\alpha = 1.5$ | 0.6595        | 0.3882     | 0.2713    |
| $\alpha = 1.8$ | 0.7308        | 0.6151     | 0.1157    |

## ー カスケード伝播回数

LPA モデル上で、頂点除去による防御戦略を適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.26 に示す．図 6.26 より、割合  $f$  の変化で比較すると、CDD、CNN モデルにおける結果と同様に、初期攻撃後の除去頂点の割合  $f$  が高くなると共に伝播回数が減少することがわかる．ただし、図 6.26(a)において、シフトパラメータ  $a = -1.8$  の場合は、 $f$  の変化による伝播回数の差が少なくなっている．

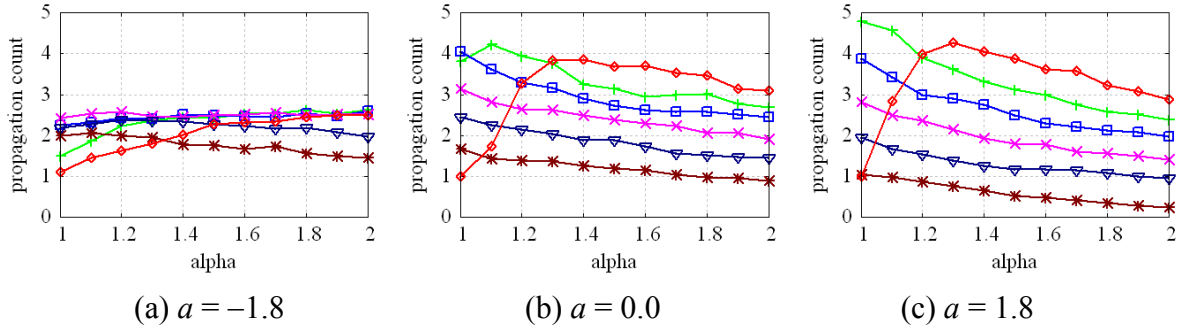


図 6.26 カスケード伝播回数 (図中のシンボルは図 6.15 と同様)

## ・ 故障辺の配線換えによる防御戦略

### ー 巨大連結成分サイズ $GC$

LPA モデル上で、提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.27 に示す．

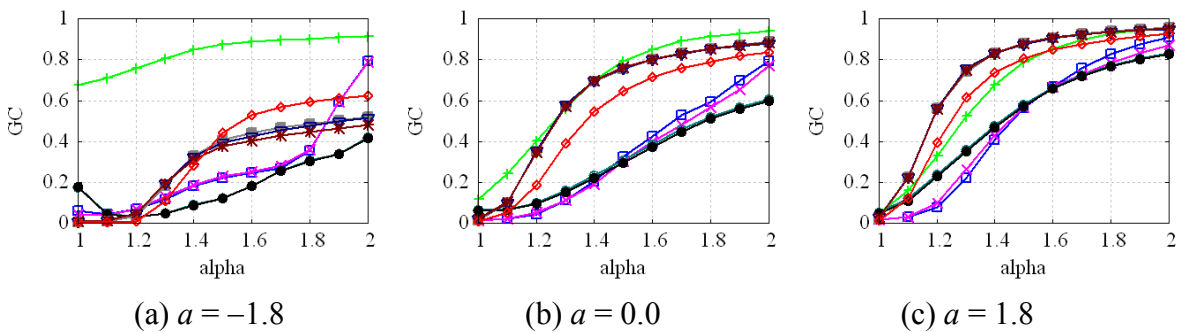


図 6.27 巨大連結成分サイズの割合 (図中のシンボルは図 6.17 と同様)

図 6.27 の(a)から(b)を配線換え手法で比較すると、図 6.27(a)より、シフトパラメータ  $a = -1.8$  (負相関ネットワーク) では、方法 1 (完全グラフ化) で防御効果が現れている．しかし、他の方法では防御効果が現れていない．但し、耐久性パラメータ  $\alpha = 2.0$

に設定したときにのみ，方法 2 (高い次数の頂点同士の連結)，方法 3 (高い負荷の頂点同士の連結) で防御効果が現れている．

図 6.27(b)より，シフトパラメータ  $a = 0.0$  (無相関ネットワーク) では，方法 1，方法 4 (高い次数の頂点から順番に連結してリンググラフを形成)，方法 5 (高い負荷の頂点から順番に連結してリンググラフを形成)，方法 8 (ランダムな連結)で防御効果が現れる．方法 4, 5, 8 を適用した結果は，ほぼ同じになる．

図 6.27(c)より，シフトパラメータ  $a = 1.8$  (正相関ネットワーク) では，方法 4, 5, 8 で防御効果が現れる．これらを適用した結果も，ほぼ同じになる．

従って，結合相関が負相関のネットワーク ( $a = -1.8$ ) のとき，**極端に防御効果が無くなる**．無相関，正相関のネットワーク ( $a = 0.0, 1.8$ ) のとき，**方法 4, 5, 8 で防御効果が得られている**．

## ー カスケード伝播回数

LPA モデル上で，提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.28 に示す．

図 6.28 より，配線換え手法で比較すると，防御効果の低い手法は伝播回数が多くなり，防御効果が現れる手法は伝播回数が少なくなっている．ただし，図 6.28(a)における，シフトパラメータ  $a = -1.8$  の場合は，完全グラフ化 (方法 1) 以外で配線換え手法の変化によって大きく変化することがなく，ほぼ同じ伝播回数になっている．

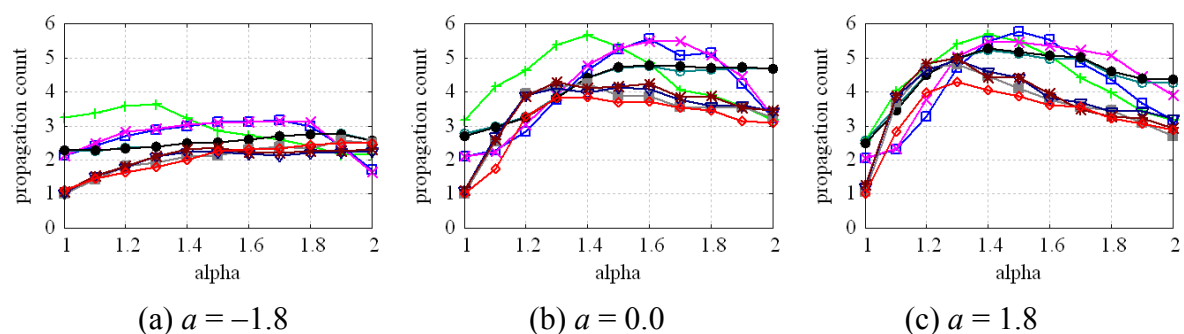


図 6.28 カスケード伝播回数 (図中のシンボルは図 6.17 と同様)

## ・各防御戦略の比較

以上の防御戦略の考察より，従来の頂点除去による防御戦略は，耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したときに防御効果が得られる．一方，提案手法では，故障辺の配線換えによる防御戦略は，無相関，正相関（シフトパラメータ  $a = 0.0, 1.8$ ）のネットワークに適用した場合に，方法 4, 5, 8 で防御効果が得られる．しかし，負相関（シフトパラメータ  $a = -1.8$ ）のネットワークに適用した場合は，防御効果が得られない．

頂点除去による防御戦略 ( $f = 0.1, 0.2$ ) と故障辺の配線換えによる防御戦略（方法 3, 5）について，カスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  で比較した結果を図 6.29 に示す．

