

修士論文

協調的な仲介に基づいたネットワーク成長への移行法の検討

神田 浩利

主任研究指導教員 林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学
金沢大学
(融合科学)

令和2年3月

目次

第1章	はじめに	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究内容と目的	1
1.3	本論文の構成	2
第2章	従来研究	3
2.1	ネットワークの用語、特性の指標	3
2.1.1	本研究で取り扱うネットワーク	3
2.1.2	次数	3
2.1.3	次数相関	4
2.1.4	次数順攻撃に対する頑健性指標	4
2.1.5	ネットワークのループ	5
2.2	ネットワークの成長モデル	5
2.2.1	優先的選択を用いたネットワーク成長法	5
2.2.2	仲介に基づいたネットワーク成長法	9
2.2.3	ネットワークの性質の比較	13
第3章	提案手法	15
3.1	一定割合の移行	15
3.2	S字型普及曲線に従った移行	15
第4章	シミュレーション結果	17
4.1	現実のネットワークの基本特性	17
4.2	シミュレーション結果	20
4.2.1	一定割合の移行	20
4.2.2	S字型普及曲線に従った移行	26
第5章	協調的な成長法への移行	32
5.1	社会行動の模倣	32
5.2	ネットワークにおける結合選択の模倣	32
5.3	模倣の原理	33
5.4	協調的なネットワークへ移行するには	33

第6章	おわりに	34
6.1	まとめ	34
6.2	今後の展望	34

目 次

2.1	優先的選択によってネットワークが成長する様子 [19]	7
2.2	優先的選択によって生成されたネットワークの可視化	8
2.3	Onion-like ネットワークの模式図 [10]	10
2.4	仲介に基づいた玉葱状ネットワークが生成される様子 [12]	11
2.5	仲介をに基づいた選択によって生成したネットワークの可視化	12
2.6	次数分布	14
2.7	ノード除去率に対する最大連結成分比	14
3.1	閾値に応じた S 字型普及曲線	16
4.1	USair1 次数分布	18
4.2	USair1 ノード除去率に対する最大連結成分比	18
4.3	USair1 可視化	19
4.4	USair1 次数相関係数の変化	21
4.5	USair1 次数順攻撃に対する頑健性の変化	22
4.6	USair1 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	23
4.7	USair1 ノード数に対する FVS の割合の変化	24
4.8	USair1 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	25
4.9	USair1 次数相関係数の変化	27
4.10	USair1 次数順攻撃に対する頑健性の変化	28
4.11	USair1 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	29
4.12	USair1 ノード数に対する FVS の割合の変化	30
4.13	USair1 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	31

表 目 次

1.1	現実に見られる様々なネットワーク [5]	1
2.1	次数相関係数の比較	13
2.2	次数順攻撃に対する頑健性指標の比較	13
4.1	USair1 の基本特性	18

第1章 はじめに

1.1 研究背景

電力送電網、航空絵路線網、SNSのフォロワー・フォロワー関係など、私達の身の回りには多くのネットワークがみられる。これら表 1.1 に示す多くの現実のネットワークは共通した構造を持っている [1][2]。すなわち、多数のリンクを持つごく一部の巨大なハブと呼ばれるノードと、少数のリンクしか持たない大部分のノードから構成されるスケールフリー構造が見られる事が分かっている [3]。これらのスケールフリーネットワークは、効率重視の利己的な優先的選択というネットワーク成長法によって生成され [4]、ランダムな故障には強いが、ハブを狙った悪意のある攻撃に対しては非常に脆弱であることが数値シミュレーションと理論解析の双方から示された [6]。また、リンクの複製によるタンパク質の相互作用のネットワークのような一見ランダムで利己的とは言えない生成原理でも、結果的には利己的なスケールフリー構造が生じてしまう [7]。しかしながら、攻撃に対して最適な頑健性を示し、リンクの両端ノードにおける次数一次数の相関が正である玉葱状構造のネットワークがあることも近年発見された [8][9][10]。さらに、逐次成長に伴いネットワークのループ構造を強化しながらネットワークを玉葱状構造にする協調的な仲介に基づく手法も発見されている [11][12][13]。しかしながら、悪意のある攻撃に対して頑健で、効率も良いネットワーク成長法を現実のネットワークに適用しようと考えた場合、利己的な優先的選択から協調的な仲介に基づいた選択にどのように移行するかについては十分検討されているとは言えない。

1.2 研究内容と目的

本研究では、現実の多くのネットワークの生成原理と考えられている利己的な優先的選択から、協調的な仲介に基づいた選択にネットワーク成長法を移行する

表 1.1: 現実に見られる様々なネットワーク [5]

社会関係	知人関係、言語、共同研究、共演関係
インフラ技術	インターネット、航空路線網、WWW、電力網
生物関係	食物連鎖、神経回路網、遺伝子やエネルギー代謝の反応系

手法を考え、悪意のある攻撃に対して最適な頑健性を持てるように変化できるかどうか、数値シミュレーションを用いてその有効性について検討する。

さらに、利己的で脆弱な優先的選択がなぜ生じるのか、頑健なネットワークに移行するために生じる障害は何か等について、社会学の観点からも考察する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す。

第2章では、ネットワークの用語や、評価指標、2つのネットワーク成長法について述べ、それぞれのネットワークの性質について比較する。第3章では、利己的な優先的選択から、協調的な仲介に基づいた成長法へどのように移行するか、その移行手法を2つ提案して、それぞれについて説明する。第4章では、提案した2つの手法に対する結果を述べる。第5章では、優先的選択から仲介に基づいた選択へどのようにしたら移行できるか、また、なぜ優先的選択をしてしまうのか、社会的な観点から考察する。第6章では、本研究のまとめを行う。

第2章 従来研究

2.1 ネットワークの用語、特性の指標

本節では、本研究で取り扱うネットワークの基本的な用語、使用したネットワークの特性を表す指標について説明する。

2.1.1 本研究で取り扱うネットワーク

本研究で取り扱うネットワークは、頂点(ノード)の集合 $V = \{1, 2, 3, \dots, i, j, \dots, N\}$ とノードをつなぐ辺(リンク)の集合 $E = \{e_{ij}\}$ からなる。ネットワークの構造は隣接行列 A を用いて表すことができ、ノード i, j 間にリンクが存在する場合には $A_{ij} = 1$ 、リンクが存在しない場合には $A_{ij} = 0$ とする。リンクの両端が一つと同じノードに繋がる自己ループ、2つのノード間に複数のリンクが存在する多重辺を認めない単純グラフとする。さらに、リンクの向きを考慮したものを有向グラフ、考慮しないものを無向グラフと呼ぶ。また、頂点の個数が無限個あるグラフを無限グラフ、有限であるグラフを有限グラフと呼ぶ。本研究で扱うネットワークは、特に言及がない限り有限無向単純グラフとする [14]。

2.1.2 次数

あるノード i の次数 k_i はそのノードに繋がっているリンクの数のことであり、以下のように定義される。

$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad (2.1)$$

ここで、 N はネットワークのノード数とする。リンク1つにつき次数は2ずつ増えるため、すべてのノードの次数の合計はネットワークの総リンク数を M とすると、 $\sum_{i=1}^N k_i = 2M$ となる。また、ある次数 k を持つノードの存在確率 $p(k)$ の分布を表したものを次数分布 (degree distribution) と呼ぶ。ネットワークの構造の議論するときには次数分布を用いる。

2.1.3 次数相関

次数相関とは、隣接するノード間の次数の相関のことである。Pearson の相関係数をリンクの両端のノードの次数に対して適応することで、以下のように定義される [15]。

$$r = \frac{\sum_{ij}(A_{ij} - k_i k_j / 2M) k_i k_j}{\sum_{ij}(k_i \delta_{ij} - k_i k_j / 2M) k_i k_j} \quad (2.2)$$

ここで、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ記号であり、 $i = j$ のとき 1、 $i \neq j$ のとき 0 である。また、式 (2.2) を変形することで次式が得られる [16]。

$$r = \frac{S_1 S_e - S_2^2}{S_1 S_3 - S_2^2} \quad (2.3)$$

ここで

$$S_1 = \sum_i k_i, \quad S_2 = \sum_i k_i^2, \quad S_3 = \sum_i k_i^3, \quad S_e = \sum_{ij} A_{ij} k_i k_j \quad (2.4)$$

とした。 r の取りうる範囲は $-1 \leq r \leq 1$ である。 $r > 0$ では正の次数相関を表し、次数が同じノード同士がつながる傾向がある。逆に、 $r < 0$ では負の次数相関を表し、次数が異なるノードがつながる傾向がある。次数相関と共に、ネットワークの構造を議論するとき用いる。

2.1.4 次数順攻撃に対する頑健性指標

ネットワークの頑健性を調べる際に、ネットワークの次数が高いノード (ハブ) を優先して除去する次数順攻撃 (ハブ攻撃) が広く用いられている。その際、攻撃に対するネットワークの結合耐性を評価する指標として、以下のような頑健性指標 R を考える [17]。

$$R = \frac{1}{N} \sum_{q=1/N}^1 S(q) \quad (2.5)$$

頑健性指標 R はノード除去を行った際に、ネットワークの連結性がどの程度まで保たれているかを評価する。具体的には、ネットワークのノードを割合 q だけ除去した場合に除去率ごとの最大連結成分比の総和を頑健性指標 R を以下の式で評価する。ここで、 N はネットワークのノード数、 $S(q)$ はノード除去率が q の時の最大連結成分のサイズの大きさである。最大連結成分とは、ネットワークのノードのうち連結している最大ノード数であり、最大連結成分が 0 になるとネットワーク全体がバラバラになる。除去率 q の範囲は $0 < q < 1$ である。頑健性指標 R の値の取りうる範囲は $\frac{1}{N} < R < 0.5$ となる。

2.1.5 ネットワークのループ

ネットワーク内のループ形成に必要なノード数の最小集合は Feedback vertex set (FVS) と呼ばれ、FVS が大きいほどネットワークのループ構造を破壊することが難しく、逆に FVS が少ないほどネットワークのループ構造を簡単に破壊できる。後述する「仲介に基づいたネットワーク成長法」によって構築される玉葱状ネットワークは、ネットワーク内のループ強化に初めて着目しており [12][13]、ループ強化がネットワークの頑健性を向上させるのに重要であると考えられるようになって来たが、FVS を求める問題は NP 困難なので近似計算を用いて FVS を求める [18]。

2.2 ネットワークの成長モデル

本節では、2つのネットワークの成長モデルについて、2.2.1 項と 2.2.2 項で述べる。

2.2.1 優先的選択を用いたネットワーク成長法

多くの現実に存在するネットワークはスケールフリー性を持ち、その次数分布はべき乗則 $p(k) \sim k^{-\gamma}$ に従う [3]。このような共通する性質が出現する理由はその構築原理と考えられ、Barabási-Albert (BA) モデル [4] によると、スケールフリー性を出現させるための重要な要素は、成長と優先的選択の2つある。1つ目の成長とは、ノード数が時間の経過とともに増加し、ネットワークの規模が大きくなることである。これは、都市の成長に伴うインフラの拡大や、SNSの利用者の増加によるフォロー、フォロワーの変化などに相当する。2つ目の優先的選択とは、新しく追加されるノードが接続先として次数の大きな既存ノードに接続しやすい傾向があることである。次数の大きなノードに接続することにより他のノードへのアクセスが容易になる、Rich get richer 則などに従い、現実のネットワークにおいて新規ノードが利己的に接続先を選ぶと、次数が大きいノードが選択されやすくなり、ネットワークが成長するにつれて、ハブと呼ばれる次数が巨大なノードが

創発する。BAモデルにおける優先的選択によるスケールフリーネットワークを構築させる手順を以下のように示す。

Step 1 時刻 $t = 0$ に、ノード数 $N(0)$ の連結な初期ネットワークを構築する。

Step 2 毎時刻 $t = 1, 2, 3, \dots$ に、リンクを m 本持つノードを1つネットワークに追加する。

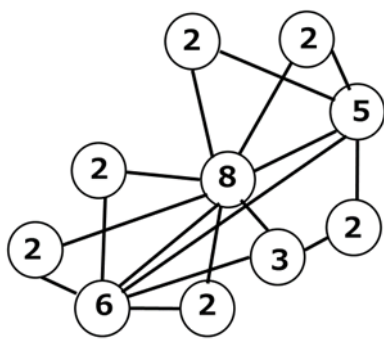
Step 3 追加したノードのリンクをそれぞれ既存ノードと接続する。このとき、接続先の既存ノード i は式 (2.6) の確率 p_i で選択される。

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_j^{N(t)-1} k_j} \quad (2.6)$$

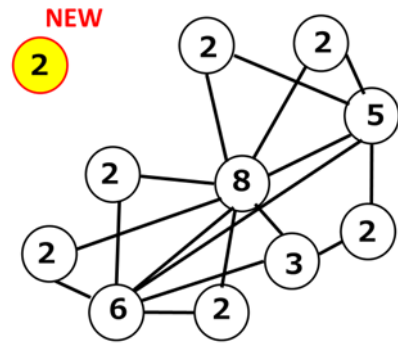
Step 4 所望のノード数 N に達するまで、Step 2, Step 3 を繰り返す。

図 2.1 に優先的選択に基づいてネットワークが成長する様子を示す。丸の中の数字は次数を表している。リンク数を m 本持つ新規ノード (図 2.1、Step 2 の黄色い丸) が既存のネットワークに接続する際、式 (2.6) に従ってリンクを接続する (図 2.1、Step 3 の 8 と 6 の丸)。

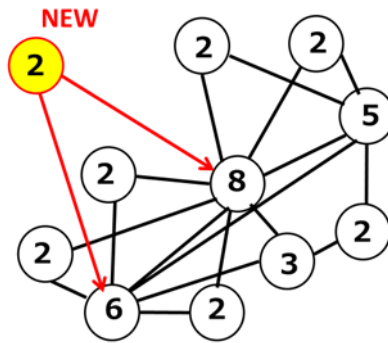
図 2.2 は優先的選択に基づいて、新規ノードのリンク数 $m = 4$ として、初期ノード数 5 の完全グラフからノード数 200 まで成長させたネットワークを、ネットワーク可視化ツール Pajek を用いて可視化した図である。各ノードの大きさは次数に比例している。中央に配置している初期ノードが、多くの次数を獲得していることが分かる。このように優先的選択によって生成されたネットワークは次数が集中したハブができてしまい、そのハブが攻撃を受け、ノードが除去されてしまうとネットワークがバラバラになってしまうという脆弱な点を抱えている。



Step 1



Step 2



Step 3

図 2.1: 優先的選択によってネットワークが成長する様子 [19]

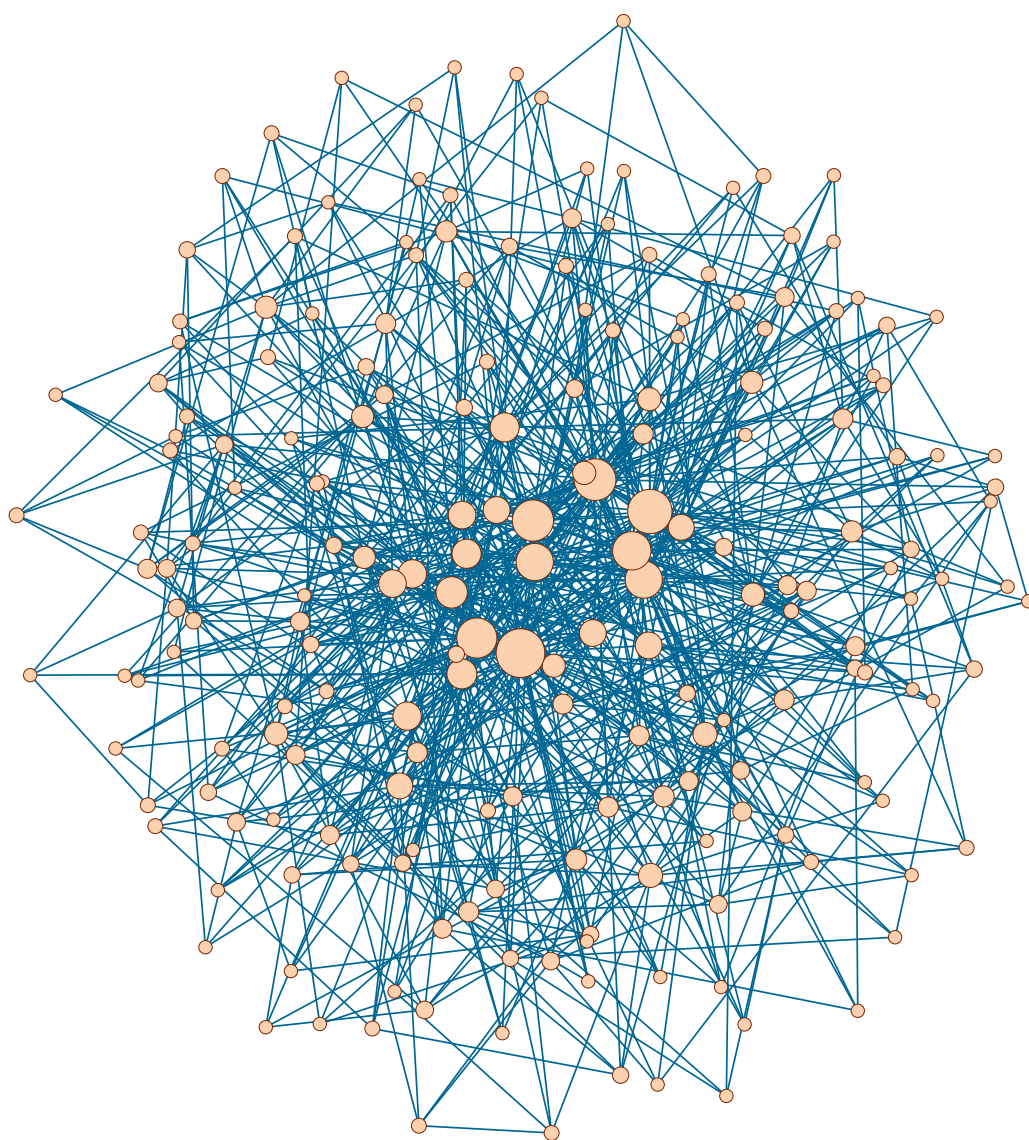


図 2.2: 優先的選択によって生成されたネットワークの可視化

2.2.2 仲介に基づいたネットワーク成長法

BAモデルでは、優先的選択に基づき新規ノードが次数の大きいノードに確率的にリンクを張るので、次数の大きなノードが攻撃されるとネットワークの連結性が急激に下がり、非常に脆弱である。これに対して、ネットワークの頑健性を最適に向上させる玉葱状構造のネットワークが発見された [8][9][10]。玉葱状構造を持つネットワーク (以下、玉葱状ネットワーク onion-like network) は正の次数相関を持ち、次数が同程度のノードを同心円状に配置することで玉葱のような多層構造が現れる (図 2.3)。玉葱状構造の構築方法として、ネットワーク上のリンク全体の繋ぎ変え (リワイヤリング) する方法がある [9]。ただし、この方法では既存のつながりを破壊した後新しいリンクをつなぐため、非現実的である。一方、局所的な処理の繰り返しだけでネットワークを逐次成長させながら玉葱状構造を創発できる仲介に基づく方法がある [12][13]。本研究では、ネットワークを逐次成長させながら玉葱状構造を構築する方法に着目する。玉葱状構造を構築する方法は以下の手順に従う。