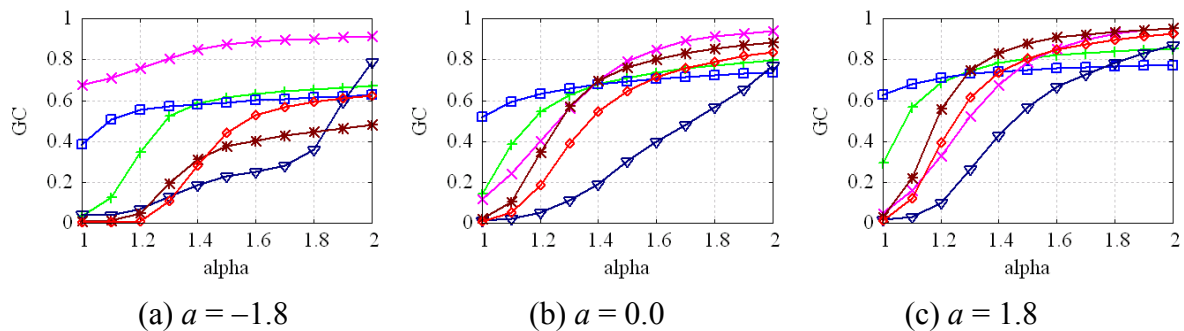


図 6.29 巨大連結成分サイズの割合（図中のシンボルは図 6.19 と同様）

図 6.29 を(a)から(c)を比較すると，図 6.29(a)の負相関のネットワーク（シフトパラメータ  $a = -1.8$ ）では，従来法の頂点除去による防御戦略は，提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略よりも防御効果が高くなることわかる．提案手法を適用した結果は，特に耐久性パラメータ  $\alpha = 2.0$  に設定したときのみ，方法 3 の防御効果が最も高くなる．

一方，図 6.29(b)の無相関のネットワーク ( $a = 0.0$ ) では，提案手法が従来手法よりも防御効果を得るには，方法 5 を利用して，耐久性パラメータ  $\alpha$  を 1.5 以上に設定しなくてはならないことがわかる．図 6.29(c)の正相関のネットワーク ( $a = 1.8$ ) では，方法 5 を利用して， $\alpha$  を 1.4 以上に設定しなくてはならないことがわかる．

## 6.7.4 改良法: ブリッジ頂点の連結による配線換え

図 6.29(a)より, 負相関の LPA モデルに提案手法を適用したとき, コストの高い完全グラフ化(方法 1)を除いて, 他の配線換え方法では防御効果が得られなかった. また, 従来手法を適用したとき, 防御効果は得られたがカスケード故障後に残る巨大連結成分は, 全体の約 60%程度に留まった. そこで, LPA モデルに対して, 故障辺の配線換えによる防御戦略で, 次数が低く負荷が高いブリッジ頂点に注目し, このような頂点ペアを優先的に連結する以下の二つの改良法を考える.

### 方法 9: ブリッジ頂点同士の連結

初期故障頂点の隣接頂点群間で連結可能な頂点ペア集合を考え, 頂点ペア  $ij$  について以下の重みを設定する.

$$W_{ij} = B_i / k_i + B_j / k_j$$

Betweenness の値を次数で割ることによって, 次数が低く負荷が高い頂点ペアの重みが大きくなる. この重みが大い頂点ペアから順番に故障辺数  $N$  本だけ連結する.

### 方法 10: リンググラフ化 ( $B/k$ の値が高い頂点から順番に連結)

LPA モデル上で, 方法 9, 10 を適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.30 に示す.

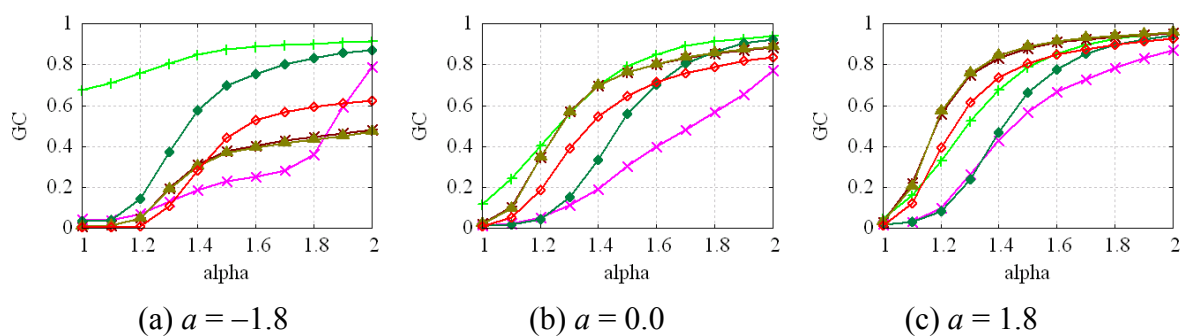


図 6.30 巨大連結成分サイズの割合

図中のシンボルは, +: 完全グラフ化 (方法 1), ×: 高い負荷の頂点同士の連結 (方法 3), \*: 高い負荷の頂点から順番に連結してリンググラフ化 (方法 5), ◆: ブリッジ頂点同士の連結 (方法 9), ▲:  $B/k$  の値が高い頂点から順番に連結してリンググラフ化 (方法 10)

図 6.30 の(a)から(b)を改良方法 9 (ブリッジ頂点同士の連結) と改良方法 10 ( $B/k$  の値が高い頂点から順番に連結してリンググラフ化) において防御戦略を適用しない場合と比較する. 図 6.30(a)より, これまでの配線換え手法 1~8 で防御効果が得られなかったシフトパラメータ  $a = -1.8$  (負相関ネットワーク) では, 方法 9 を適用したときに高い防御効果が得られた. しかし, 方法 10 を適用しても方法 5 とほぼ同じ防御効果に留まり, 防御効果は得られなかった.

図 6.30(b)より,  $a = 0.0$  (無相関のネットワーク) では, 方法 9 を適用したときに耐久性パラメータ  $\alpha$  を 1.7 以上に設定しなければ防御効果が得られない.

図 6.30(c)より,  $a = 1.8$  (正相関ネットワーク) では, 方法 9 を適用しても防御戦略を適用しなかった場合よりカスケード故障の被害が大きくなり, 防御効果が得られなかった.

図 6.30 の(a)から(b)より, 方法 10 を適用すると, 方法 5 とほとんど同じ防御効果が得られた. つまり, 負相関ネットワークに適用しても防御効果が得られないが, 無相関, 正相関ネットワークに適用した場合は, 防御効果が得られる.

改良方法を加えた, 提案手法の配線換え方法 1~10 を CDD モデルで平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0$  に合わせたネットワークに適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.31, 6.32 に示し, LPA モデルで平均次数  $\langle k \rangle = 4.0, 8.0$  に合わせたネットワークに適用した場合のカスケード故障後の巨大連結成分サイズの割合  $GC$  の結果を図 6.33, 6.34 に示す.

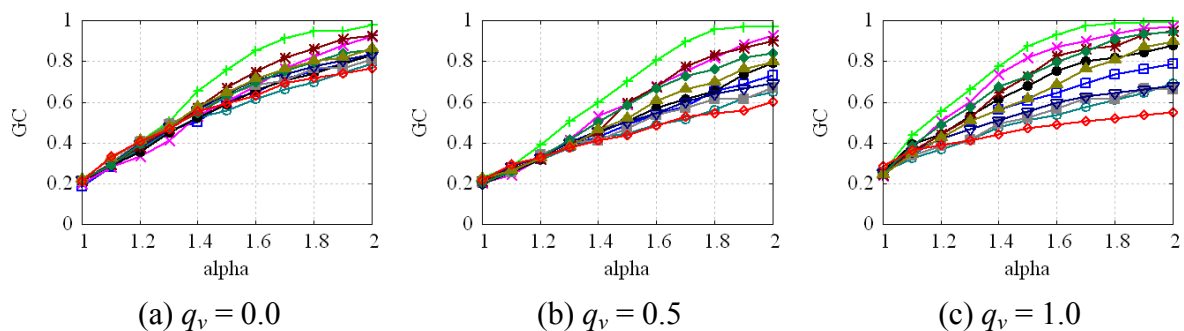


図 6.31 CDD モデルにおける巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ )

方法 9, 10 の図中のシンボルは, 図 6.30 と同様で, 他のシンボルは図 6.17 と同様



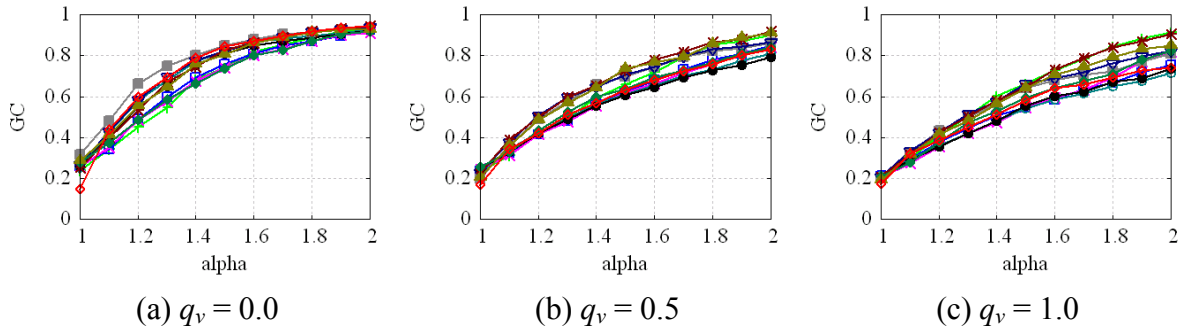


図 6.32 CDD モデルにおける巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle \approx 8.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様

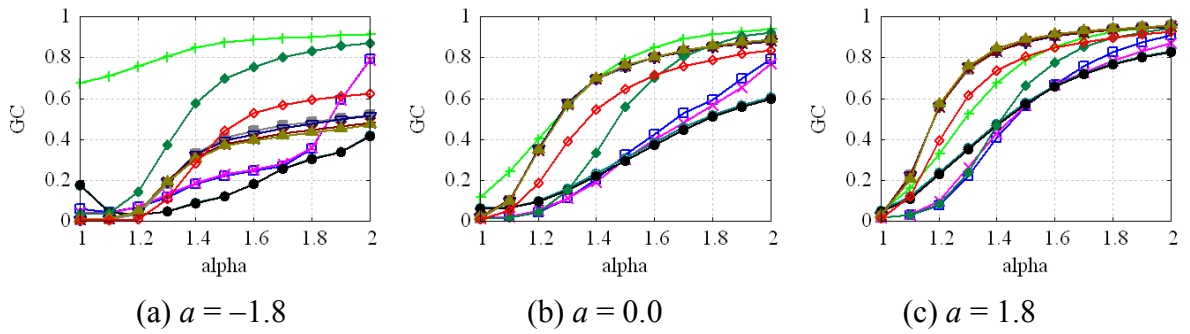


図 6.33 LPA モデルにおける巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle = 4.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様

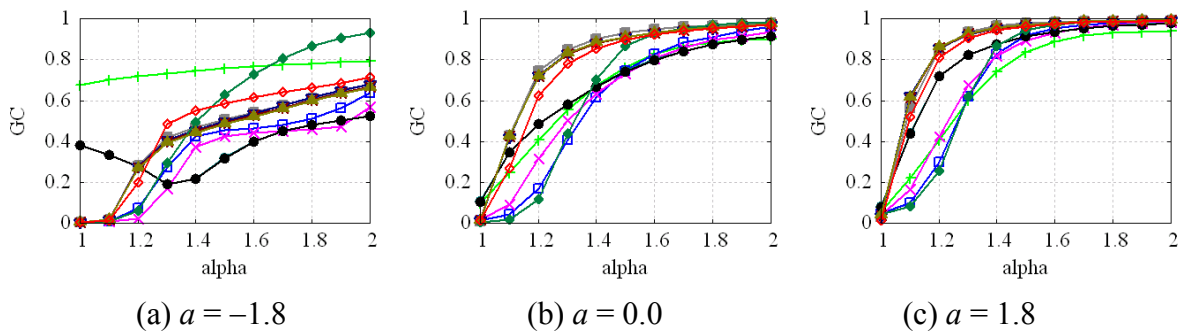


図 6.34 LPA モデルにおける巨大連結成分サイズの割合 ( $\langle k \rangle = 8.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様



図 6.31 より，平均次数 $\langle k \rangle \approx 4.0$  の CDD モデルで生成したネットワークに配線換え方法 9, 10 を適用した結果を他の方法を適用した結果と比較すると，6.7.1 節で説明した防御効果が得られる方法 3, 5 を適用したときに最も防御結果が表れる．方法 9, 10 を適用した場合も方法 3, 5 より悪くなるが，防御効果が得られている．図 6.32 より，平均次数 $\langle k \rangle \approx 8.0$  の CDD モデルによるネットワークに配線換え手法を適用した結果，どの配線換え手法を適用しても防御効果に差が無くなることからわかる．

図 6.33 と図 6.34 を比較すると，図 6.33 の平均次数 $\langle k \rangle = 4.0$  の LPA モデルで生成したネットワークに配線換え方法を適用した結果と，図 6.34 の平均次数 $\langle k \rangle = 8.0$  のネットワークに適用した結果は，配線換え手法で防御効果の傾向が変わらないことがわかった．まず，図 6.33(a)と図 6.34(a)より，負相関の LPA モデルに適用して防御効果が得られる配線換え手法は，方法 9 (ブリッジ頂点同士の連結) である．一方，図 6.33(b), (c)と図 6.34(b), (c)より，無相関，正相関の LPA モデルに適用して防御効果が得られる手法は，方法 4 (高い次数の頂点から順番に連結してリンググラフを形成)，方法 5 (高い負荷の頂点から順番に連結してリンググラフを形成)，方法 8 (ランダムな連結)，方法 10 ( $B/k$  の値が高い頂点から順番に連結してリンググラフ化) である．

提案手法の配線換え方法 1 ~ 10 を CDD モデルで平均次数 $\langle k \rangle \approx 4.0, 8.0$  に合わせたネットワークに適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.35, 6.36 に示し，LPA モデルで平均次数 $\langle k \rangle = 4.0, 8.0$  に合わせたネットワークに適用した場合のカスケード伝播回数の結果を図 6.37, 6.38 に示す．