Step 1 時刻 $t = 0$ に、ノード数 $N(0)$ の連結な初期ネットワークを構築する。

Step 2 毎時刻 $t = 1, 2, 3 \dots$ に、リンクを m 本持つノードを 1 つネットワークに追加する。

Step 3 追加したノードの $m/2$ 本を既存のネットワークからランダムに選択したノードに接続する。

Step 4 ランダムに接続したノードから一定の仲介数 (μ) を経たノードの集合の中から最小の次数のノードに $m/2$ 本のリンクを接続する。

Step 5 所望のノード数 N に達するまで、Step 2, Step 3, Step 4 を繰り返す。

仲介に基づいた選択によって玉葱状ネットワークが生成される手順を図 2.4 に示す。新規ノードが持つリンク数 m は 4 とする。既存のネットワークに追加されたノード (図 2.4、Step 2 の黄色い丸) は、ランダムに 2 本のリンクを既存のネットワークのノード (図 2.4、Step 3 青い丸) に接続する (図 2.4、Step 3 の青い矢印)。その後 $\mu + 1$ 個先のノードの中から次数が最小のノード (図 2.4、Step 4 の緑の丸) に、残りの 2 本のリンクを接続する (図 2.4、Step 4 の緑の矢印)。このモデルでは Step 2, Step 3 のプロセスで、 $\mu + 2$ ノードからなるループ構造が構築され、ネットワークのループ構造を強化しながら成長する。このループ強化がネットワークの頑健性を向上させるため重要と言える。

仲介に着目する理由として、ランダムに選ばれたノードといくつか離れたノードが新ノードを仲介して繋がることによる遠距離交際として重要性が組織論の観点から示唆されている [8]。例えば、中国の温州人は親族や同郷の知人の仲介を介して在欧温州人と繋がることにより、言語、文化、組織または地理的な構造的な穴

を埋め、世界規模の経済ネットワークの効率的な形成を果たしている。また、トヨタの「自主研究会(自主研)」を通じた異業種仲間との信頼に基づく仲介を介した遠距離交際は、長期的な取引関係を構築するだけでなく、サプライチェーンの大火災からの早期復旧にも役立っている。このように、仲介を経た協調的な長距離のつながりはネットワーク結合の頑健性を保ちつつ、任意のノード間の経路張に関する効率も良い。

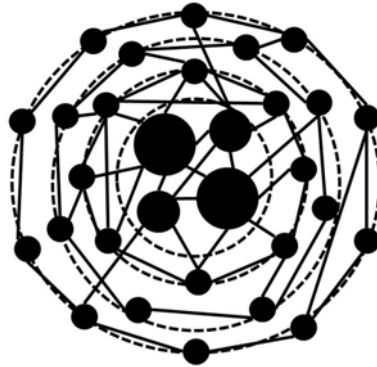


図 2.3: Onion-like ネットワークの模式図 [10]

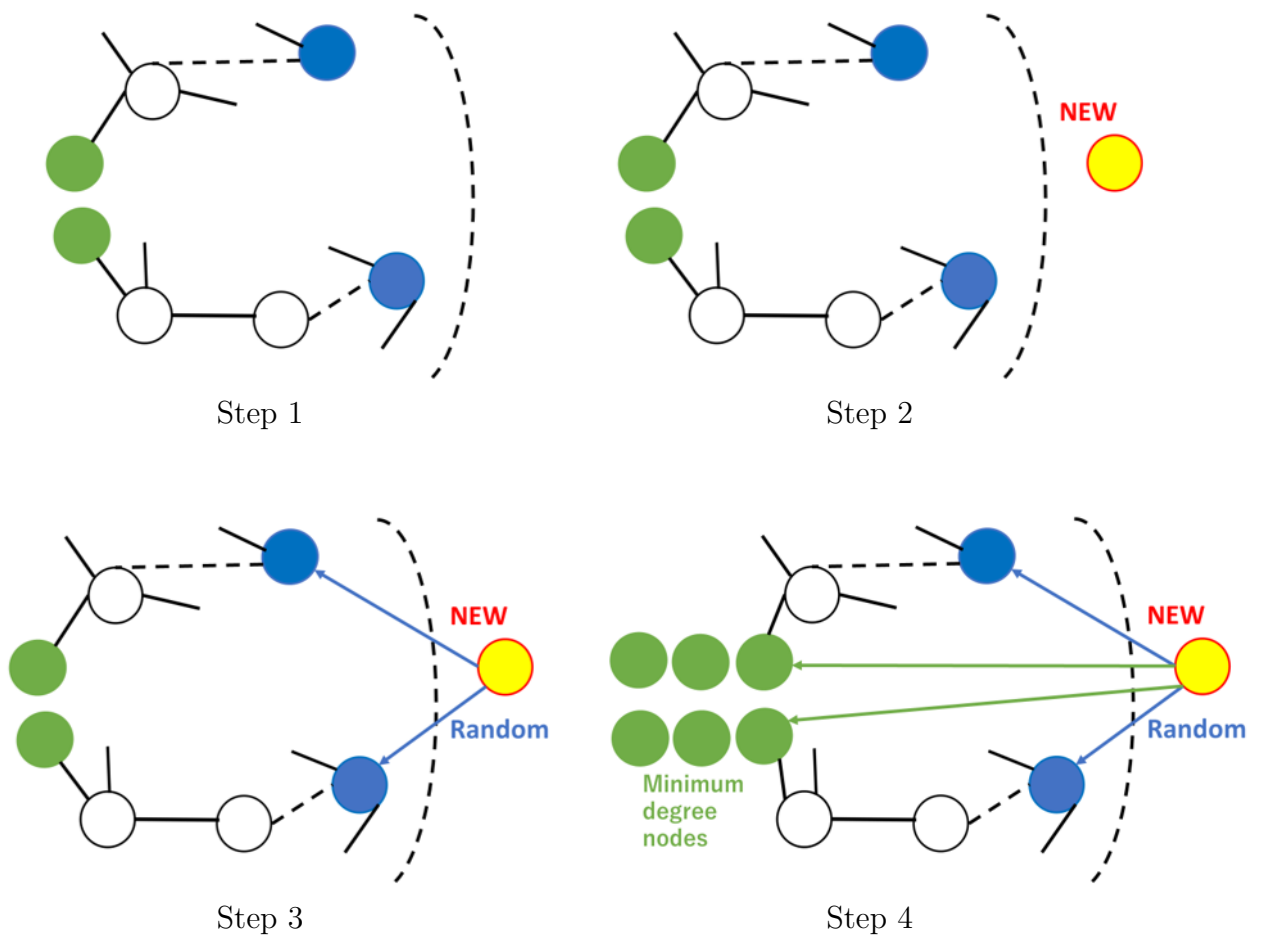


図 2.4: 仲介に基づいた玉葱状ネットワークが生成される様子 [12]

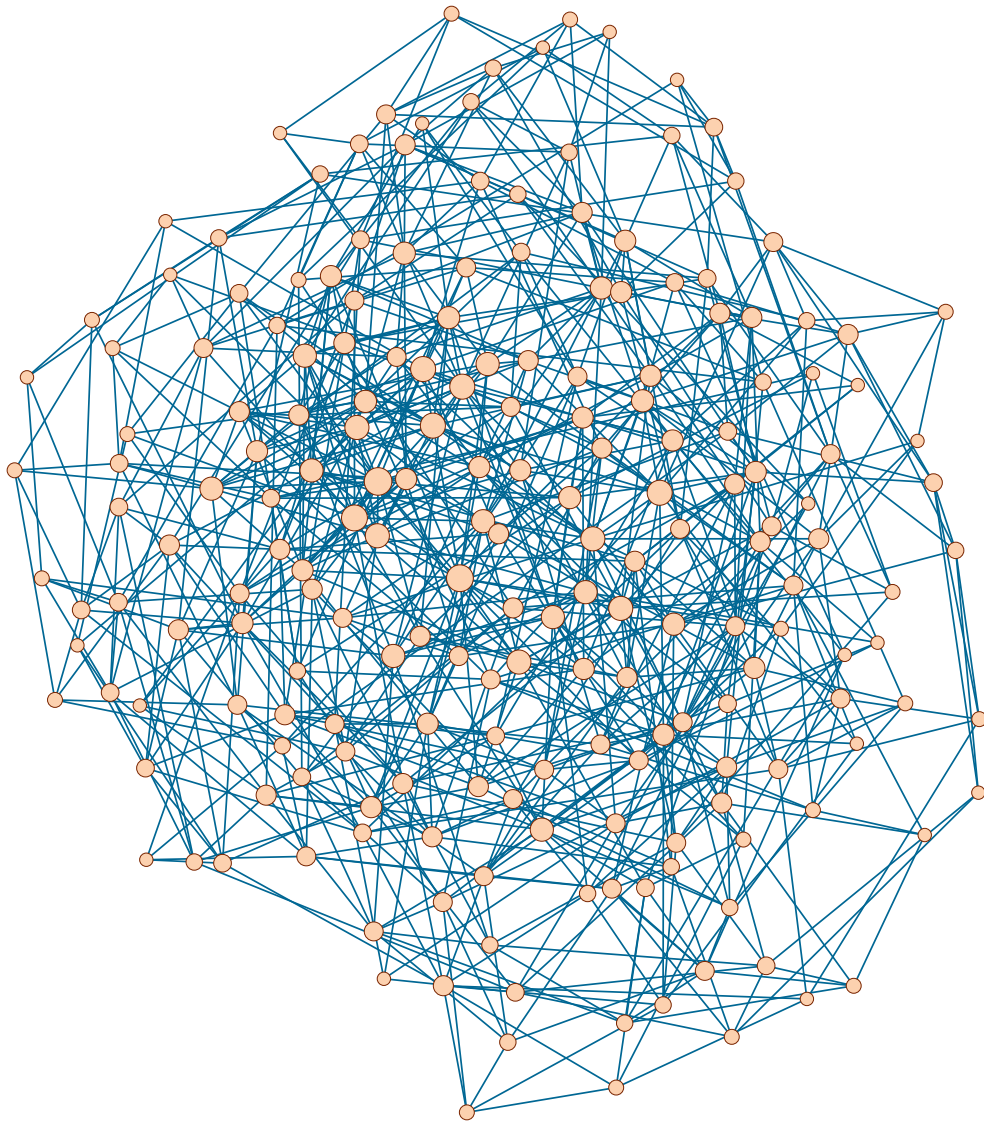


図 2.5: 仲介をに基づいた選択によって生成したネットワークの可視化

2.2.3 ネットワークの性質の比較

優先的選択によって生成されたネットワークと仲介に基づいた選択によって生成されたネットワークについて、2.1.2から2.1.4にて述べた各指標について分析した予備実験の結果を以下に示す。

初期構成はノード数5の完全グラフから、各成長法で200ノードまで成長させた。ネットワークは確率的に生成されるので、次数相関係数 r 、次数順攻撃に対する頑健性 R は10個のネットワークの平均値を出した。毎時刻に追加される新規ノードから既存ノードへのリンク数は $m = 4$ とした。仲介に基づいた成長法では、仲介数を $\mu = 2, 4, 6$ と変えて比較した。

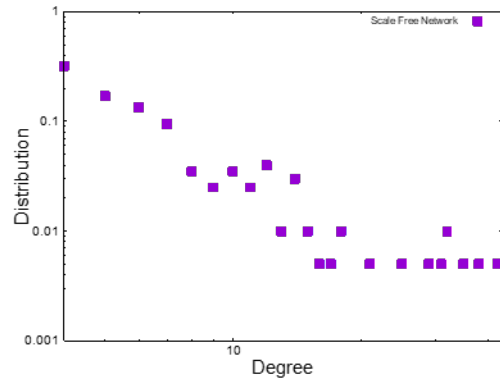
表2.1は、優先的選択によって成長させたネットワークが次数相関が負値になるのに対して、仲介に基づいた選択によって成長させたネットワークは0.3以上になることを示す。表2.2は、優先的選択によって成長させたネットワークは R 値が0.24に対して、仲介に基づいた選択によって成長させたネットワークは R 値が0.37と高い頑健性を示す。図2.6の横軸は次数、縦軸はネットワークのノードの次数の存在確率で、(a)は両対数、(b)は片対数でプロットした。両対数と片対数の直線部分から、優先的選択による成長法では次数分布はべき乗分布になるが(図2.6(a))、仲介に基づいた成長法では指数分布になる(図2.6(b))。図2.7の横軸はノード除去率 q 、縦軸はネットワークの最大連結成分比 $S(q)/N$ である。攻撃(ノード除去)によって $S(q)/N$ がほぼ0に下がる崩壊の臨界点を見ると、優先的選択によって成長させたネットワークはノード除去率 $q = 0.4$ の時にネットワーク全体がほぼバラバラになるが(図2.7紫)、仲介に基づいた成長法では $q = 0.6$ まで連結性は保たれていることが分かる(図2.7青, 黄, 緑)。

表 2.1: 次数相関係数の比較

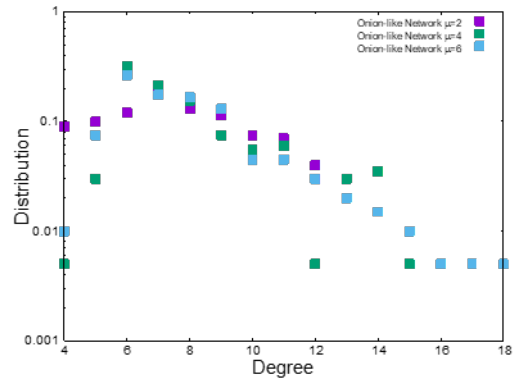
ネットワーク成長法	r
優先的選択	-0.100203
仲介に基づいた選択 ($\mu = 2$)	0.356261
仲介に基づいた選択 ($\mu = 4$)	0.327121
仲介に基づいた選択 ($\mu = 6$)	0.319743

表 2.2: 次数順攻撃に対する頑健性指標の比較

ネットワーク成長法	R
優先的選択	0.245865
仲介に基づいた選択 ($\mu = 2$)	0.377862
仲介に基づいた選択 ($\mu = 4$)	0.377896
仲介に基づいた選択 ($\mu = 6$)	0.375875



(a) SF ネットワーク



(b) Onion-like ネットワーク

図 2.6: 次数分布

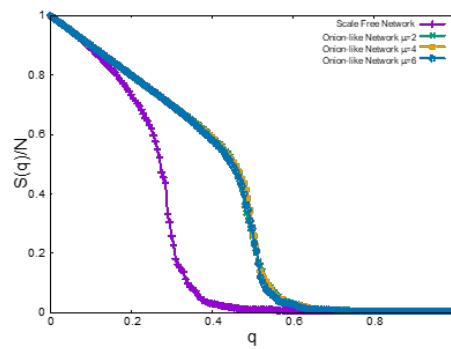


図 2.7: ノード除去率に対する最大連結成分比

第3章 提案手法

本章では、脆弱な現実のネットワークから頑健な玉葱状ネットワークへの移行方法として、以下の2つの提案手法を説明する。

3.1 一定割合の移行

優先的選択から仲介に基づいた選択への移行を考えるために、パラメータ α ($0 \leq \alpha \leq 1$) を考える。 α はネットワークに新しく追加されるノードが仲介に基づいた選択を行う確率で、 $\alpha * (\text{仲介に基づいた選択}) + (1 - \alpha) * (\text{優先的選択})$ と定義する。これは、ある一定割合の移行に相当する。すなわち、 $\alpha = 0.0$ では新規ノードは100%優先的選択を行い、 $\alpha = 1.0$ では、新規ノードは100%仲介に基づいた選択を行う。 $\alpha = 0.5$ では、新規ノードは50%の確率で優先的選択、50%の確率で仲介に基づいた選択をそれぞれ半々に行うことになる。本研究では、 $\alpha = 0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ の5パターンについてシミュレーションを行った。

3.2 S字型普及曲線に従った移行

新製品やサービス、アイデア、概念などが人々の間にどのように普及するかについて、社会学者ロジャーズは新製品の導入からある時間までに何人が採用したかという累積分布によって表せられるS字型普及曲線を用いて説明した [21][22]。S字型普及曲線はロジスティック関数を用いて表現されるが [24]、 $t = \infty$ では0か1の安定点に収束しない。そこで、時間 t に応じた採用確率 α の普及曲線を表す非線形関数として以下の式を考える [23]。

$$\alpha = \begin{cases} (t/T)^2/\theta & 0 < t/T \leq \theta \\ -(t/T - 1)^2/(1 - \theta) + 1 & \theta < t/T \leq 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