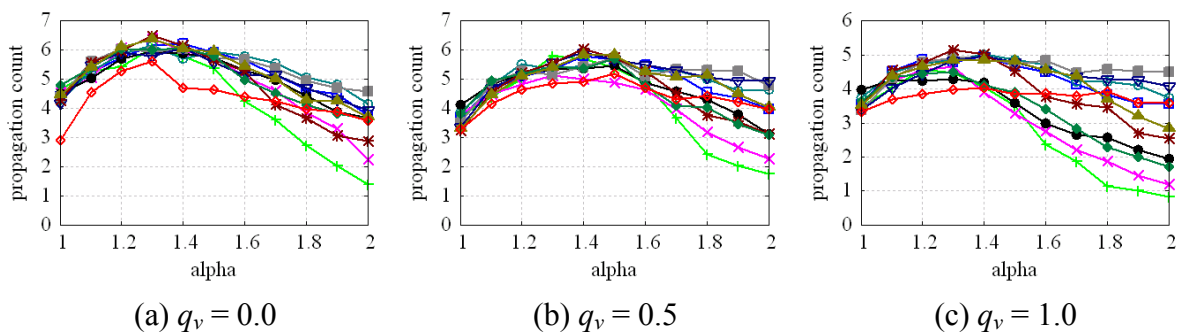


図 6.35 CDD モデルにおけるカスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle \approx 4.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様

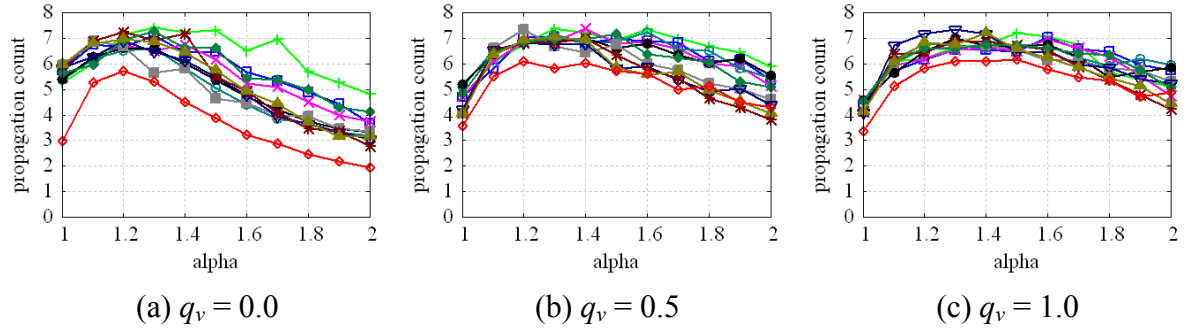


図 6.36 CDD モデルにおけるカスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle \approx 8.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様

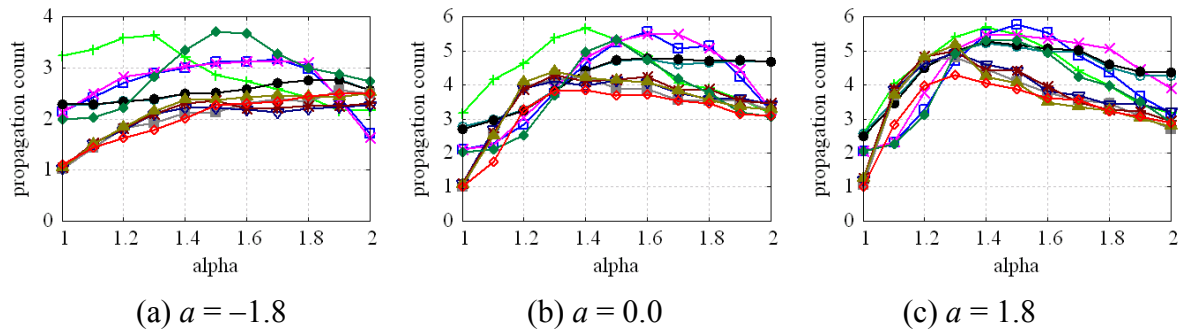


図 6.37 LPA モデルにおけるカスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle = 4.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様

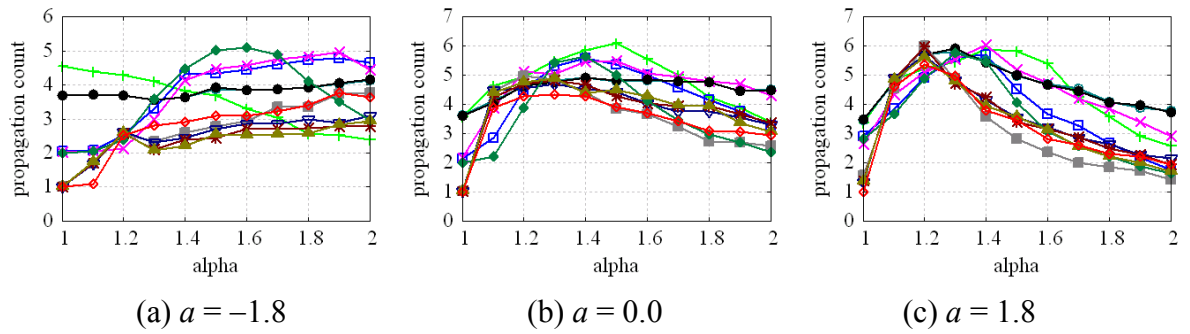


図 6.38 LPA モデルにおけるカスケード伝播回数 ( $\langle k \rangle = 8.0$ )

図中のシンボルは図 6.31 と同様

図 6.35 と図 6.36 を比較すると，図 6.35 の平均次数 $\langle k \rangle \approx 4.0$  の CDD モデルで生成したネットワークに各配線換え方法を適用した結果は，耐久性パラメータ  $a$  を高く設定したときに，防御効果の表れる配線換え方法を適用すると伝播回数が減少する傾向がわかる．しかし，図 6.36 の平均次数 $\langle k \rangle \approx 8.0$  のネットワークに各配線換え方法を適用した結果は，どの配線換え方法を適用しても，防御戦略を適用しない場合よりも伝播回数が増えることがわかった．

図 6.37 と図 6.38 を比較すると，(a)の平均次数 $\langle k \rangle = 4.0$ ，(b)の平均次数 $\langle k \rangle = 8.0$  のどちらの場合もリングを形成する方法 (方法 4, 5, 9)とランダムに連結する方法 (方法 8)は，連結可能な辺に重みを与える方法 (方法 2, 3, 10) よりも伝播回数が少なくなる．

### 6.7.5 各モデルと結合相関の正負に関する効果の比較

従来法の「頂点除去による防御戦略」と提案手法の「配線換えによる防御戦略」を第4章で説明した CDD モデル, CNN モデル, LPA モデルに適用した結果を比較する.

#### ・頂点除去による防御戦略

CDD モデル, CNN モデル, LPA モデルに対して頂点除去による防御戦略を適用したときの, 結合相関の正負の影響を表 6.13 に示す. 頂点除去による防御戦略は, 耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したときに防御効果が現れる特徴を持つ.

CDD モデルに適用した場合, 対結線確率  $q_v = 0.0$  (負相関ネットワーク) では  $\alpha$  が低いときに防御効果が得られるが,  $q_v = 1.0$  (正相関ネットワーク) では,  $\alpha$  の設定値に関わらず防御効果がほとんど無くなる.

CNN モデルに適用した場合, 正相関が強くなる (平均次数が高くなる) と共に防御効果が低くなっていく. これは平均次数が高くなると共に, 防御戦略を適用しない場合のカスケード故障の被害より, 防御のために除去する頂点数の方が多くなるためと考えられる.

LPA モデルに適用した場合, シフトパラメータ  $a$  が負の値 (負相関ネットワーク) から  $a$  が正の値 (正相関ネットワーク) に変化すると共に防御効果が小さくなる. この理由も CNN モデルと同様に, 負相関から正相関に変化すると共に, 防御戦略を適用しない場合のカスケード故障の被害より, 防御のために除去する頂点数の方が多くなるためと考えられる.