ここで、 t は追加途中のノード数、 T はネットワークの成長ノード数、 θ は閾値である。式 (3.1) をロジスティック関数の代わりに用いることにより、時間 $t = 0$ で $\alpha = 0.0$ 、 $t = T$ で $\alpha = 1.0$ になり $0 \leq \alpha \leq 1$ 間を必ず通る有界で微分可能な単調増加関数の曲線を定義できる。また、S字カーブの変曲点を表す閾値 θ や、普及率100%を意味する $\alpha = 1.0$ となる時刻 T を変化させることができるため、普及の速度や時間などのパラメータを変更してシミュレーションを行うことが容易にな

る。式 (3.1) の追加ノード数 t に対するパラメータ α の変化の様子を図 3.1 に示す。ネットワークに追加されるノード t が増えるほど確率 α の値が t の値に伴って上昇し、新ノードが仲介に基づいた選択をする割合が増えていく。閾値 θ を変化させることにより、 $\theta = 0.1$ (図 3.1 紫) では初期段階での急激な普及、 $\theta = 0.9$ (図 3.1 水色) では緩やかな普及を表す。本研究では、 $T = 5000, \theta = 0.1, 0.5, 0.9$ のパターンについてシミュレーションを行った。

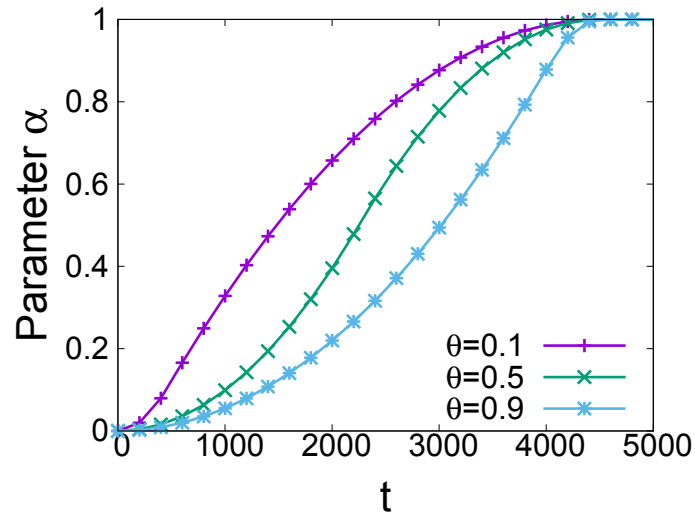


図 3.1: 閾値に応じた S 字型普及曲線

第4章 シミュレーション結果

本章では、現実のネットワークに対して3章で提案したネットワーク成長の移行手法を用いてネットワークを成長させた。さらに、生成されたネットワークに対する次数順攻の数値シミュレーションを行い、ノード数に対するFVSの割合についても調べた。その結果について評価する。

4.1 現実のネットワークの基本特性

本節では、シミュレーションの初期構成としてに用いた現実のネットワークデータについて述べる。例として、USair1の基本特性について述べる。他のネットワークデータの基本特性については、付録Aに掲載する。

USair1はアメリカの輸送量トップ500の空港間の輸送ネットワークで[25]、各空港をノード、空港間の輸送をリンクとした有向グラフを無向化したものを使用している。USair1のノード数、ネットワークの総リンク数、平均次数、最大次数、次数相、次数順攻撃に対する頑健性、ノード数に対するFVSの割合の6つの基本特性を表4.1に示す。これより、USair1は次数相関係数が $r = -0.26$ の負値であり、次数が大きいノードと小さいノードが繋がる傾向がある。また、次数順攻撃に対する頑健性指標も $R = 0.06$ と非常に低い値であり、非常に脆弱なネットワークであることが分かる。次数分布を図4.1に示す。横軸は次数、縦軸はネットワークのノードの次数の存在確率をとし、両対数グラフでプロットしている。USair1は次数分布がべき乗分布になっており、典型的なスケールフリー構造だと言える。また、ノード除去率に対するネットワークの最大連結成分比を図4.2に示す。横軸はノードの除去率 q 、縦軸はノード除去率 q の時のネットワークの最大連結成分比 $S(q)/N$ とした。これより、USair1はノード除去率 $q = 0.2$ でネットワーク全体がバラバラになってしまうことが分かる。図4.3に示したネットワーク構造の可視化は、ネットワーク可視化ツールPajekを用いて、次数に比例した各ノードの大きさから、少数のハブの存在が確認できる。

表 4.1: USair1 の基本特性

ノード数 N	500
ネットワークの総リンク数 M	2980
平均次数 $\langle k \rangle$	11.92
最大次数 k_{max}	145
次数相関 r	-0.267863
次数順攻撃に対する頑健性 R	0.067216
ノード数に対する FVS の割合	0.18

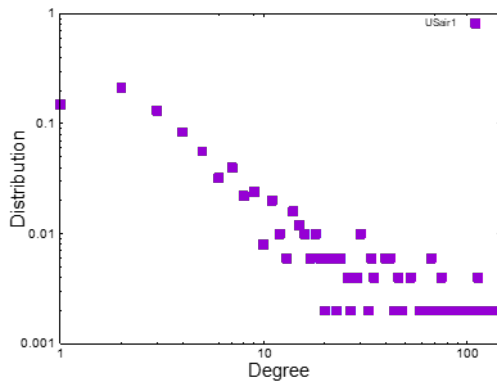


図 4.1: USair1 次数分布

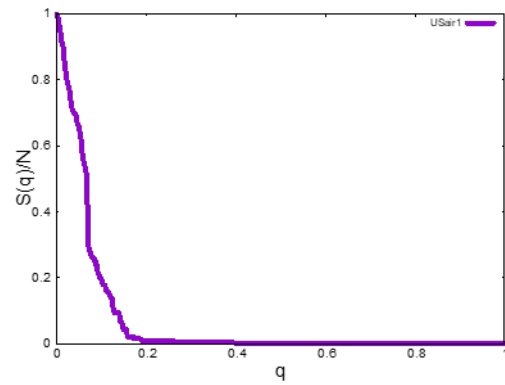


図 4.2: USair1 ノード除去率に対する最大連結成分比

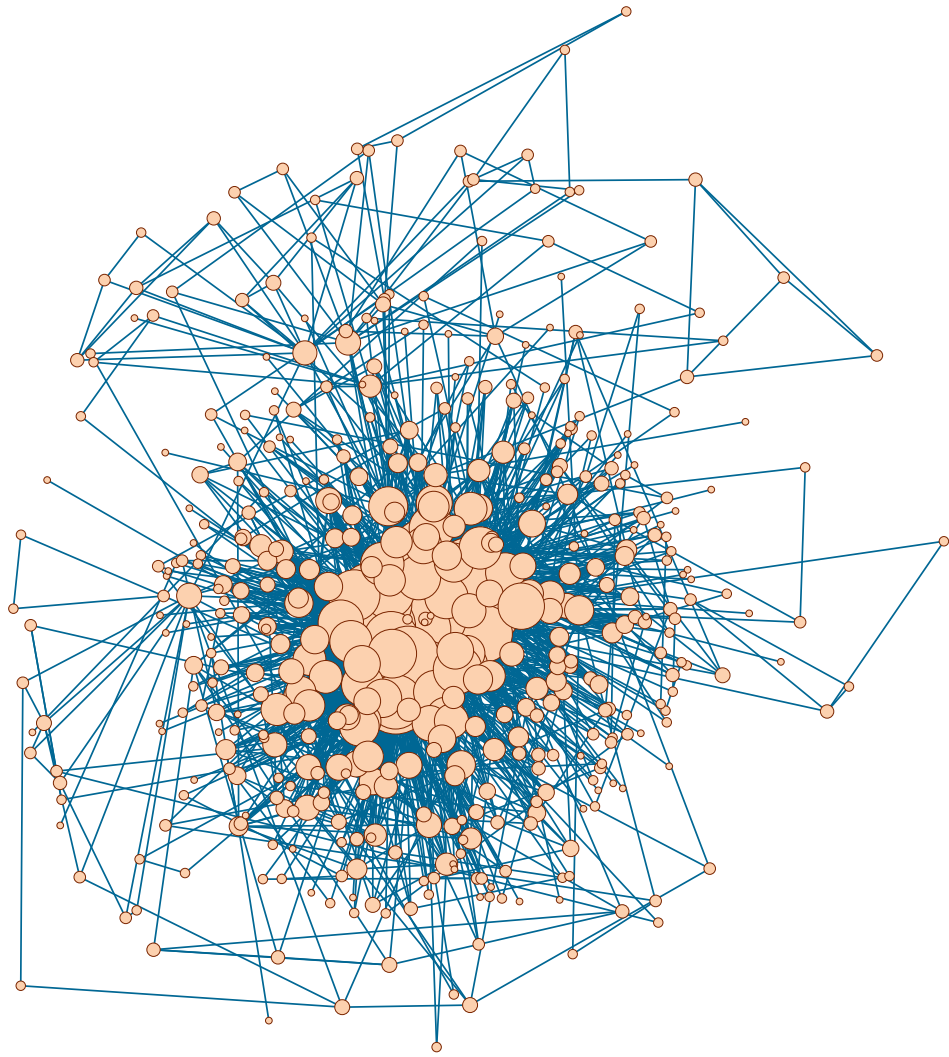


图 4.3: USair1 可視化

4.2 シミュレーション結果

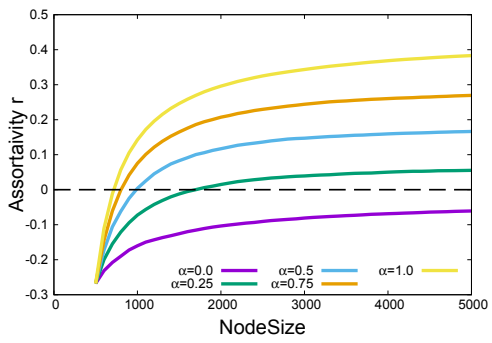
4.2.1 一定割合の移行

以下では、3.1節で述べた一定割合の移行のシミュレーション結果を示す。4.1節で述べた USair1 を初期構成として、 $N = 5000$ までノードを追加した。2.2.2項で述べた新規ノードからのリンク数は $m = 4, 6, 8, 10$ とした。 $\alpha \geq 0.25$ において新規ノードが仲介に基づいた選択を行う場合、ランダムに選ばれたノードからペアとして選択するノードまでの仲介数は $\mu = 2, 3, 4, 5, 6$ を各 m 値に対してそれぞれ設定した。すなわち、パラメータの組み合わせとしては、 $\alpha \geq 0.25$ に対しては、新規ノードのリンク数 $m:4$ 通り \times 仲介数 $\mu:5$ 通り、 $\alpha = 0.0$ では新規ノードのリンク数 $m:4$ 通りの合わせて 84 通りである。

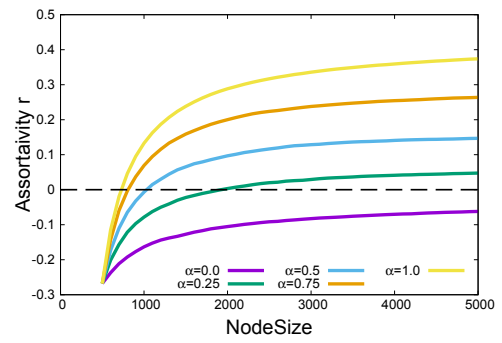
ネットワークは確率的に生成されることから、次数相関係数、次数順攻撃に対する頑健性、ノード数に対する FVS の割合について 10 個のネットワークの平均値をとった。また、図示のためのサンプリングとして、次数相関係数は 100 ノード毎、次数順攻撃に対する頑健性、ノード数に対する FVS の割合は 1000 ノード毎として、ノード除去に対する最大連結成分比、次数分布は $N = 5000$ の状態を調べた。例として、 $m = 4, 10$ 、 $\mu = 2, 6$ の結果を示す。各図において、紫実線は $\alpha = 0.0$ 、緑実線は $\alpha = 0.25$ 、水色実線は $\alpha = 0.5$ 、橙実線は $\alpha = 0.75$ 、黄実線は $\alpha = 1.0$ を示している。他の現実のネットワークを初期構成としてシミュレーションを行った結果は、付録 B に掲載する。

次数相関係数の変化

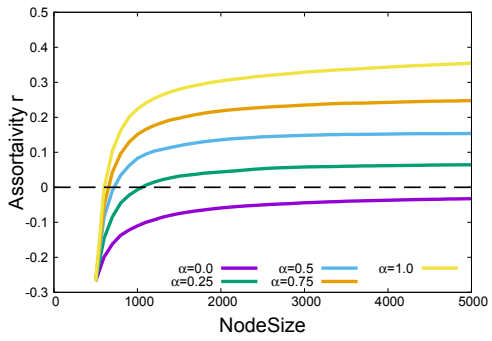
玉葱状ネットワークの条件の 1 つである、正の次数相関かどうかを確認するため、生成されたネットワークの次数相関係数を計算した結果を図 4.4 に示す。横軸はネットワークのノード数 N 、縦軸は次数相関係数 r として、 $r = 0.0$ の値を黒の破線で示した。USair1 では、ネットワークが成長するにつれて次数相関係数が上昇した。特に、 α の値が大きいほどノード数に対する次数相関係数の増加は速くなる。 $m = 4$ で $\mu = 2$ の場合、 $\alpha = 0.25$ では $N = 2000$ 、 $\alpha = 0.5$ では $N = 1000$ 、 $\alpha = 0.75$ では $N = 750$ 程度で次数相関係数が正値に変化した (図 4.4(a))。次数相関係数が負値から正値に変化していることから、ネットワークの構造が変化していることが分かる。新規ノードのリンク数 m を同じ値にして仲介数 μ で比較した場合、次数相関係数の変化に大きな違いはなかった (図 4.4(a),(b)) 仲介数 μ を同じ値にして新規ノードのリンク数 m 値で比較した場合、 m 値が大きいほど同じノード数 N に対する次数相関係数 r は大きくなり、 $N = 1000$ で正値へ変化した (図 4.4(c),(d))。



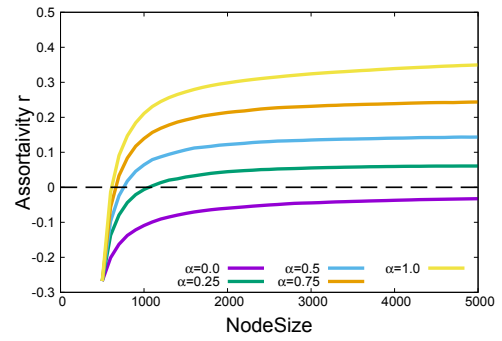
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

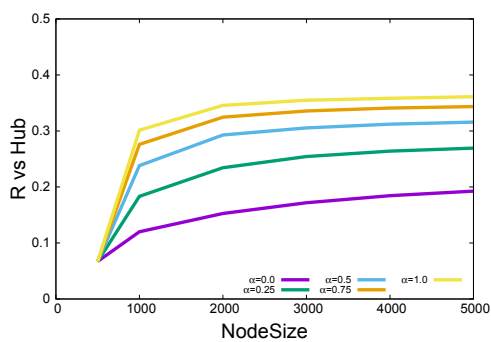


(d) $m = 10, \mu = 6$

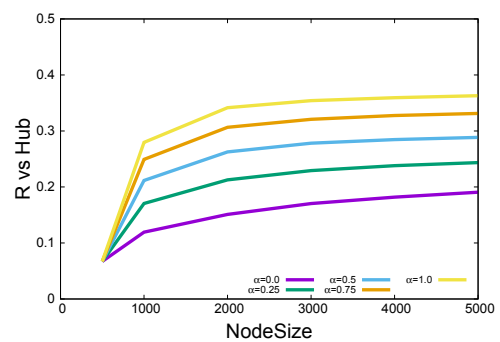
図 4.4: USair1 次数相関係数の変化

次数順攻撃に対する頑健性の変化

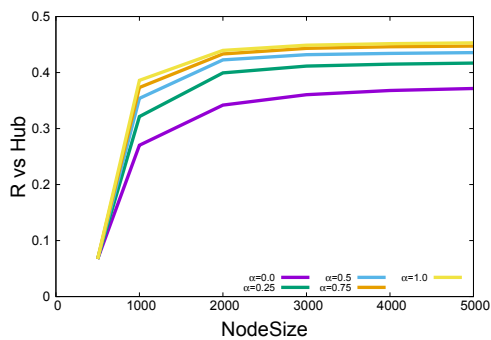
玉葱状ネットワークの条件のもう1つとして、ハブ攻撃などの悪意のある攻撃に対しての頑健性を調べたシミュレーション結果を図4.5に示す。横軸はノード数 N 、縦軸は次数順攻撃に対する頑健性指標 R とした。色分けされた各線の α の値について頑健性指標 R を比較した場合、 $\alpha \geq 0.25$ で $R = 0.06$ から $R > 0.3$ へ頑健性が向上した (図 4.5(a))。しかし、新規ノードのリンク数 m 値が同じとき、仲介数 μ が増えると R 値は下がることが分かった (図 4.5(b))。新規ノードのリンク数を $m = 10$ にすると $\alpha = 0.5, 0.75$ で $\alpha = 1.0$ と同程度まで頑健性が向上することが分かった (図 4.5(c),(d))。



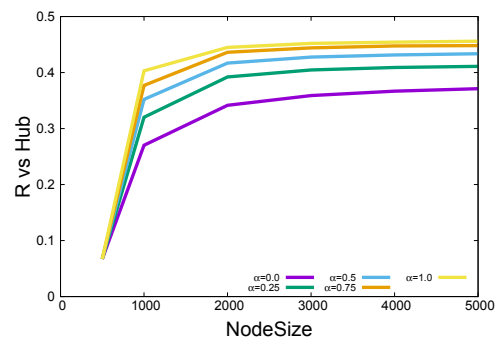
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$