表 6.13 従来法に対する結合相関の影響

|         | 結合相関の影響                                                                                                             |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CDD モデル | 負相関から正相関に変化すると共に <b>防御効果が得られなくなる</b>                                                                                |
| CNN モデル | 正相関が強くなると共に, 耐久性パラメータ $\alpha$ を高く設定したときの <b>防御効果が得られ難くなる</b><br>(防御戦略を適用しない場合の頂点への被害より, 防御のために除去する頂点数の方が多くなる)      |
| LPA モデル | 負相関から正相関に変化すると共に, 耐久性パラメータ $\alpha$ を高く設定したときの <b>防御効果が得られ難くなる</b><br>(防御戦略を適用しない場合の頂点への被害より, 防御のために除去する頂点数の方が多くなる) |

## ・故障辺の配線換えによる防御戦略

CDD モデル, CNN モデル, LPA モデルに対して故障辺の配線換えによる防御戦略を適用したときに, 効果が現れる配線換え手法をまとめたものを表 6.14 に示す.

CDD モデルで, 対結線確率  $q_v = 0.0$ , (負相関ネットワーク) に適用して最も防御効果のある配線換え方法は, 方法 5 (高い負荷の頂点から順番に連結してリンググラフ化) である. また  $q_v = 0.5$  (無相関ネットワーク) では方法 3 (高い負荷の頂点同士の連結) と方法 5 を適用したときに防御効果が表れる.  $q_v = 1.0$  (正相関ネットワーク) ではすべての配線換え方法を適用したときに防御効果が表れる. 方法 3 は, その中でも最も防御効果がある. 負相関から正相関に変化すると共に防御効果が低くなる. ただし, 負相関, 無相関ネットワークに適用したとき, 耐久性パラメータ  $\alpha$  を高く設定しなければ防御効果が得られない. また, 負相関から正相関に変化すると共に防御効果が高くなる傾向がある.

CNN モデルに適用した場合, 平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは, 方法 3, 5 で防御効果が現れる. ただし, この場合も耐久性パラメータ  $\alpha$  を高く設定しなければ防御効果が得られない. 平均次数  $\langle k \rangle \approx 8.0, 12.0$  のネットワークでは, 方法 4 (高い次数の頂点から順番に連結してリンググラフを形成), 方法 5, 方法 8 (ランダムな連結) で防御効果が得られる. このときは  $\alpha$  の設定値に関わらず防御効果が得られる. また, 平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0$  から 12.0 に高くなると共に防御効果が低くなる傾向がある.

LPA モデルに適用した場合, シフトパラメータ  $a = -1.8$  (負相関ネットワーク) では, 方法 9 (ブリッジ頂点同士の連結) で防御効果が得られる. シフトパラメータ  $a = 0.0, 1.8$  (無相関, 正相関ネットワーク) では, 方法 4 (高い次数の頂点から順番に連結してリンググラフ化), 方法 5, 方法 8 (ランダムな連結), 方法 10 ( $B/k$  の値が高い頂点から順番に連結してリンググラフ化) で防御効果が得られる.

表 6.14 提案手法に対する結合相関の影響

|         | 結合相関の影響                                                                                                                                                                                                   |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CDD モデル | 負相関では配線換え <b>方法 5</b> で防御効果が得られる<br>無相関では配線換え <b>方法 3, 5</b> で防御効果が得られる<br>正相関では <b>すべての方法</b> で防御効果が得られる ( <b>方法 3 が最良</b> )<br><b>方法 3, 5</b> は相関の正負に関わらず防御効果が得られる<br>負相関から正相関に変化すると共に <b>防御効果は高くなる</b> |
| CNN モデル | $\langle k \rangle \approx 4.0$ では <b>配線換え方法 3, 5</b> を適用すると防御効果が得られる<br>$\langle k \rangle \approx 8.0, 12.0$ では <b>方法 4, 5, 8</b> で防御効果が得られる<br>正相関の強さに関わらず <b>方法 5</b> は防御効果が得られる                      |
| LPA モデル | 負相関では <b>配線換え改善方法 9</b> でのみ防御効果が得られる<br>無相関, 正相関では <b>方法 4, 5, 8, 改善方法 10</b> で防御効果が得られる                                                                                                                  |

## 第 7 章 おわりに

本研究では，社会ネットワークと技術・生物ネットワークにそれぞれ対応した正負の結合相関を調整できるネットワークモデルを用いて，異なる結合相関におけるカスケード故障への影響を調べた．また，カスケード故障の被害を抑えるための防御戦略として，「故障辺の配線換えによる防御戦略」を提案し，従来法である「頂点除去による防御戦略」と比較した．以下に 6.2 節から 6.5 節で行ったカスケード故障の被害における結合相関の影響を比較した結果と，6.7 節で行った防御戦略を適用したときの防御効果における結合相関の影響を比較した結果をまとめる．

### 7.1 故障伝播シミュレーション結果のまとめ

#### ・結合相関の影響

4.1 節で説明した対結線確率  $q_v$  の変化で結合相関を調整できる CDD モデル上で故障伝播シミュレーションを行った場合， $q_v = 0.0$  (負相関ネットワーク) におけるカスケード故障後の被害 (巨大連結成分に組み込まれなかった頂点数) が， $q_v = 0.5, 1.0$  (無相関，正相関ネットワーク) における被害よりも小さくなった．

一方，4.3 節で説明したシフトパラメータ  $a$  で結合相関を調整できる LPA モデル上で故障伝播シミュレーションを行った場合では， $a$  の値が負 (負相関ネットワーク) における被害が， $a$  の値が正 (正相関ネットワーク) における被害よりも大きくなった．

以上の結果より結合相関は，カスケード故障の被害の大きさに影響を与えていると考えられるが，結合相関の正負によって被害の大小が一意に決定されず，モデル (次数や結合相関以外の何らかの構造的特徴) に依存することが示唆された．

#### ・平均次数の影響

CDD モデル，LPA モデル，4.2 節で説明した正相関を持つ CNN モデルのそれぞれについて異なる平均次数のネットワーク上で故障伝播シミュレーションを行った結果，すべてのモデルでカスケード故障後の被害が小さくなることがわかった．これは辺数が増加したことにより，二頂点のバイパスが増え，初期故障による経路変化が抑えられたためと考えられる．

## 7.2 防御戦略シミュレーション結果のまとめ

従来手法の「頂点除去による防御戦略」、提案手法の「故障辺の配線換えによる防御戦略」を結合相関が異なるネットワークに適用させたシミュレーション結果より、提案手法は、各頂点の負荷許容量が高い場合に従来手法より被害を抑えることができた。つまり提案手法は、従来手法よりも各頂点の許容量の増加に対して、防御効果の改善の度合いが高くなった。さらに提案手法で防御効果が得られる配線換え手法や防御効果は、正負の結合相関によって変化し、モデルにも依存することが実験結果から示唆された。また、LPA モデルで生成した負相関ネットワークに提案手法を適用した結果、大きなコストを要する完全グラフ化を除いて、どの配線換え手法でも有効でないことが起こり得るが、ブリッジ頂点同士を連結する改良案を適用したところ防御効果が得られた。以下にそれらの結果を手短に述べる。