(d) $m = 10, \mu = 6$

図 4.5: USair1 次数順攻撃に対する頑健性の変化

$N = 5000$ でのネットワークの最大連結成分比

$N = 5000$ まで成長させたネットワークの次数順攻撃に対してどの程度ネットワークの連結性が保たれているかを調べるため、ノード除去率に対する最大連結成分比を計算した結果を図 4.6 に示す。横軸はノード除去率 q 、縦軸はネットワークの最大連結成分比 $S(q)/N$ である。4.1 節より、USair1 の初期構造ではノード除去 $q \sim 0.2$ でネットワークの最大連結成分比 $S(q)/N$ が 0 になり、ネットワーク全体がバラバラになってしまう (図 4.2)。しかし、 $N = 5000$ までネットワークを成長させた場合、 $\alpha \geq 0.25$ では、新規ノードのリンク数 $m = 4$ 、仲介数 $\mu = 2$ のときは $q = 0.4$ (図 4.6(a))、 $m = 4$ で $\mu = 7$ のときは $q = 0.35$ 程度のノード除去まで耐えられることが分かった (図 4.6(b))。また、 $\alpha \geq 0.5$ (水色、橙、黄) ではノード除去率が $q \geq 0.4$ になるまで最大連結成分が保たれることが分かった (図 4.6(a),(b),(c),(d))。

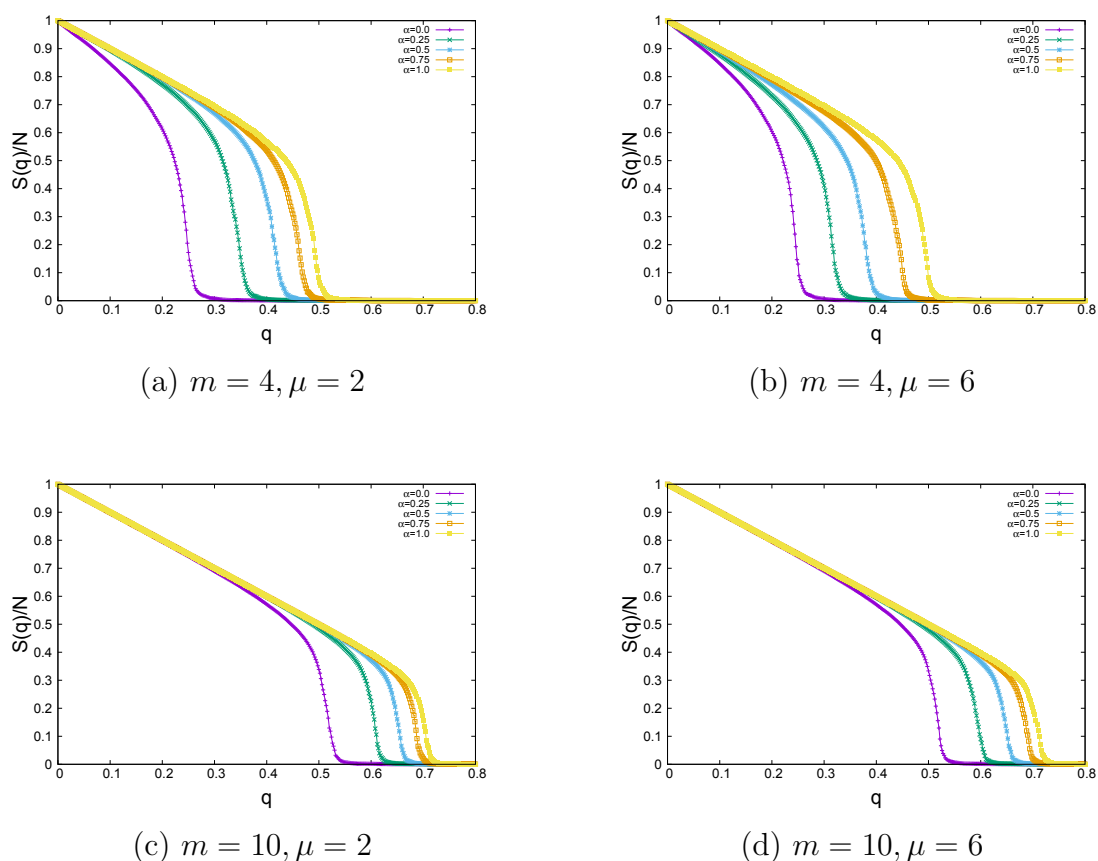
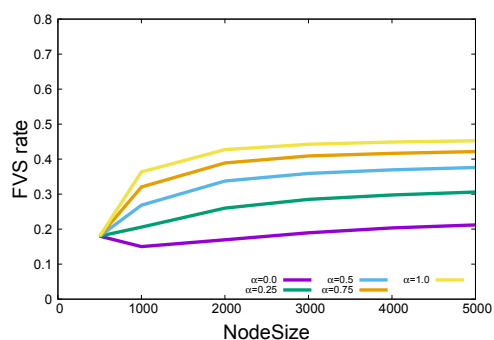


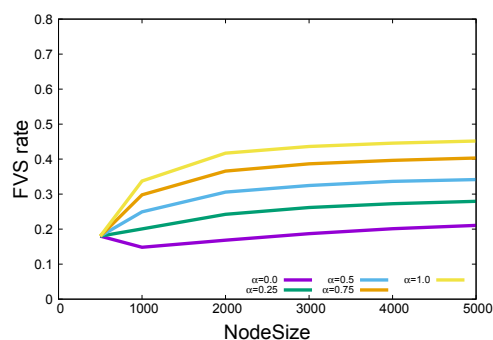
図 4.6: USair1 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比

ネットワークのノード数に対する FVS の割合の変化

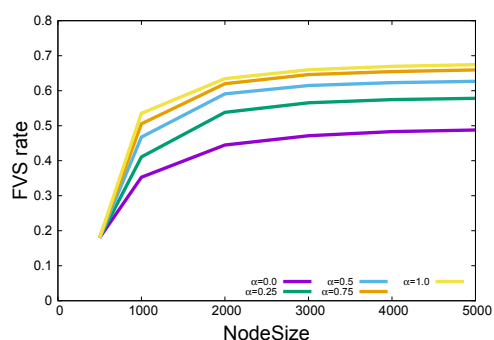
成長したネットワークのループ構造を調べるため、ネットワークのノード数に対する FVS の割合の変化を図 4.7 に示す。横軸はネットワークのノード数 N 、縦軸はノード数に対する FVS の数の割合とした。 $\alpha \geq 0.25$ のとき、 $N = 5000$ の FVS の割合は $m = 4$ では 0.3 以上、 $m = 10$ では 0.65 以上になり、初期の FVS の割合 0.18 から増加した (図 4.7(a)(c))。また $\alpha \geq 0.25$ では、ノード数に対する FVS の割合は次数順攻撃に対する頑健性 (図 4.5) と連動して増加した。逆に、新規ノードが優先的選択に従ってリンク先を選択する $\alpha = 0.0$ (紫) では $N = 1000$ では FVS の割合は下がっているが (4.7(a)(b))、頑健性は向上している (図 4.5(a)(b))。これより、ネットワークのループ強化はネットワークの頑健性を向上させる要因であることが示される。



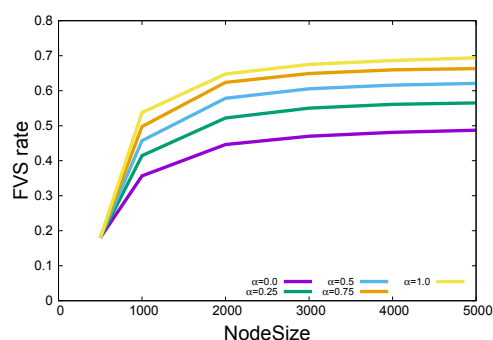
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

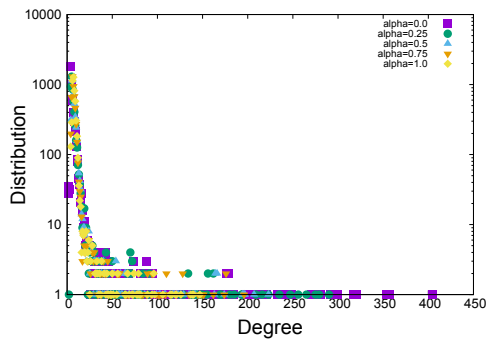


(d) $m = 10, \mu = 6$

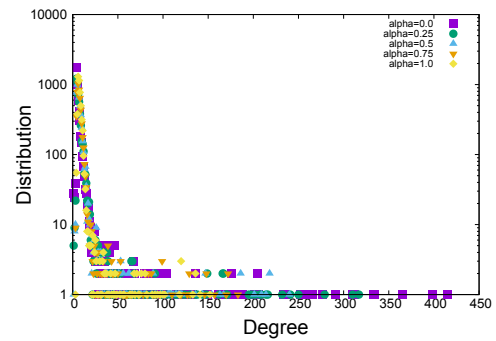
図 4.7: USair1 ノード数に対する FVS の割合の変化

$N = 5000$ でのネットワークの次数分布

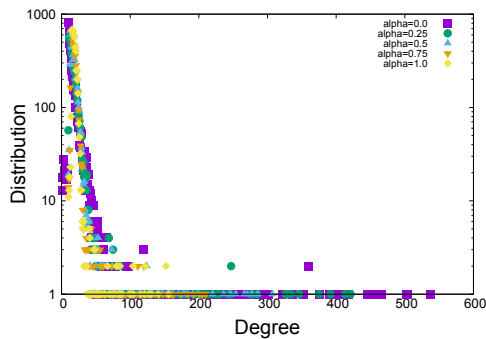
ノード数 $N = 5000$ まで成長させたネットワークの次数分布を図 4.8 に示す。横軸は次数 k 、縦軸はネットワークのノードの次数の存在確率 $p(k)$ とし、片対数グラフを用いている。4.1 節より USair1 の初期構造ではネットワークの次数分布は両対数の直線部分からべき乗分布であり (図 4.3)、スケールフリー構造のネットワークであった。 α 値が増えるほど分布のロングテールの部分が狭まり、両対数で直線のべき乗分布から片対数の直線部分が現れる指数分布へ変化していることがわかる。



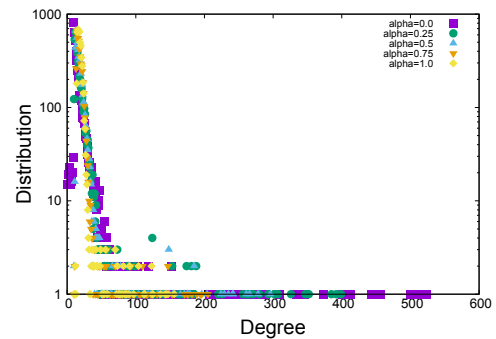
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$



(d) $m = 10, \mu = 6$

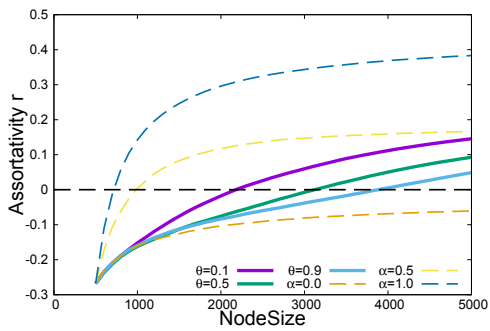
図 4.8: USair1 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布

4.2.2 S字型普及曲線に従った移行

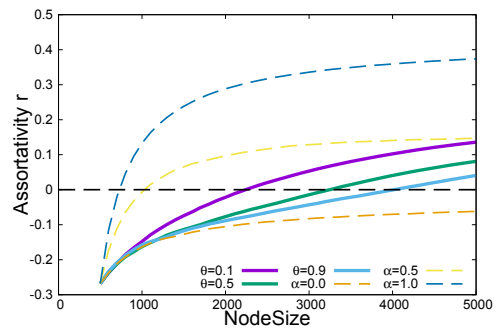
次に,3.2節で述べたS字型普及曲線に従った移行のシミュレーション結果を示す。式(3.1)におけるネットワークの成長ノード数は、 $T = 5000$ とした。すなわち、ネットワークに追加されるノード数 t が4500ノードに達したとき、新規ノードが仲介に基づいてリンク選択を行うパラメータ α が1.0になるように設定した。また、4.2.1項と同様に各指標を求めた。例として、USair1を初期構成とし、 $m = 4, 10$ 、 $\mu = 2, 6$ の結果を示す。各図において、紫実線は $\theta = 0.1$ 、緑実線は $\theta = 0.5$ 、水色実線は $\theta = 0.9$ を示す。また、4.2.1項の一定割合の移行の結果と比較するため、図4.9、図4.10、図4.12では、橙破線は $\alpha = 0.75$ 、黄破線は $\alpha = 0.5$ 、水色破線は $\alpha = 1.0$ を示し、図4.11、図4.13では $\alpha = 0.0$ を橙色、 $\alpha = 1.0$ を黄色で示している。他の現実のネットワークを初期構成としてシミュレーションを行った結果は、付録Cに掲載する。

ネットワーク成長による次数相関係数の変化

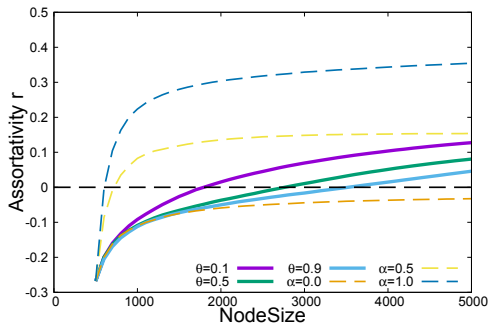
玉葱状ネットワークの条件の1つである、正の次数相関かどうかを確認するため、生成されたネットワークの次数相関係数を計算した結果を図4.9に示す。横軸はネットワークのノード数 N 、縦軸は次数相関係数 r とした。正值へ変化しているかどうかを確認するため、 $r = 0.0$ の値を黒の破線で示した。4.2.1項の一定割合の移行の結果と比較するため、橙破線は $\alpha = 0.75$ 、黄破線は $\alpha = 0.5$ 、水色破線は $\alpha = 1.0$ で移行した場合の結果を示している。USair1では、 $N = 500$ から $N = 1000$ までは、 $\alpha = 0.0$ の優先的選択に従った成長法と同じ変化をしている。その後、 $\theta = 0.1$ (紫実線)では $N = 2000$ で次数相関係数が正值になり、 $N = 5000$ では一定割合の移行手法での $\alpha = 0.5$ (黄色破線)の値にまで増加した(図4.9(b))。 $m = 4$ では $\theta = 0.5$ (緑実線)はおよそ $N = 3000$ 、 $\theta = 0.9$ (水色実線)では $N = 4000$ にて次数相関係数が正值に変化した。新規ノードのリンク数 m を同じ値にして仲介数 μ で比較した場合、次数相関係数の変化に大きな違いはなかった(図4.9(a),(b))。仲介数 μ を同じ値にして新規ノードのリンク数 m 値で比較した場合、 m 値が大きいほど次数相関係数 r が正值になるために必要なノード数が少なくなった(図4.9(a),(c))。



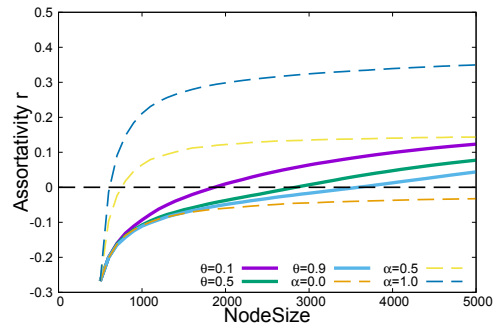
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

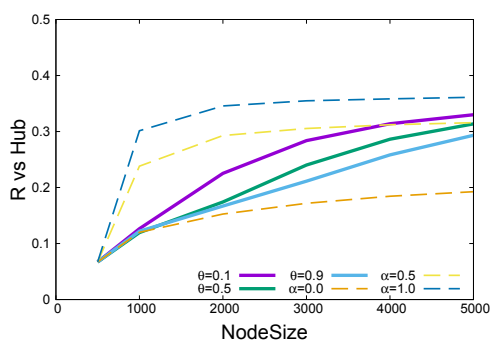


(d) $m = 10, \mu = 6$

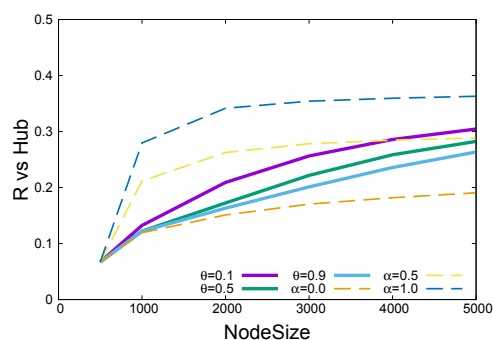
図 4.9: USair1 次数相関係数の変化

ネットワーク成長による頑健性の変化

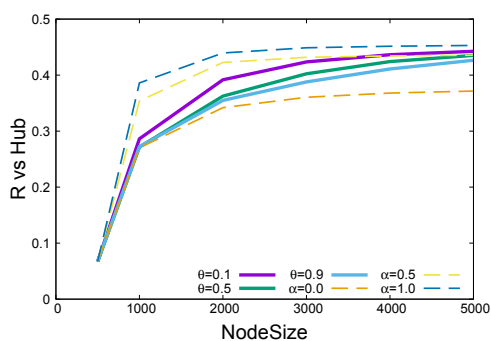
玉葱状ネットワークの条件のもう1つとして、ハブ攻撃などの悪意のある攻撃に対する頑健性を調べたシミュレーション結果を図4.10に示す。横軸はノード数 N 、縦軸は次数順攻撃に対する頑健性指標 R とした。4.2.1項の一定割合の移行の結果と比較するため、橙破線は $\alpha = 0.0$ 、黄破線は $\alpha = 0.5$ 、水色破線は $\alpha = 1.0$ で移行した場合の結果を示している。 $N = 1000$ では、頑健性指標 R は一定割合の移行 $\alpha = 0.0$ と同程度になったが、 $N = 5000$ までネットワークを成長させると、S字型普及曲線に従った移行の $\theta = 0.1$ (紫実線) が、一定割合での移行 $\alpha = 0.5$ (黄色破線) よりも高くなることが分かった。また、 $\theta = 0.5$ (緑実線)、 $\theta = 0.9$ (水色実線) でも R 値が0.3程度にまで上昇し、頑健なネットワークへ変化していることが分かった (図4.10(a))。新規ノードのリンク数を $m = 10$ にすると、 $N = 5000$ では一定割合の移行 $\alpha = 1.0$ と同程度にまで頑健性が向上することが分かった (4.10(c)(d))。