### ・従来の頂点除去による防御戦略

4.1 節で説明した正負の結合相関を調整できる CDD モデルに、従来法の頂点除去による防御戦略を適用し、故障伝播シミュレーションを行った結果、対結線確率  $q_v = 0.0$  (負相関ネットワーク) では、耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定するとカスケード故障の被害を抑える防御効果が得られた。しかし、 $q_v = 0.5$  (無相関ネットワーク)、 $q_v = 1.0$  (正相関ネットワーク) と変化すると共に防御効果が無くなっていった。

一方、4.2 節で説明した社会ネットワークのような正相関を持つ CNN モデルに、従来法の頂点除去による防御戦略を適用して故障伝播シミュレーションを行った結果、耐久性パラメータ  $\alpha$  が高いとき、平均次数が高くなる (正相関が強くなる) と共にカスケード故障後の巨大連結線分サイズが増加するにもかかわらず、防御効果が低くなった。これは初期故障後に防御のため故意に除去する頂点数の方が、防御戦略を適用しないときのカスケード故障の被害より多くなったためである。従って、耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したときにしか防御効果が得られなかった。

また、4.3 節で説明した LPA モデルに、従来法の頂点除去による防御戦略を適用し、故障伝播シミュレーションを行った結果、CNN モデル同様に、耐久性パラメータ  $\alpha$  が高いとき、負相関から正相関に変化すると共に防御効果が低くなった。この理由も、初期故障後に防御のために故意に除去する頂点数の方が、防御戦略を適用しないとき



のカスケード故障の被害より多くなったためだと考えられる．LPA モデルも耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したときにしか防御効果が得られなかった．

以上の結果より，今回実験に用いた三種類のネットワークモデルに対して従来法の頂点除去による防御戦略を適用した結果は，耐久性パラメータ  $\alpha$  を低く設定したとき，カスケード故障の被害を抑える防御効果が得られたが，モデルによって防御効果に変化が生じた（正相関の CDD モデルに適用しても防御効果が得られなかった）．

### ・故障辺の配線換えによる防御戦略

CDD モデルに，提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用し，故障伝播シミュレーションを行った結果，耐久性パラメータ  $\alpha$  を高く設定したときにカスケード故障の被害を抑える防御効果が得られた．対結線確率  $q_v = 0.0$ （負相関ネットワーク）では，配線換え方法 5（高い負荷の頂点から順番に連結してリング形成）を適用したとき最も防御効果が得られた． $q_v = 0.5$ （無相関ネットワーク）では，方法 3（高い負荷の頂点同士の連結），方法 5 の二つの方法を適用したとき最も防御効果が得られた． $q_v = 1.0$ （正相関ネットワーク）では，すべての配線換え手法で防御効果が得られたが，方法 3 を適用したときに最も防御効果が得られた．防御効果は，負相関から正相関に変化すると共に高くなる．

CNN モデルに，提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用し，故障伝播シミュレーションを行った結果，平均次数  $\langle k \rangle \approx 4.0$  のネットワークでは，耐久性パラメータ  $\alpha$  を高く設定したときに配線換え方法 3, 5 でカスケード故障の被害を抑える防御効果が得られた．ただし， $\alpha$  を低く設定したとき防御戦略を適用しない結果よりも被害が大きくなる．平均次数  $\langle k \rangle \approx 8.0, 12.0$  のネットワークでは， $\alpha$  の設定値に関わらず，方法 4（高い次数の頂点から順番に連結してリンググラフを形成），方法 5，方法 8（ランダムな連結）を適用したときに最も防御効果が得られた．

LPA モデルに，提案手法の故障辺の配線換えによる防御戦略を適用し，故障伝播シミュレーションを行った結果，シフトパラメータ  $a = -1.8$ （負相関ネットワーク）では，改良方法 9（ブリッジ頂点同士の連結）でのみ，カスケード故障の被害を抑える防御効果が得られる．一方， $a = 0.0, 1.8$ （無相関，正相関ネットワーク）では，方法 4, 5, 8，改良方法 10（ $B / k$  の値が高い頂点から順番に連結してリンググラフ化）を適用したときに  $\alpha$  の設定値に関わらず防御効果が得られた．

以上の結果より，今回実験に用いた三種類のネットワークモデルに対して，提案した故障辺の配線換えによる防御戦略のうち，負荷の高い頂点から順番にリンググラフを形成する配線換え方法（方法 5）が最も有効であった．しかしながら，方法 5 で防御効果が得られなかった負相関の LPA モデルでは，改良策としてブリッジ頂点を連結する方法（方法 9）を適用した場合にのみ防御効果が得られた．さらに，方法 9, 10 は，他のモデルに適用したときにも防御効果が得られた．

## 7.3 今後の課題

結合相関を調整できる三種類の SF ネットワークモデル上でカスケード故障伝播シミュレーションを行った実験結果では，カスケード故障の被害規模は，結合相関の正負で一意に決まらないことがわかった．従って，カスケード故障の被害を決定する何か別のネットワークの構造的特徴があることが示唆される．

また，防御戦略を適用した結果より，初期故障頂点付近の局所的な配線換えがカスケード故障の被害を抑えるのに効果があることがわかった．しかし，配線換え手法とネットワークモデルの組み合わせによって防御効果に差が出たことから，より普遍的に有効な防御戦略手法をさらに探求することが課題として考えられる．

# 参考文献

- [1] A. -L. Barabasi, 青木薫 訳, “新ネットワーク思考”, NHK 出版, ISBN:4140807431, 2002.
- [2] R. Albert, and A. -L. Barabasi, “Statistical mechanics of complex networks”, Rev. Mod. Phys. 74, 47, 2002.
- [3] S. N. Dorogovtsev, and J. F. F. Mendes, “Evolution of Networks”, Oxford University Press, 2003.
- [4] R. Albert, H. Jeong, and A. -L. Barabasi, “Error and attack tolerance of complex networks”, Nature, Vol.406, No.6794, pp.378-382, 2000.
- [5] R. P-Satorras, A. Vazquez, and A. Vespignani, “Dynamical and Correlation Properties of the Internet”, Phys. Rev. Lett. 87, 258701, 2001.
- [6] 林幸雄, “Scale-free ネットワークの生成メカニズム”, 応用数理, Vol. 14, No. 4, pp.58-74, 2004.
- [7] M. E. J. Newman, “Mixing patterns in networks”, Phys. Rev. E 67, 026126, 2003.
- [8] M. E. J. Newman, “Assortative Mixing in Networks”, Phys. Rev. Lett. 89, 208701, 2002.
- [9] A. Vazquez, “Growing network with local rules: Preferential attachment, clustering hierarchy, and degree correlations”, Phys. Rev. E 67, 056104, 2003.
- [10] A. Barrat, and R. P-Satorras, “Rate equation approach for correlations in growing network models”, arXiv:cond-mat, 0410646, 2004.
- [11] A. E. Motter, and Y-C. Lai, “Cascade-based attacks on complex networks”, Phys. Rev. E 66, 065102, 2002.
- [12] P. Crucitti, V. Latora, and M. Marchiori, “Model for cascading failures in complex networks”, Phys. Rev. E 69, 045104, 2004.
- [13] P. Holme, and B. J. Kim, “Vertex overload breakdown in evolving networks”, Phys. Rev. E 65, 066109, 2002.