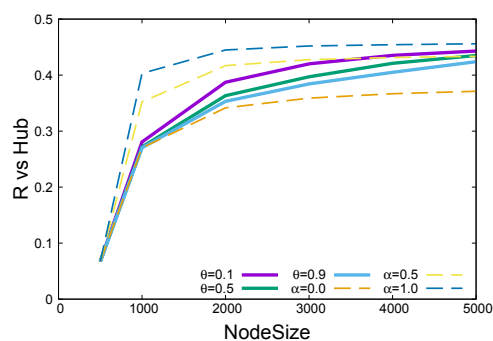
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

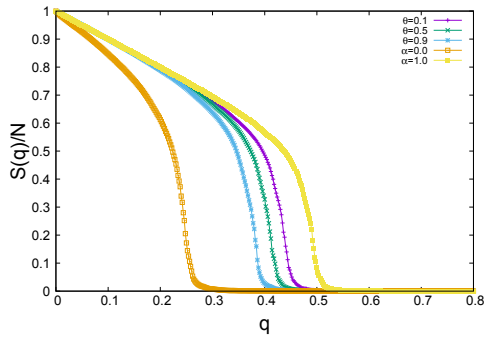


(d) $m = 10, \mu = 6$

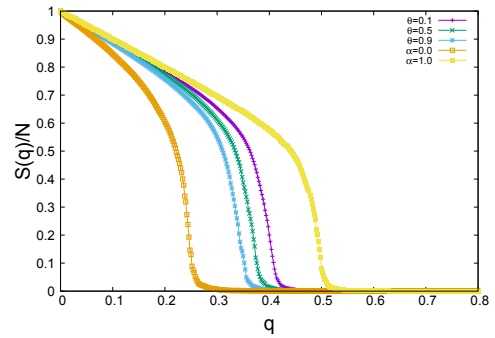
図 4.10: USair1 次数順攻撃に対する頑健性の変化

$N = 5000$ でのネットワークの最大連結成分

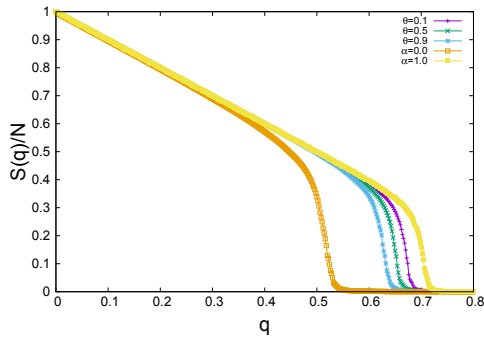
$N = 5000$ まで成長させたネットワークの次数順攻撃に対してどの程度ネットワークの連結性が保たれているかを調べるため、ノード除去率に対する最大連結成分比を計算した結果を図 4.11 に示す。横軸はノード除去率 q 、縦軸はネットワークの最大連結成分比 $S(q)/N$ である。4.2.1 項の一定割合の移行の結果と比較するため、橙色は $\alpha = 0.0$ 、黄色は $\alpha = 1.0$ で移行した結果を示している。普及曲線に応じた移行を行った場合、新規ノードのリンク本数 $m = 4$ 、仲介数 $\mu = 2$ では、ノード除去率 $q \geq 0.4$ までネットワークの連結性が保たれることが分かった (4.12(a))。



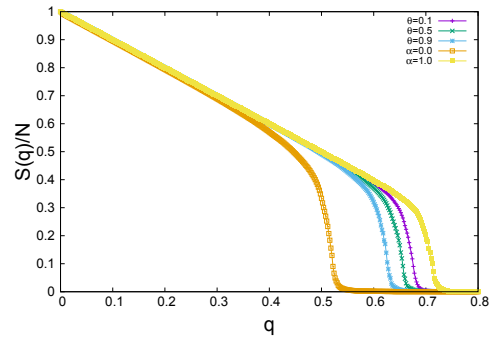
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

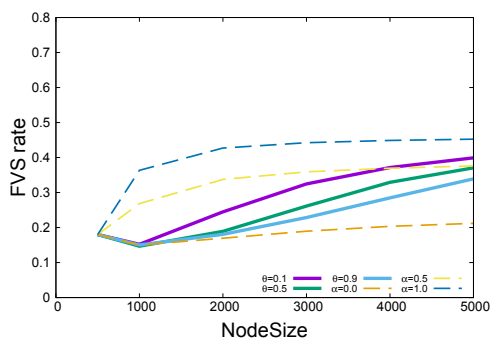


(d) $m = 10, \mu = 6$

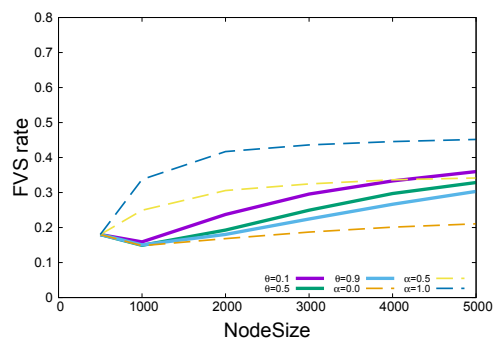
図 4.11: USair1 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比

ネットワーク成長によるノード数に対する FVS の割合の変化

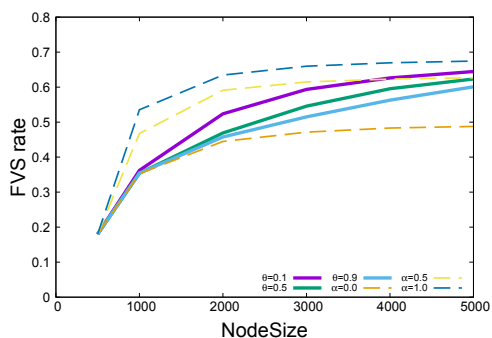
成長したネットワークのループ構造を調べるため、ネットワークのノード数に対する FVS の割合の変化を図 4.12 に示す。横軸はネットワークのノード数 N 、縦軸はノード数に対する FVS の数の割合とした。4.2.1 項の一定割合の移行の結果と比較するため、橙破線は $\alpha = 0.75$ 、黄破線は $\alpha = 0.5$ 、水色破線は $\alpha = 1.0$ で移行した場合の結果を示している。新規ノードのリンク数で比較した場合、 $N = 5000$ での FVS の割合は、初期の 0.18 から $m = 4$ では 0.3 以上、 $m = 10$ では 0.6 以上へ増加した (4.12(a)(b))。閾値 θ で比較した場合、 $\theta = 0.1$ 、 $\theta = 0.5$ では、 $n = 5000$ での FVS の割合は一定割合の移行 $\alpha = 0.5$ と同程度にまで増加した (図 4.7 紫実線、緑実線、黄色破線)。普及曲線に応じた移行法では、 $N = 1000$ では一定割合の移行 $\alpha = 0.0$ (橙破線) とほぼ同じ値になっているが、 $N = 2000$ 以降は FVS の割合が増加に転じている (図 4.12(a))。普及曲線に従った移行法では、 $N = 1000$ では新規ノードが仲介に基づいた成長法を選択する確率 α 値が $\alpha < 0.1$ と小さく、優先的選択を選ぶ確率が大きい。そのため、ネットワークにループ構造が構築されにくく、FVS の割合も低下していると考えられる。



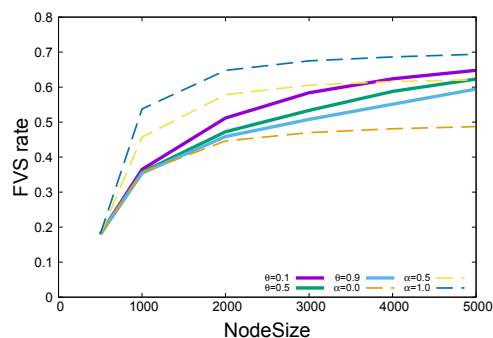
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

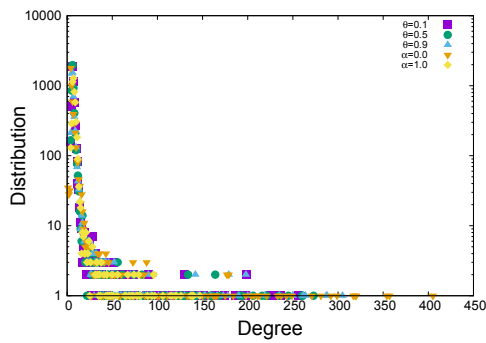


(d) $m = 10, \mu = 6$

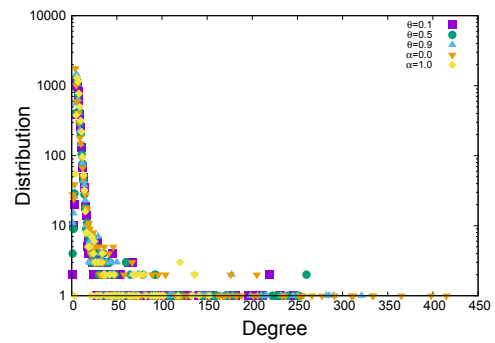
図 4.12: USair1 ノード数に対する FVS の割合の変化

$N = 5000$ でのネットワークの次数分布

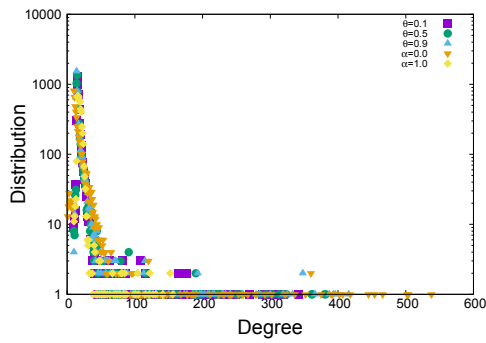
ノード数 $N = 5000$ まで成長させたネットワークの次数分布を図 4.13 に示す。横軸は次数 k 、縦軸はネットワークのノードの次数の存在確率 $p(k)$ とし、片対数グラフを用いて示している。4.2.1 項の一定割合の移行の結果と比較するため、橙色は $\alpha = 0.0$ 、黄色は $\alpha = 1.0$ で移行した結果を示している。S 字型普及曲線に従った移行方法では、分布のロングテールの部分が一定割合での移行 $\alpha = 0.0$ より狭く、 $\alpha = 1.0$ よりは広がっていることが分かった。



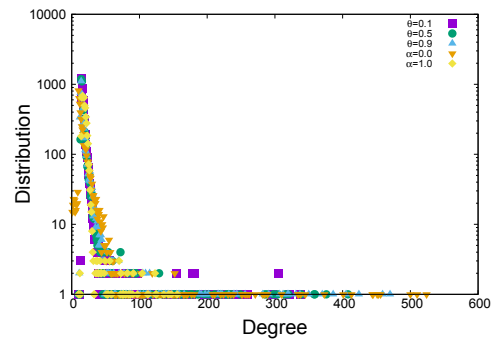
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$



(d) $m = 10, \mu = 6$

図 4.13: USair1 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布

第5章 協調的な成長法への移行

本章では、社会行動としての模倣についてふれ、どのようにすればネットワーク成長法が移行できるかについて社会学的な観点から考察する。

5.1 社会行動の模倣

20世紀以前には、人々の行動は「合理的経済人」としてふるまうと考えられていた。合理的経済人とは、各個人が意思決定する際に、与えられた選択肢に対して普遍の嗜好を持ち、入手可能な情報を全て集め、あらゆる状況に対して最適な選択を行うという考え方である。その前提として、各個人はすべての選択肢を知り、利益を最大化・リスクを最小化するような選択肢を選ぶと考えられていた。一方、宗教弾圧や警察の暴徒対応による反発や、政府や当局の規制に対する予測とは真逆の行動など、過去の様々な事例から、人々は合理的経済人の前提では考えられないような明らかにリスクの大きい選択肢を選んでしまう傾向もある [26]。実際、現代では各個人が与えられた選択肢に対してすべての情報を得ることは不可能であることは明らかである。特に不確実な状況や情報入手においては、各個人は今まで自分たちが得てきた「経験」から「直観的」に物事を判断する傾向もある [26]。さらに、人々は合理的な選択ではなく、むしろ積極的に他人を模倣していると考えた方が無理がない。また、新しい製品やサービスなどは、イノベーションよりもむしろイミテーション (模倣) を行った者がより大きな成功を収めているケースのほうが多いことも指摘されている [28]。

5.2 ネットワークにおける結合選択の模倣

ネットワークの結合選択にも模倣が見て取れる。タンパク質の相互作用のモデルとして考えられたリンクの複写に基づく Duplication-Divergence モデル [7] は、新規ノードが追加されたとき、一様ランダムに選択されたノードの結合形態が複写され、新ノードと選択された隣のノードにリンクが張られる。このモデルでは、リンクを多く持つノードがより複写の対象に選ばれやすくなり、結果的に優先的選択を行う [5]。残念ながら現状では、意識的には効率を重視する利己的な考えから、無意識的には他のノードの複写 (模倣) まで、意識・無意識に関わらず優先的選択が生じてしまう。結果、脆弱なネットワークが構築されてしまうと考えられる。

5.3 模倣の原理

模倣について社会学の立場から研究を行ったガブリエル・タルドは、人間の模倣行動は社会に広く見られる現象であると考えた [29][30]。タルドによると、人間の模倣行動は自覚的あるいは無自覚的に行われ、特許から言語、宗教といったあらゆる種類の社会現象に対して行われる。模倣が行われる論理的原因については、「特定の発明を他のものと比較して、確立された目的や原理に最もよく合致していたため選択した場合にのみ、人々の間に伝わる」 [30] ことになる。すなわち、モデルそのものの価値がより高いものが模倣され、同じ目的を持ったモデルが並立した場合には、より目的に合ったモデルが模倣の対象となり人々の間に広がることになる。例えば、同じ目的地に行くのであれば、より速度の速い交通手段が遅い交通手段を淘汰して広がることになる。さらに、模倣行動には慣行と流行の模倣の法則がある [29][30]。人々の思想や行動は模倣行動によって広まり、その模倣の対象となっているものが社会の伝統や慣行であったり、同時代の所属集団外の行動様式であったりする。前者の、過去や慣習のモデルに模倣を見出すことを「慣習模倣」、後者の所属集団外の行動様式を積極的に取り入れようとするを「流行模倣」と呼ぶ。歴史的に見ると慣行模倣と流行模倣は繰り返されている。慣行模倣が優勢の時代に、ある時外部から新しいものを取り入れようとする変革の動き、つまり流行模倣が発生する。これにより、流行の波が人々の間に広く取り入れられ、過去の慣行や伝統は忘れ去られる。その後、時間が経つにつれて流行の中から再び慣行として集団内に取り入れられて固定化されるものが出てくる。

5.4 協調的なネットワークへ移行するには

仲介に基づいた成長法は優先的選択と比較して、ネットワーク頑健性が高く効率も良いことも分かっている [12][13]。しかしながら、人々は外部からの圧力による変化に対してストレスを感じ、変化に対して抵抗する傾向がある [31]。そこで、デメリットを無くしメリットを保持したまま頑健性を向上させる目的に合致すれば、優先的選択という慣行模倣から仲介に基づいた選択という新しい結合選択の流行模倣が発生し、それが再び慣行模倣として集団内に取り入れられて固定化することによってネットワーク成長法を移行できると期待される。また、リンクの複写のようなランダムに選択された隣接ノードの直接的なリンクの模倣から仲介という仕組みを模倣することも重要である。2.2.2項でも述べたように、新規ノードは仲介先の中で次数が最小のノードを選択してリンクをする。利己主義を捨てて仲介先の相手を信頼し、次数が少ないノード、すなわち弱者にもチャンスを与えるようなリンク選択を模倣することにより、頑健で効率の良いネットワークへ移行できると期待される。

第6章 おわりに

本研究では、利己的な優先的選択から協調的な仲介に基づいた選択にネットワーク成長法を移行させる手法について検討し、数値シミュレーションを用いてその有効性について検証した。また、社会学の観点から、仲介に基づいた成長法へ移行するための要因についても考察した。

6.1 まとめ

以下に本研究の結果をまとめる

- 一定割合の移行において、ノードを追加しながら頑健性を向上させることが確認できた。特に、新規ノードが仲介に基づいた選択を行う確率が例え25%でも、頑健性が初期値 $R = 0.06$ の脆弱なネットワークから $R \geq 0.25$ の頑健なネットワークへと変化させることができる。
- S字普及曲線に従った移行において、ネットワークの頑健性が $R = 0.06$ から $R > 0.25$ まで向上し、ノード数 $N = 5000$ までネットワークを成長させれば、一定割合の移行での $\alpha = 0.5$ と同程度の頑健なネットワークへと変化させることができる。
- 現状では、意識・無意識に関わらず優先的選択に基づいた脆弱なネットワークが構築されてしまう。デメリットを無くしメリットを保持したまま頑健性を向上させるという目的に合致し、利己主義を捨て弱者にチャンスを与えるような仲介という仕組みを模倣すれば、頑健な仲介に基づいたネットワークへと移行可能であると期待される。

6.2 今後の展望

今後の研究課題として、本研究では新規ノードがS字型普及曲線に従った確率で仲介に基づく選択を行ったが、より現実的な状況では普及率の停滞や減速などが起こりうると考えられる。そのような状況を勘案したシミュレーションを行うことで、より現実的な結果を得られる可能性がある。また、ネットワークの初期構成によってノード間のリンクや仲介先への信頼の意味が変わると予想できるので、それら各々の意味を詳細に調査することが必要であると考えられる。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、適切な指導を賜った主任研究指導教員である北陸先端科学技術大学院大学先端科学技術研究科 林幸雄教授に深く感謝申し上げます。また、副主任指導教員として本研究に対する有益な助言を賜りました金沢大学自然科学研究科 坂元二郎教授に感謝申し上げます。最後に、大学院での研究生活を有意義にしてくれた研究室メンバーにも感謝します。

参考文献

- [1] A. -L. Barabási, (青木 薫 訳), 新ネットワーク思考, NHK 出版, 2002.
- [2] M. Buchanan, (阪本 芳久 訳), 複雑な世界, 単純な法則, 草思社, 2005.
- [3] A. -L. Barabási and R. Albert, "Emergence of scaling in random networks," *Science*, Vol.286, pp.509-512, (1999).
- [4] A. -L. Barabási, R. Albert and H. Jeong, "Mean-field theory for scale-free random networks," *Physica A*, Vol.272, pp.173-187, (1999).
- [5] 林 幸雄, 自己組織化する複雑ネットワーク, 近代科学社, 2014.
- [6] R. Albert, H. Jeong and A.-L. Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks," *Nature*, Vol.406.6794, pp.378-382, (2000).
- [7] R. V. Solé, R. Pastor-Satorras, E. R. Smith and T. B. Kepler, "A model of large-scale proteome evolution," *Advances in Complex Systems*, Vol.5, pp.43-54, (2002).
- [8] H. J. Herrmann, C. M. Schneider, A. A. Moreira, J. S. Andrade Jr and S. Havlin, "Onion-like network topology enhances robustness against malicious attacks," *Journal of statistical*, Vol.2011.01, pp.01027, (2011).
- [9] Z. -X. Wu and P. Holme, "Onion structure and network robustness," *Physical Review E*, Vol.84(2), pp.026106, (2011).
- [10] T. Tanizawa, S. Havlin and H. E. Stanley, "Robustness of onion-like correlated networks against targeted attacks," *Physical Review E*, Vol.85, pp.046109, (2012).
- [11] Y. Hayashi, "Growing self-organized design of efficient and robust complex network," 2014 IEEE Eighth International Conference on Self-Adaptive and Self-Organizing Systems, pp.50-59, (2014).
- [12] Y. Hayashi, "A new design principle of robust onion-like network self-organized in growth," *Network Science*, Vol.6(1), pp.54-70, (2018).

- [13] Y. Hayashi and N. Uchiyama, "Onion-like networks are both robust and resilient," *Scientific Reports*, Vol.8(1), pp.1-13, (2018).
- [14] 佐藤 淳郎, 織田 進, *グラフ理論の基礎・基本*, 牧野書店, 2010.
- [15] M. E. J. Newman, "Assortative mixing in networks," *Physical Review Letters*, Vol.89(20), pp.208701, (2002).
- [16] M. E. J. Newman, *Networks: an introduction*, Oxford university press, 2010.
- [17] C. Scneider, A. A. Moreira, J. S. Andrade Jr, S. Havlin and H. J. Herrmann, "Mitigation of malicious attacks on networks," *Proceeding of the National Academy of Sciences*, Vol.108.10, pp.3838-3841, (2011).
- [18] H. -J. Zhou, "Spin glass approach to the feedback vertex set problem," *The European Physical Journal B*, Vol.86, pp.455, (2013).
- [19] A. -L. Barabási, (池田 祐一 他訳), *ネットワーク科学*, 共立出版, 2019.
- [20] 西口 敏宏, 辻田 素子, *コミュニティ・キャピタル論*, 光文社新書, 2017.
- [21] 桑原 武夫, *マーケティングと消費者行動*, 有斐閣, 1992.
- [22] E. M. Rogers, (青池 慎一 訳), *イノベーション普及学*, 産業能率大学出版部, 1990.
- [23] 林 幸雄, "フィードバック連想記憶モデルによる手書き文字の認識・学習," *電子情報通信学会論文誌*, Vol.J75-D-II, No.5, pp.956-964, (1992).
- [24] M. Braun, (一楽 重雄 他訳), *微分方程式:その数学と応用 (上巻)*, シュプリンガー・フェアラーク東京, 2001.
- [25] <https://sites.google.com/site/cxnets/usairtransportationnetwork>.
- [26] P. Ormerod, (望月 衛 訳), *経済は「予想外のつながり」で動く*, ダイヤモンド社, 2015.
- [27] M. Buchanan, (阪本 芳久 訳), *人は原子, 世界は物理法則で動く*, 白揚社, 2009.
- [28] O. Shenkar, (井上 達彦 監訳), *コピーキャット*, 東洋経済新報社, 2013.
- [29] 横山 滋, *模倣の社会学*, 丸善, 1991.
- [30] 池田 祥英, *タルド社会学への招待*, 学文社, 2009.
- [31] 小田 理一郎, *マンガでやさしく分かる学習する組織*, 日本能力協会マネジメントセンター, 2017.

目 次

1	USair2 可視化	3
2	Facebook2 可視化	5
3	Email 可視化	7
4	Polblog 可視化	9
5	USair2 次数相関係数の変化	11
6	USair2 次数順攻撃に対する頑健性の変化	12
7	USair2 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	13
8	USair2 ノード数に対する FVS の割合の変化	14
9	USair2 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	15
10	Facebook 次数相関係数の変化	16
11	Facebook 次数順攻撃に対する頑健性の変化	17
12	Facebook $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	18
13	Facebook ノード数に対する FVS の割合の変化	19
14	Facebook $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	20
15	Email 次数相関係数の変化	21
16	Email 次数順攻撃に対する頑健性の変化	22
17	Email $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	23
18	Email ノード数に対する FVS の割合の変化	24
19	Email $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	25
20	polblog 次数相関係数の変化	26
21	polblog 次数順攻撃に対する頑健性の変化	27
22	polblog $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	28
23	polblog ノード数に対する FVS の割合の変化	29
24	polblog $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	30
25	USair2 次数相関係数の変化	32
26	USair2 次数順攻撃に対する頑健性の変化	33
27	USair2 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	34
28	USair2 ノード数に対する FVS の割合の変化	35
29	USair2 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	36
30	Facebook 次数相関係数の変化	37
31	Facebook 次数順攻撃に対する頑健性の変化	38
32	Facebook $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	39

33	Facebook ノード数に対する FVS の割合の変化	40
34	Facebook $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	41
35	Email 次数相関係数の変化	42
36	Email 次数順攻撃に対する頑健性の変化	43
37	Email $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	44
38	Email ノード数に対する FVS の割合の変化	45
39	Email $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	46
40	polblog 次数相関係数の変化	47
41	polblog 次数順攻撃に対する頑健性の変化	48
42	polblog $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比	49
43	polblog ノード数に対する FVS の割合の変化	50
44	polblog $N = 5000$ でのネットワークの次数分布	51

表 目 次

1	USair2 基本特性	2
2	Facebook2 基本特性	4
3	Email 基本特性	6
4	Polblog 基本特性	8

付録 A: シミュレーションに用いた現実のネットワークの基本特性

付録 A では、本研究の数値シミュレーションに用いた現実のネットワークデータの基本特性を示す。

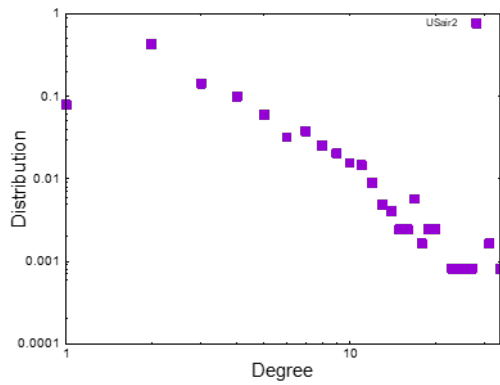
データ出典:F. Radicchi, "Predicting percolation thresholds in networks," Physical Review E, Vol.91, pp.010801(R), (2015).

- USair2:<http://konect.uni-koblenz.de/networks/maayan-faa>
- Facebook:<http://konect.uni-koblenz.de/networks/opsahl-ucsocial>
- Email:<http://deim.urv.cat/~alexandre.arenas/data/welcome.htm>
- Polblogs:<http://www-personal.umich.edu/~mejn/netdata/>

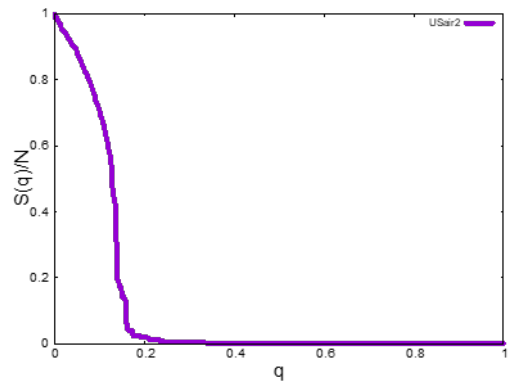
USair2

表 1: USair2 基本特性

ノード数 N	1226
ネットワークの総リンク数 M	2408
平均次数 $\langle k \rangle$	3.92
最大次数 k	34
次数相関係数 r	-0.015203
次数順攻撃に対する頑健性 R	0.114505
ノード数に対する FVS の割合	0.108



(a) USair2 次数分布



(b) USair2 ノード除去率に対する最大連結成分比

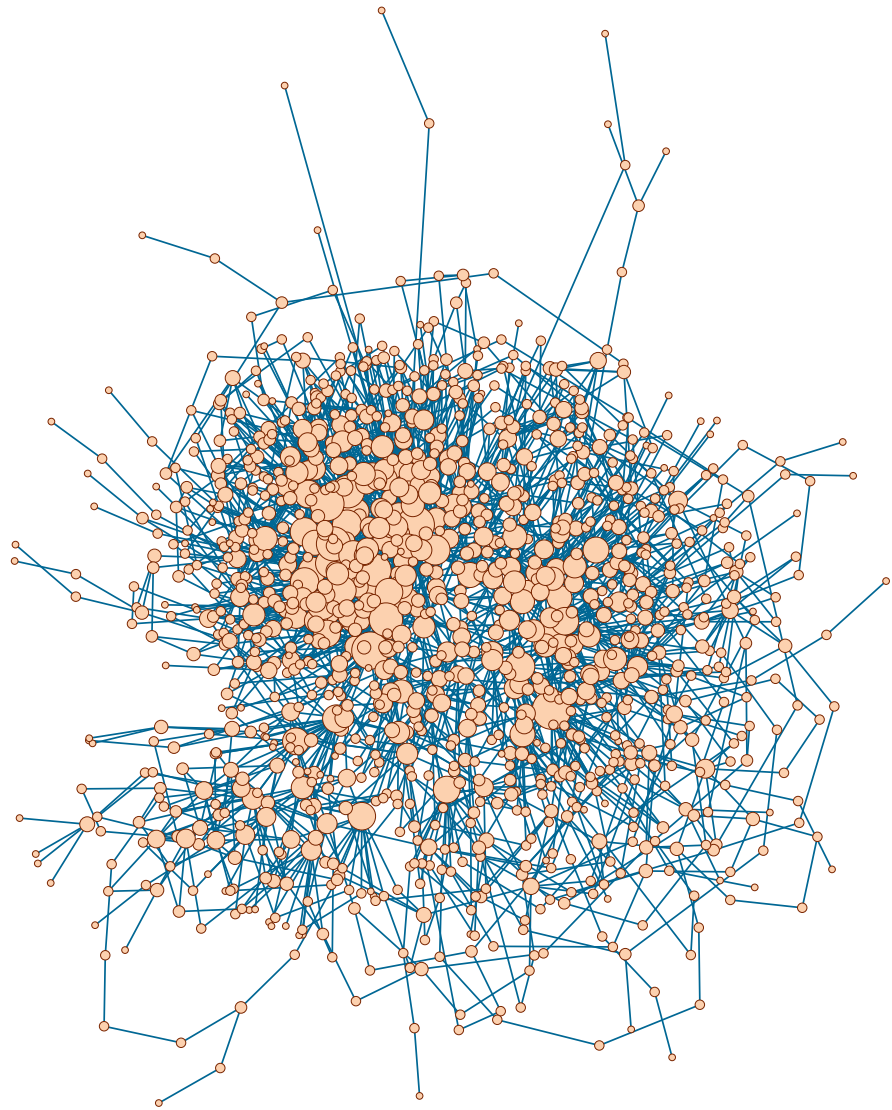
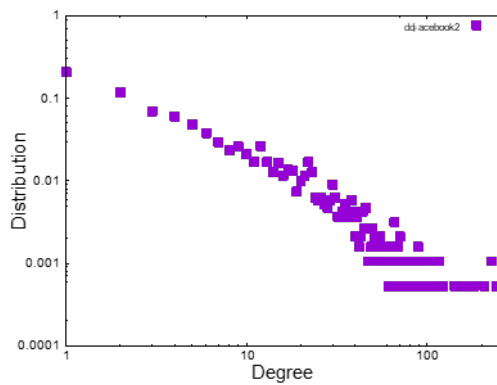


图 1: USair2 可視化

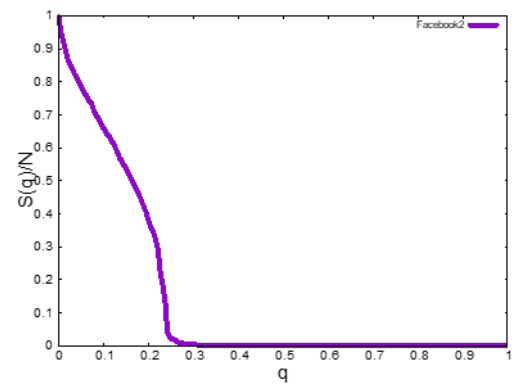
Facebook2

表 2: Facebook2 基本特性

ノード数 N	1899
ネットワークの総リンク数 M	13838
平均次数 $\langle k \rangle$	14.57
最大次数 k	255
次数相関係数 r	-0.187776
次数順攻撃に対する頑健性 R	0.145414
ノード数に対する FVS の割合	0.226962



(a) Facebook2 次数分布



(b) Facebook2 ノード除去率に対する最大連結成分比

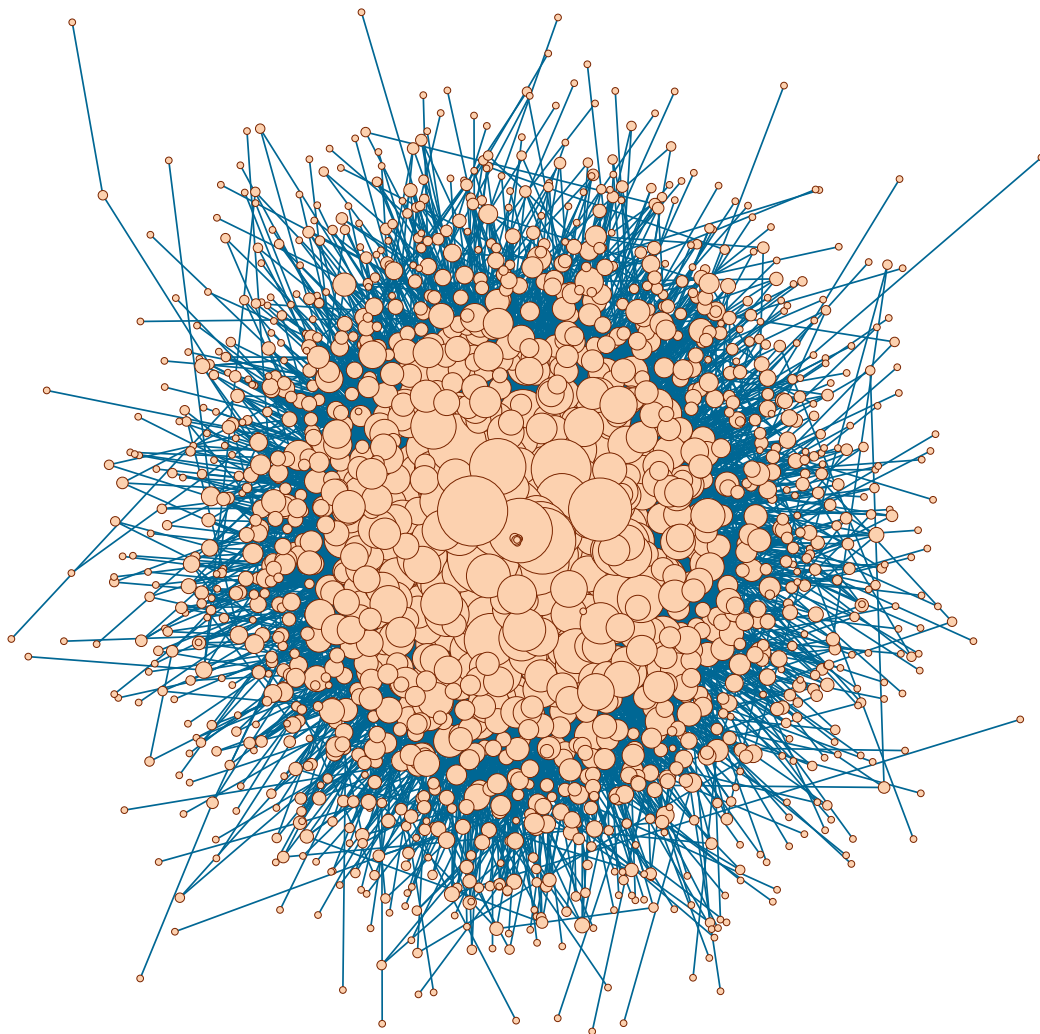


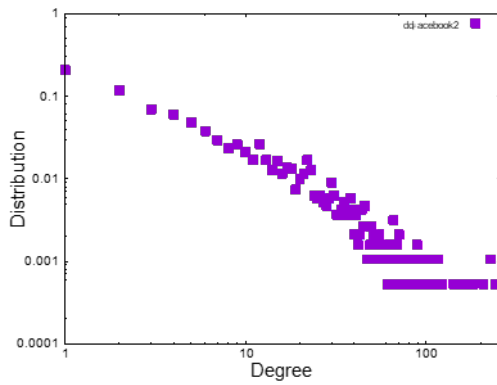
图 2: Facebook2 可視化



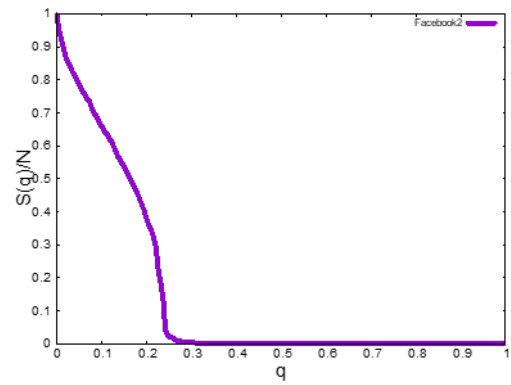
Email

表 3: Email 基本特性

ノード数 N	1133
ネットワークの総リンク数 M	5451
平均次数 $\langle k \rangle$	9.62
最大次数 k	71
次数相関係数 r	0.078201
次数順攻撃に対する頑健性 R	0.225599
ノード数に対する FVS の割合	0.326566