- [14] P. Holme, “Edge overload breakdown in evolving networks”, Phys. Rev. E 66, 036119, 2002.
- [15] A. E. Motter, “Cascade Control and Defense in Complex Networks”, Phys. Rev. Lett. 93, 098701, 2004.
- [16] M. E. Newman, “Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality”, Phys. Rev. E 64, 016132, 2001.
- [17] M. E. J. Newman, and J. Park, “Why social networks are different from other types of networks”, arXiv:cond-mat, 0305612, 2003.
- [18] I. Ispolatov, P. L. Krapivsky, and A. Yuryev, “Duplication-divergence model of protein interaction network”, arXiv:q-bio.MN, 0411052, 2004.

# 発 表 論 文

- [1] 宮崎 敏幸, 林 幸雄, SF ネットワークモデルの特徴比較, 情報処理学会 知能と複雑系研究会 人工知能学会 知識ベースシステム研究会共催 “ネットワークが創発する知能”, 8 月 4 日, 5 日, 6 日, 2004.
- [2] 宮崎 敏幸, 林 幸雄, SF ネットワークモデル上のカスケード故障と防御戦略, 情報処理学会 ネットワーク生態学シンポジウム, 3 月 1 日, 2 日, 2005.

# 付 録

## グラフ解析ツールの仕様書

### ・ java ファイルの説明

- 1) Graph\_analysis.java メインプログラム
- 2) Edge.java 辺の操作（追加・除去等）
- 3) Node.java 頂点の定義
- 4) Binary\_Search.java バイナリ・サーチ（ノード id の探索）
- 5) Distribution.java 各種分布の格納・計算，選択確率の計算
- 6) Graph\_canvas.java 各種分布の表示パネル
- 7) QuickSort.java クイックソートプログラム
- 8) Search.java 幅優先探索，betweenness の計算
- 9) Draw\_graph.java クロスエントロピーの計算
- 10) CE\_canvas.java 可視化データの表示プログラム
- 11) Colormode.java カラーモードの定義
- 12) math.java 四捨五入
- 13) Rand.java 乱数発生
- 14) WinJFrame.java JFrame クラスを継承したユーザクラス

### 1. 起動

各クラスファイルの入ったディレクトリ（build）を適当な場所に置く．

build.graph.Graph\_analysis.class を実行する．

例) C:¥> java build.graph.Graph\_analysis

## 2. 辺の読み込み

以下のように記述した，辺の定義ファイルを読み込む．id と id の間は半角スペースで表現する．

注) 有向グラフの場合は，左の id が始端，右の id が終端とする．

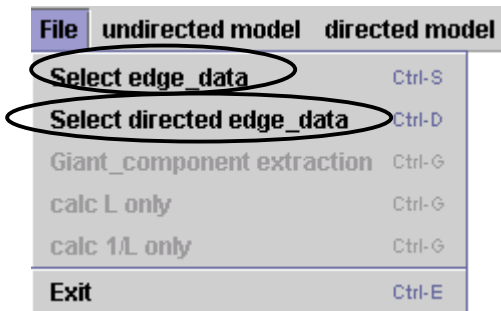
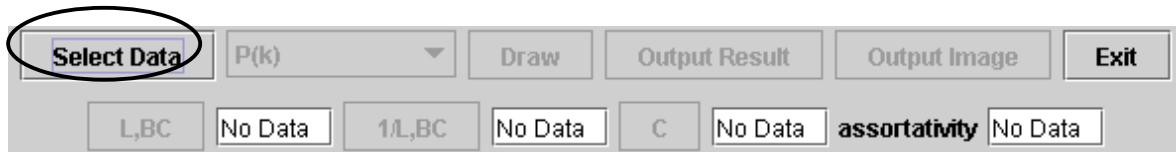
```
0 1
0 2
1 2
1 3
.
.
```

- ・ 無向グラフの場合

ボタン “Select Data”，またはメニューバーから “File” → “Select edge\_data”

- ・ 有向グラフの場合

メニューバーから “File” → “Select directed edge\_data”



## 3. 各種分布，尺度の計算

### 3-1 無向グラフの場合

- 1) クラスタリング係数
- 2) 平均経路長(と betweenness)
- 3) 平均経路長のみ
- 4) 次数分布

ボタン “C”

ボタン “L,BC”

メニュー “File” → “calc L only”

コンボボックス “P(k)”



- |                      |                              |
|----------------------|------------------------------|
| 5) 平均結合相関            | コンボボックス “<k <sub>nn</sub> >” |
| 6) 平均クラスタリング係数       | コンボボックス “C(k)”               |
| 7) 平均最短経路長分布         | コンボボックス “L(k)”               |
| 8) betweenness 分布    | コンボボックス “P(b)”               |
| 9) 平均 betweenness 分布 | コンボボックス “B(k)”               |
| 10) betweenness の散布図 | コンボボックス “all B(k)”           |

注) assortativity 係数は、辺の読み込みと同時に計算を行う。

### 3-2 有向グラフの場合

無向化した結果は、上の操作で得ることができる。

- |                                         |                                      |
|-----------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) 平均経路長の逆数(と betweenness) ボタン “1/L,BC” |                                      |
| 2) 平均経路長の逆数のみ                           | メニュー “File” → “calc 1/L only”        |
| 3) 入次数分布                                | コンボボックス “P(k <sub>in</sub> )”        |
| 4) 出次数分布                                | コンボボックス “P(k <sub>out</sub> )”       |
| 5) 平均結合相関 1                             | コンボボックス “i-i-<k <sub>in_nn</sub> >”  |
| ある入次数の頂点から in_link を辿った先の平均入次数          |                                      |
| 6) 平均結合相関 2                             | コンボボックス “o-i-<k <sub>in_nn</sub> >”  |
| ある出次数の頂点から in_link を辿った先の平均入次数          |                                      |
| 7) 平均結合相関 3                             | コンボボックス “i-i-<k <sub>out_nn</sub> >” |
| ある入次数の頂点から in_link を辿った先の平均出次数          |                                      |
| 8) 平均結合相関 4                             | コンボボックス “o-i-<k <sub>out_nn</sub> >” |
| ある出次数の頂点から in_link を辿った先の平均出次数          |                                      |
| 9) 平均結合相関 5                             | コンボボックス “i-o-<k <sub>in_nn</sub> >”  |
| ある入次数の頂点から out_link を辿った先の平均入次数         |                                      |
| 10) 平均結合相関 6                            | コンボボックス “o-o-<k <sub>in_nn</sub> >”  |
| ある出次数の頂点から out_link を辿った先の平均入次数         |                                      |
| 11) 平均結合相関 7                            | コンボボックス “i-o-<k <sub>out_nn</sub> >” |
| ある入次数の頂点から out_link を辿った先の平均出次数         |                                      |
| 12) 平均結合相関 8                            | コンボボックス “o-o-<k <sub>out_nn</sub> >” |
| ある出次数の頂点から out_link を辿った先の平均出次数         |                                      |

- 13) 入次数 vs 最短経路長の逆数平均コンボボックス “ $1/L(k_{in})$ ”  
 14) 出次数 vs 最短経路長の逆数平均コンボボックス “ $1/L(k_{out})$ ”  
 15) betweenness 分布 コンボボックス “P(b) directed”  
 16) 入次数 vs 平均 betweenness コンボボックス “B(k<sub>in</sub>)”  
 17) 入次数 vs 全 betweenness コンボボックス “all B(k<sub>in</sub>)”  
 18) 出次数 vs 平均 betweenness コンボボックス “B(k<sub>out</sub>)”  
 19) 出次数 vs 全 betweenness コンボボックス “all B(k<sub>out</sub>)”

| File                       | undirected model | directed model |
|----------------------------|------------------|----------------|
| Select edge_data           |                  | Ctrl-S         |
| Select directed edge_data  |                  | Ctrl-D         |
| Giant_component extraction |                  | Ctrl-G         |
| calc L only                |                  | Ctrl-G         |
| calc 1/L only              |                  | Ctrl-G         |
| Exit                       |                  | Ctrl-E         |