(a) Email 次数分布



(b) Email ノード除去率に対する最大連結成分比

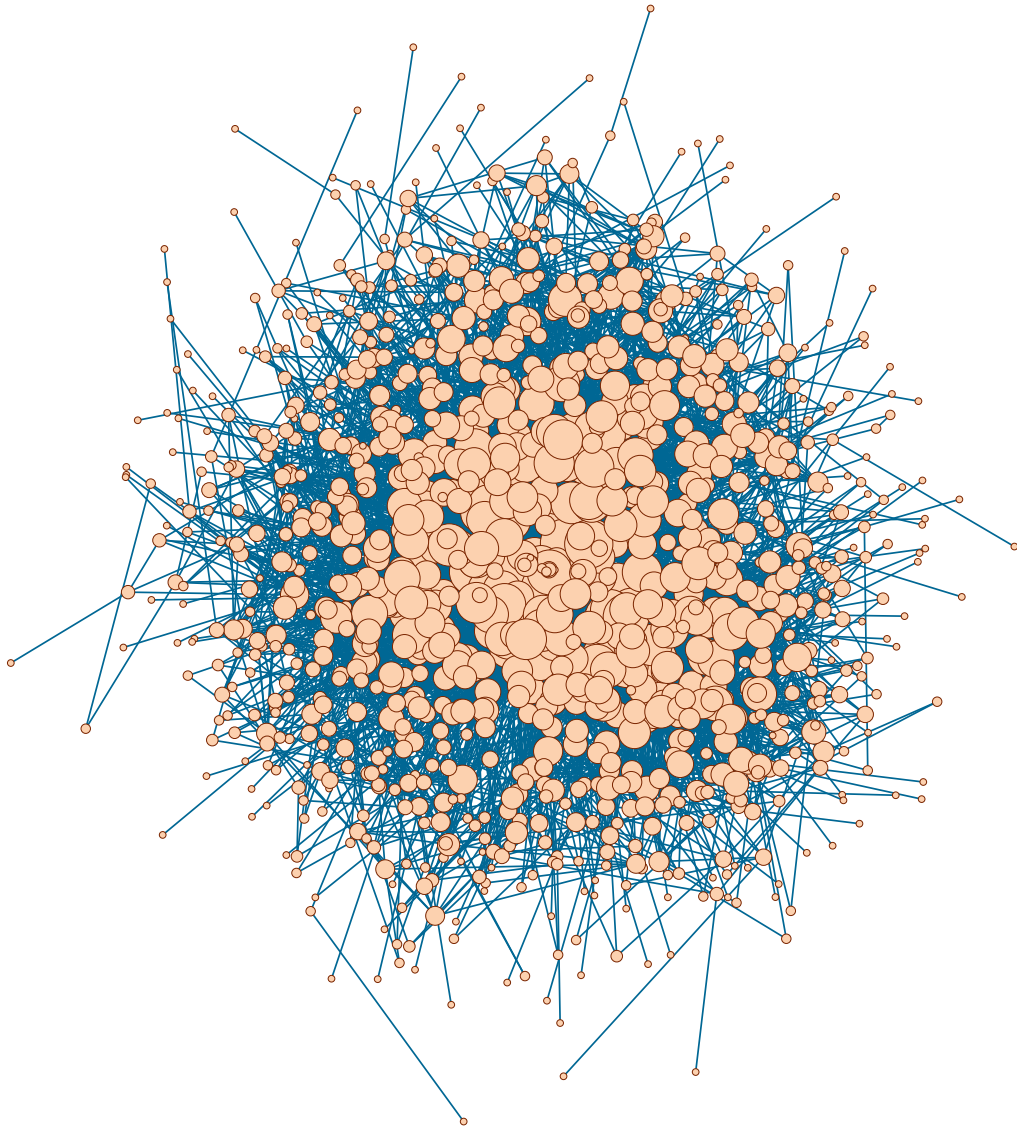
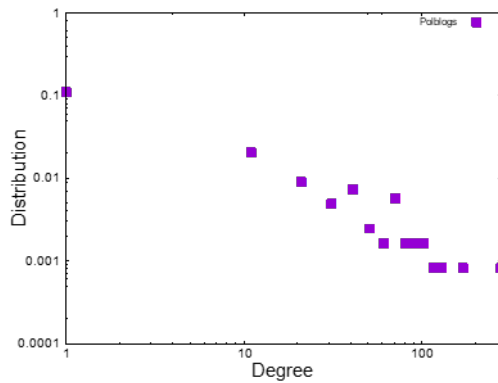


图 3: Email 可視化

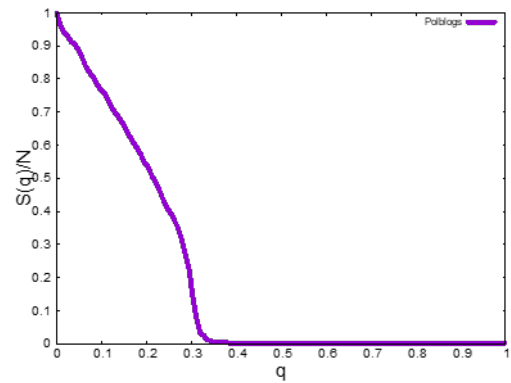
Polblog

表 4: Polblog 基本特性

ノード数 N	1222
ネットワークの総リンク数 M	16714
平均次数 $\langle k \rangle$	27.35
最大次数 k	351
次数相関係数 r	-0.221328
次数順攻撃に対する頑健性 R	0.194564
ノード数に対する FVS の割合	0.292962



(a) Polblog 次数分布



(b) polblog ノード除去率に対する最大連結成分比

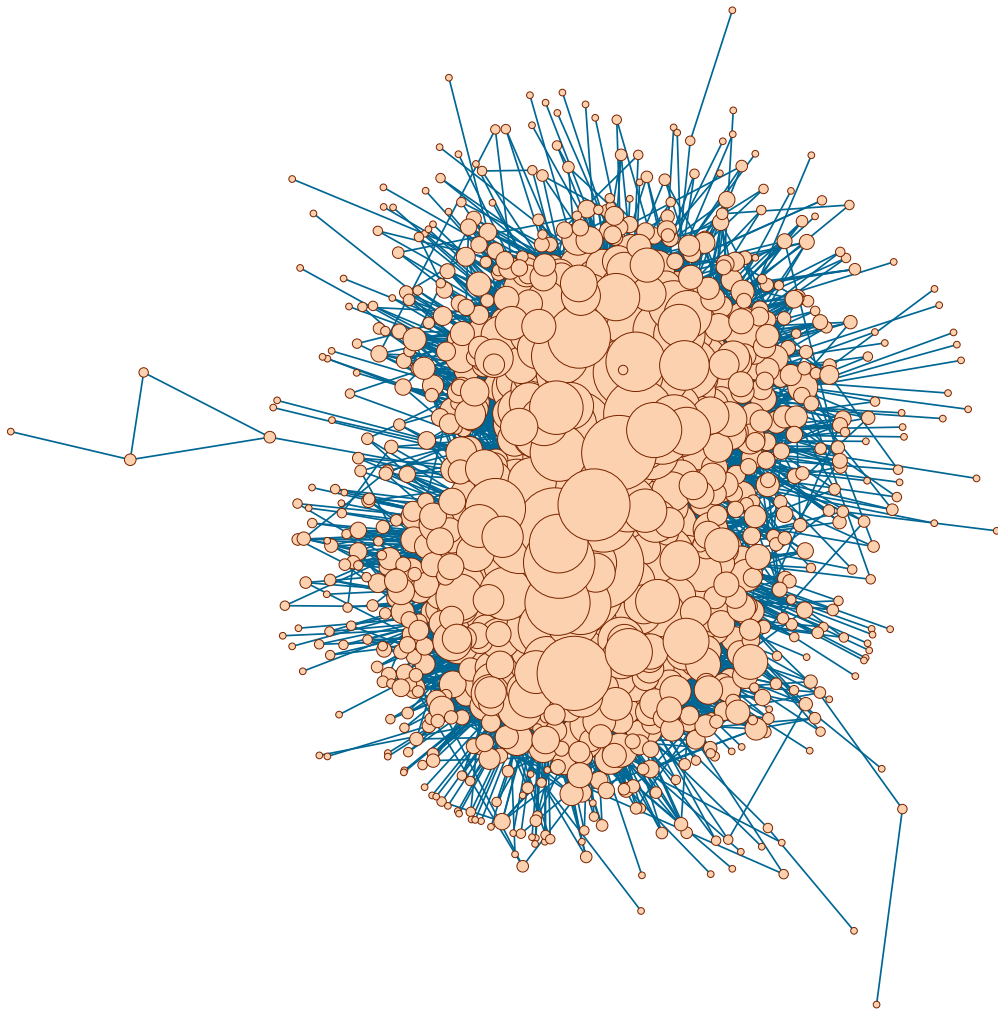
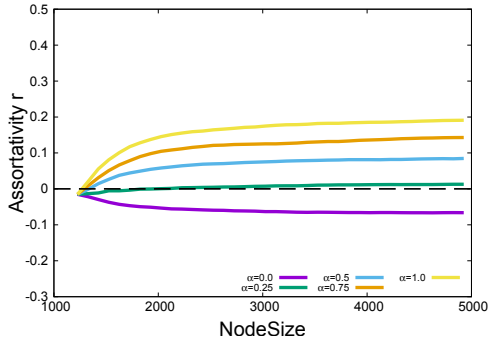


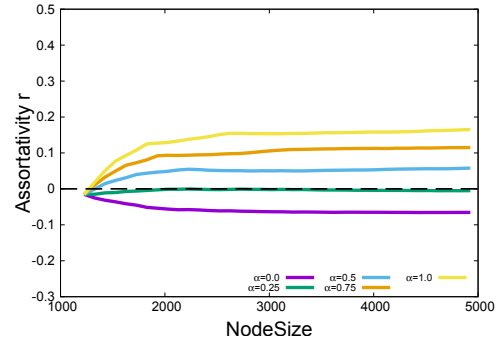
图 4: Polblog 可視化

付録 B

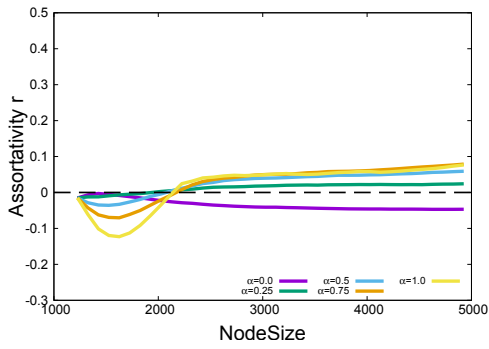
付録 B では、一定割合の移行についてシミュレーションを行った結果を示す。付録 A で述べた USair2, Facebook, Email, Polblog を初期ネットワークとして、ノード数 $N = 5000$ まで成長させた。USair2, Email, Polblog は、新ノードが持つリンク数 $m = 4, 10$, 仲介数 $\mu = 2, 6$ について示す。Facebook2 は $m = 4, 8, \mu = 2, 6$ について示す。各図において、各図において、紫実線は $\alpha = 0.0$ 、緑実線は $\alpha = 0.25$ 、水色実線は $\alpha = 0.5$ 、橙実線は $\alpha = 0.75$ 、黄実線は $\alpha = 1.0$ を示している。次数相関係数の変化の図では、次数相関係数 $r = 0.0$ の値を黒の破線で示している。



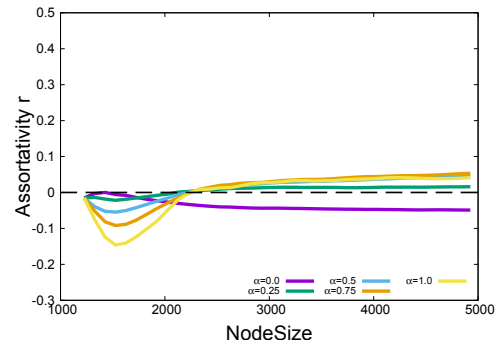
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

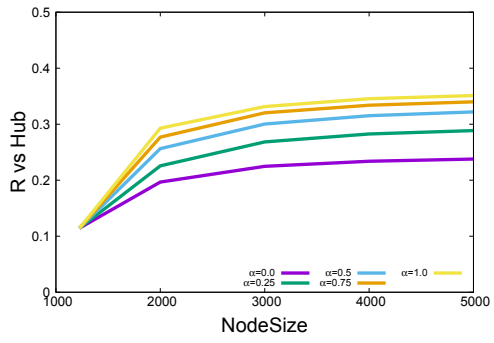


(c) $m = 10, \mu = 2$

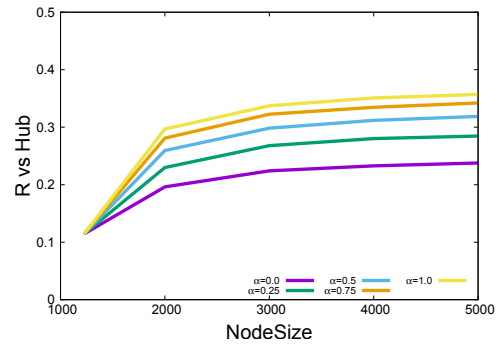


(d) $m = 10, \mu = 6$

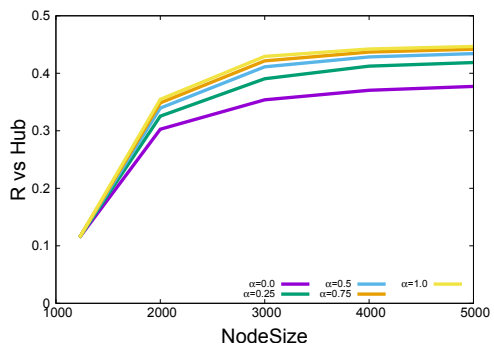
図 5: USair2 次数相関係数の変化



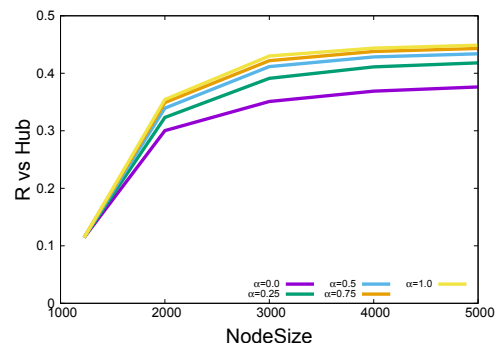
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

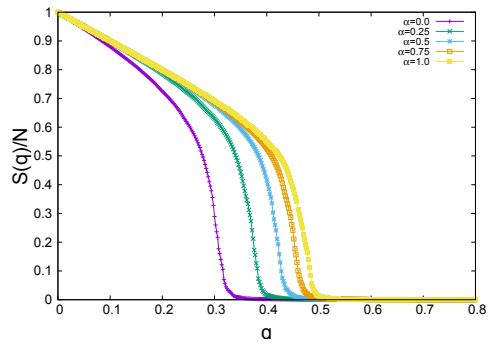


(c) $m = 10, \mu = 2$

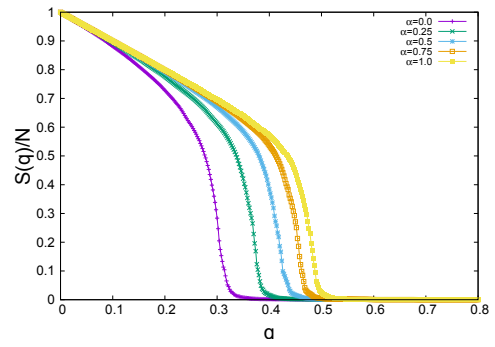


(d) $m = 10, \mu = 6$

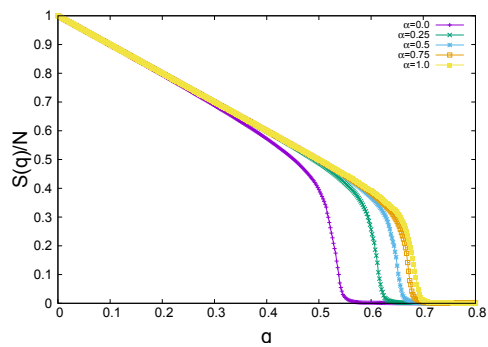
図 6: USair2 次数順攻撃に対する頑健性の変化



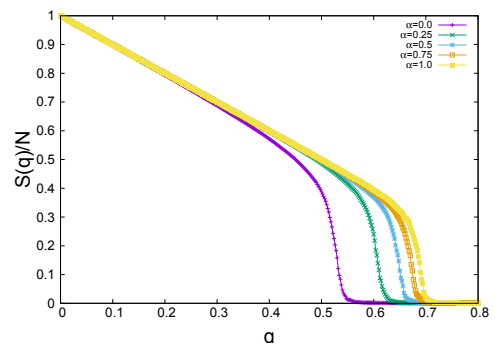
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