#### 4. 巨大連結成分の抽出

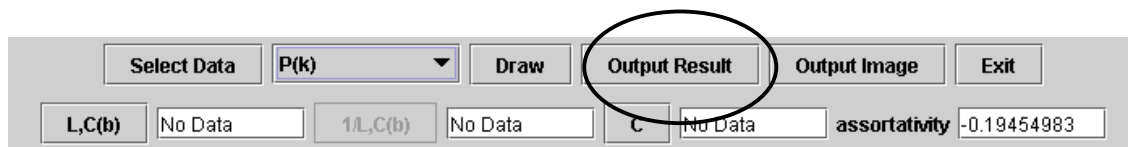
メニューバーから “File” → “Giant\_component extraction”

| File                       | undirected model | directed model |
|----------------------------|------------------|----------------|
| Select edge_data           |                  | Ctrl-S         |
| Select directed edge_data  |                  | Ctrl-D         |
| Giant_component extraction |                  | Ctrl-G         |
| calc L only                |                  | Ctrl-G         |
| calc 1/L only              |                  | Ctrl-G         |
| Exit                       |                  | Ctrl-E         |

#### 5. 分析結果ファイルの出力

ボタン “Output Result”

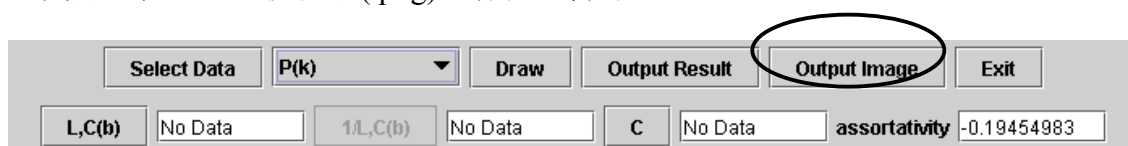
出力ファイルの拡張子は各自で書く. (.txt, .dat など)



## 6. 各種分布画像の出力

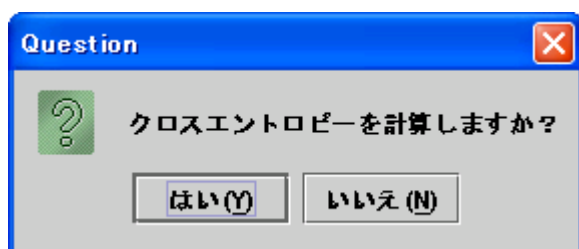
ボタン “Output Image”

出力ファイルの拡張子(.png)は各自で書く.



## 7. 可視化プログラムの起動

ボタン “Draw”



ボタン “はい(Y)” で, クロスエントロピーを計算する.

ボタン “いいえ(N)” で, 以下のように記述された, 座標点ファイルを読み込み表示する.

注) 中心座標を(0, 0)とする. (java 内のシステム座標系ではない)

### ・座標点ファイル

状態遷移表示プログラム等で利用する座標点ファイルの 1, 2 行目で, 表示する頂点半径と線の太さを定義できる. これは書かなくても読み込みはできる.

頂点半径を 0.0 に設定すると頂点が表示されない. 線の太さは最小値が 0.0 である.

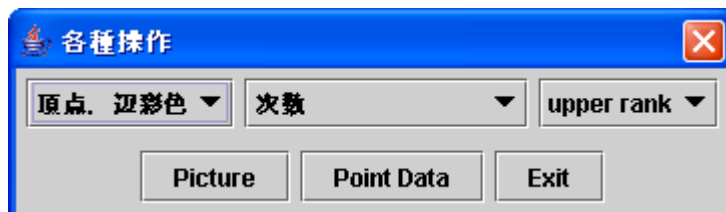
注) コロンの後は半角スペースを書く.

記述例) 頂点 id (半角スペース) x 座標 (半角スペース) y 座標

```
radius: 2.0
thickness: 1.0
0 -71.95556269605693 -20.570620000128915
1 70.3678019490799 160.74484417662825
2 -84.0503006512929 80.20532994258438
3 136.48024199554894 140.7796359619273
4 263.0102324356877 47.187847237124544
5 -251.73077518548078 96.98149823898443
⋮
```

図 7. 座標点ファイルの一例

可視化計算が終了した後、画面をクリックすると以下のようなウィンドウが現れ、彩色処理などの各種操作を行える。



- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| ・ 彩色処理          | 上段左のコンボボックス      |
| ・ ランク付けを行う頂点の指標 | 上段中央のコンボボックス     |
| ・ ランク付けの方向      | 上段右のコンボボックス      |
| ・ 画像の出力         | ボタン “Picture”    |
| ・ 座標点ファイルの出力    | ボタン “Point Data” |

# 状態遷移表示プログラム

## 1. 起動

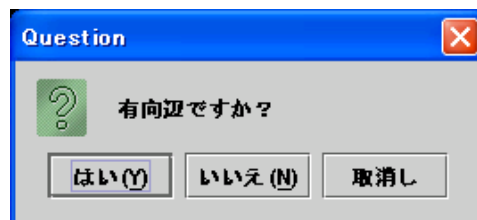
各クラスファイルの入ったディレクトリ（build）を適当な場所に置く。

build.graph.Node\_condition を実行する。

例) C:¥> java build.graph.Node\_condition

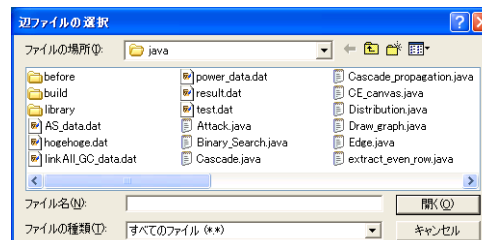
## 2. グラフの種類

扱うグラフが、有向グラフか無向グラフかに答える。



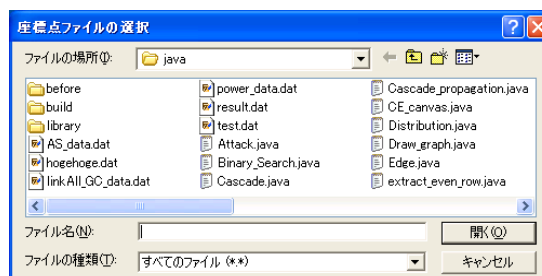
## 3. 辺ファイルを読み込む

辺ファイルは、1 ページで説明した方法で記述しておく。



## 4. 座標点ファイルを読み込む

座標点ファイルは、5 ページで説明した方法で記述しておく。これは、可視化プログラムで出力することができる。



## 5. 状態遷移ファイルを読み込む

以下のように記述した，状態遷移ファイルを読み込む．

ステップ数(システム時間等): id1 id1 の状態 id2 id2 の状態 id3 id3 の状態 …

```
1: 1 1 2 1 3 1 4 2
2: 2 2 3 2
3:  .
   .
   .
```

注) 半角コロンの後，id と状態の間は，半角スペースで記述する．

行の先頭に#を書くと，コメントと見なされる．

### ・頂点の状態の表示方法

1 は青で表示

2 は赤で表示

3 は黄で表示

初期状態は，全て 0（青色）である．

状態遷移ファイルに記述するのは，前回から変化した頂点の状態だけでよい．