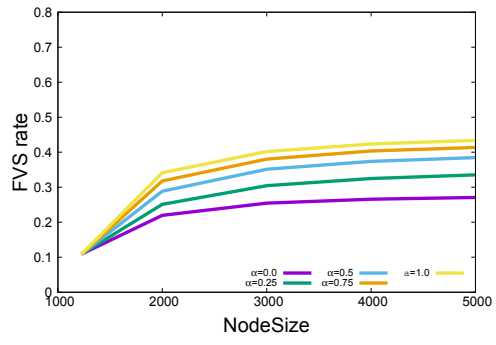


(c) $m = 10, \mu = 2$

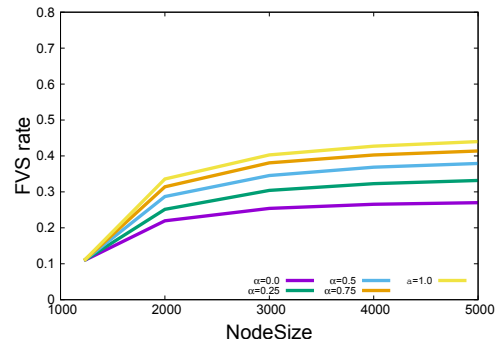


(d) $m = 10, \mu = 6$

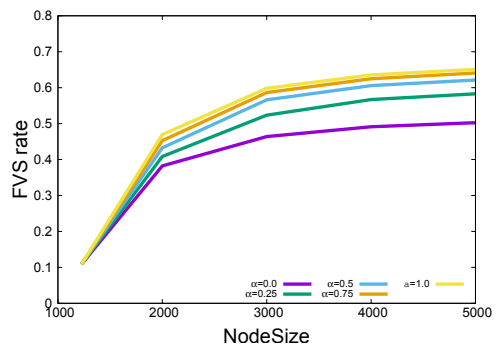
図 7: USair2 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



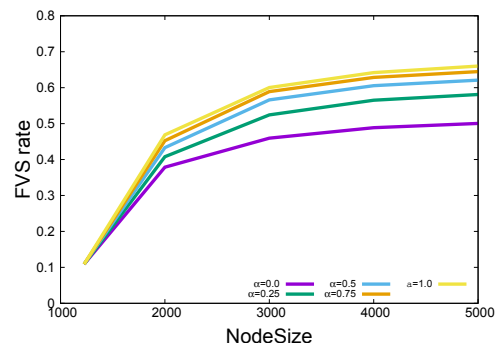
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

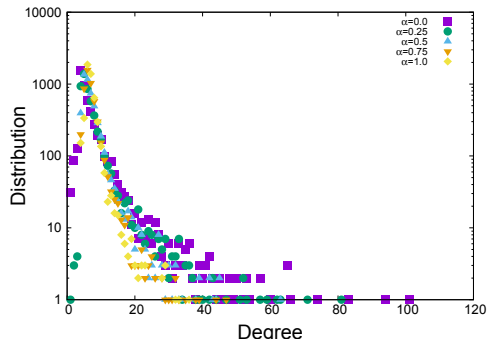


(c) $m = 10, \mu = 2$

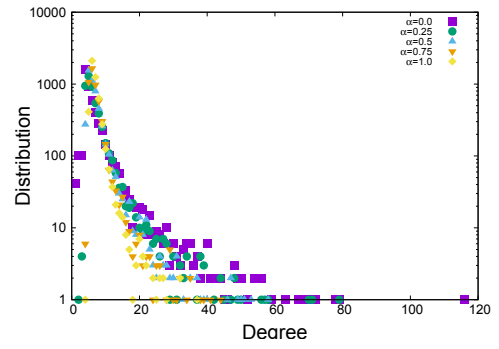


(d) $m = 10, \mu = 6$

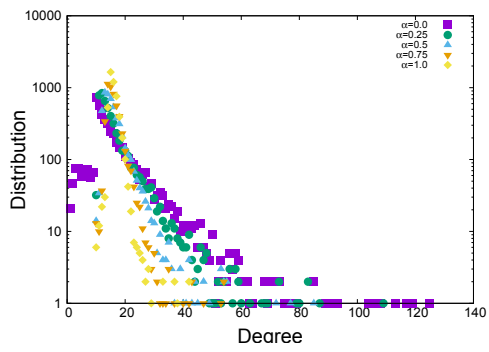
図 8: USair2 ノード数に対する FVS の割合の変化



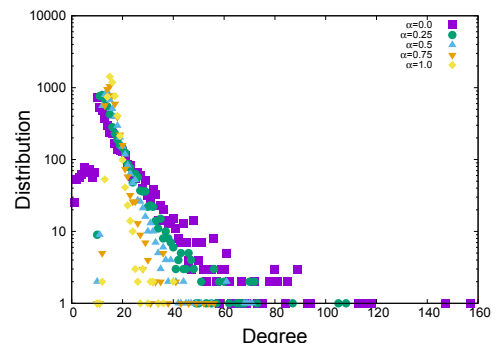
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

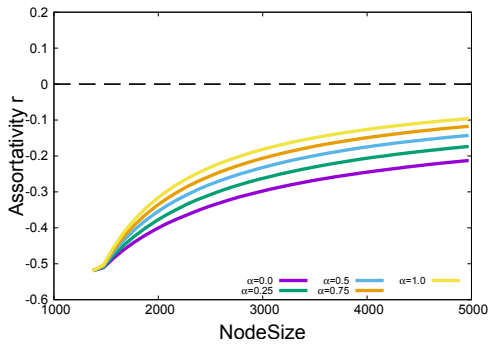


(c) $m = 10, \mu = 2$

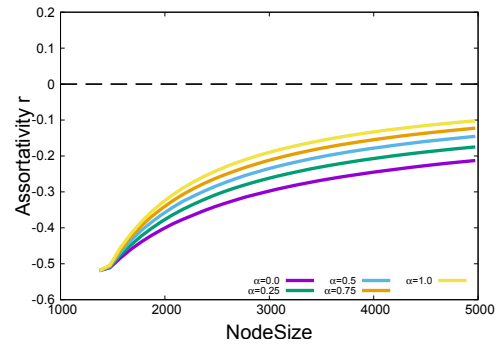


(d) $m = 10, \mu = 6$

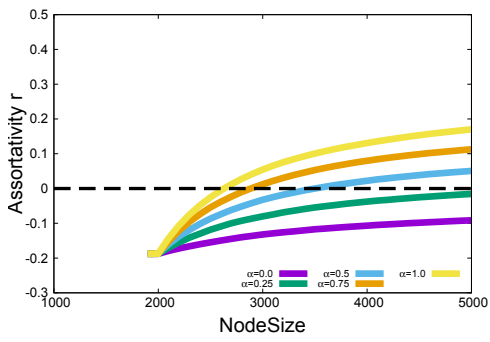
図 9: USair2 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布



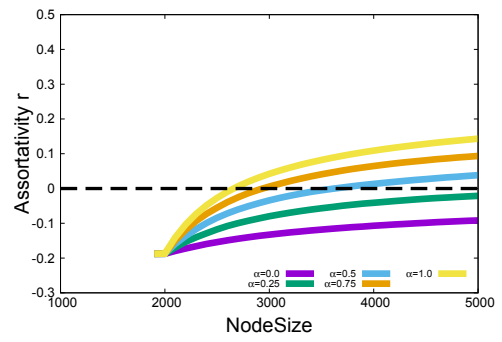
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

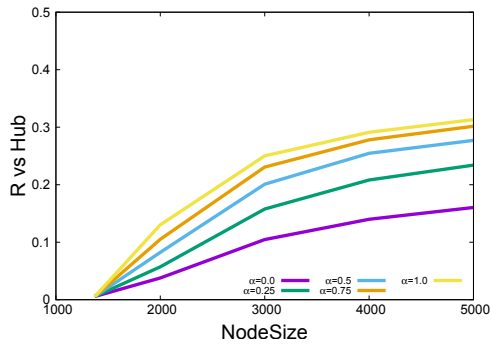


(c) $m = 8, \mu = 2$

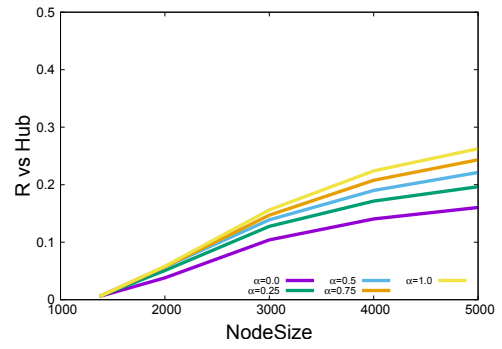


(d) $m = 8, \mu = 6$

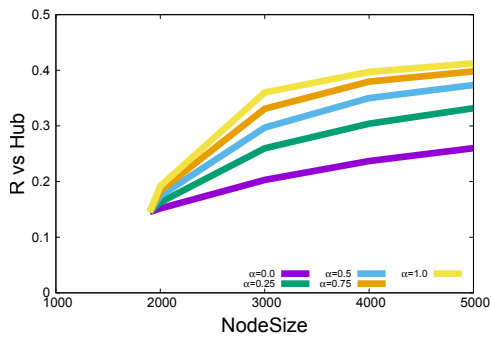
図 10: Facebook 次数相関係数の変化



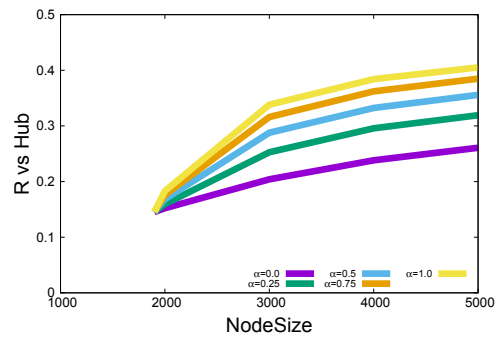
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

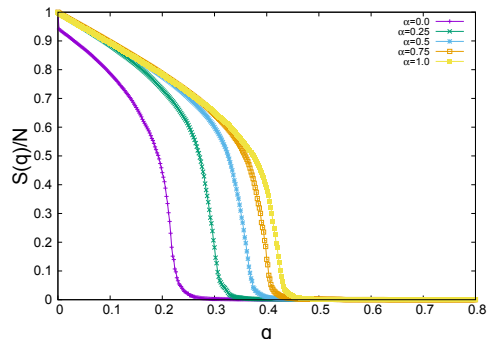


(c) $m = 8, \mu = 2$

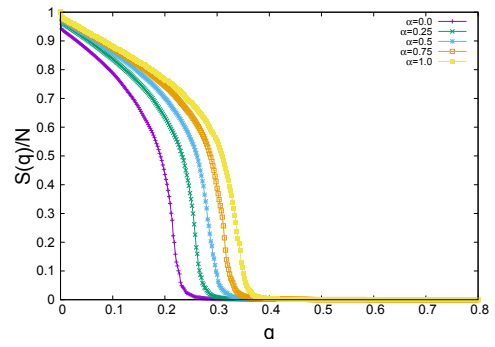


(d) $m = 8, \mu = 6$

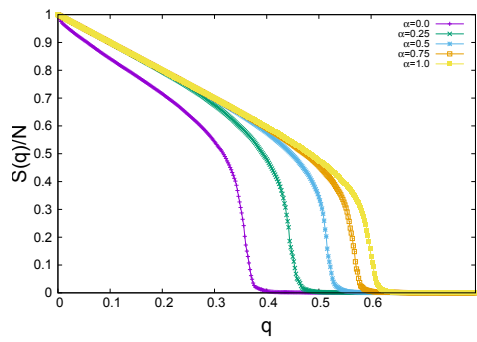
図 11: Facebook 次数順攻撃に対する頑健性の変化



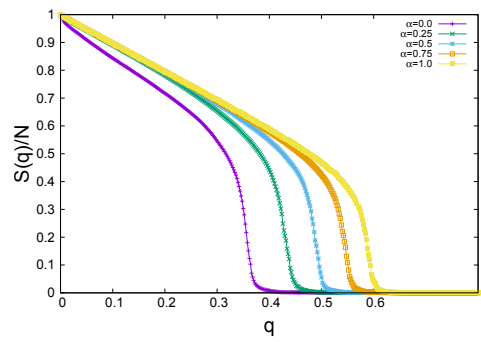
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

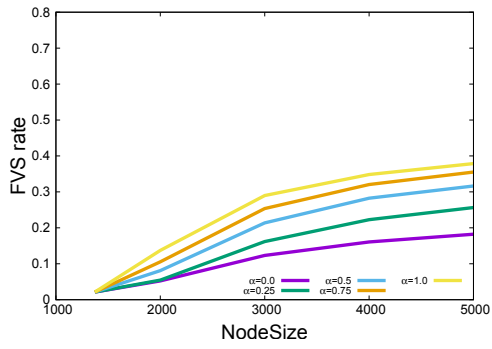


(c) $m = 8, \mu = 2$

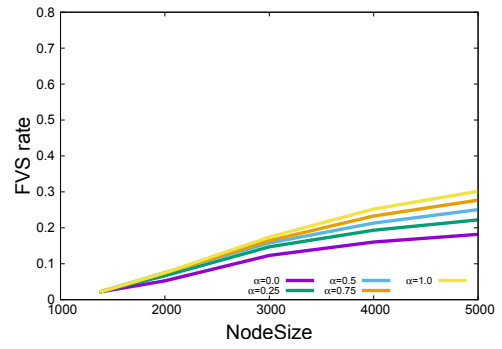


(d) $m = 8, \mu = 6$

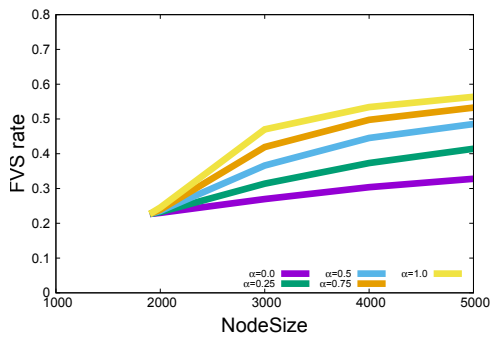
図 12: Facebook $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



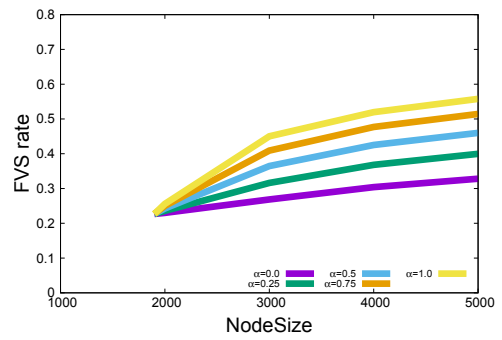
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

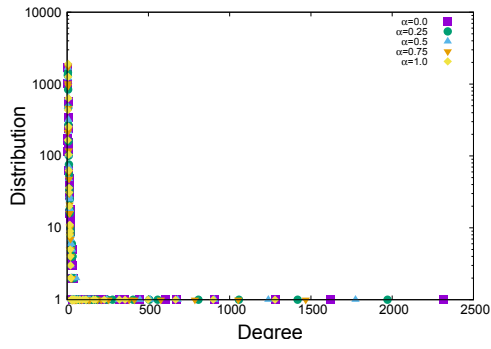


(c) $m = 8, \mu = 2$

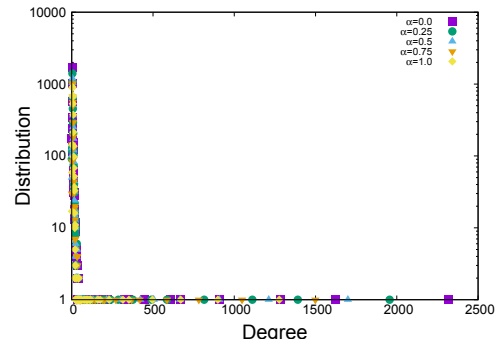


(d) $m = 8, \mu = 6$

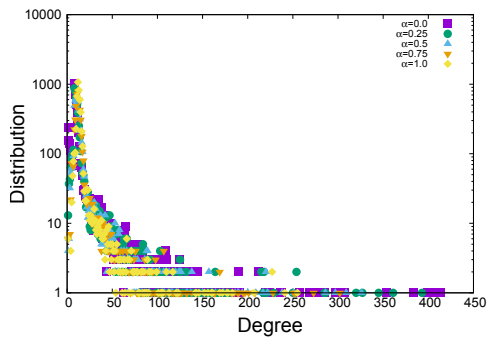
図 13: Facebook ノード数に対する FVS の割合の変化



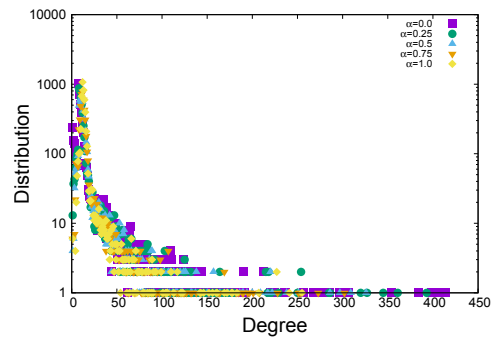
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

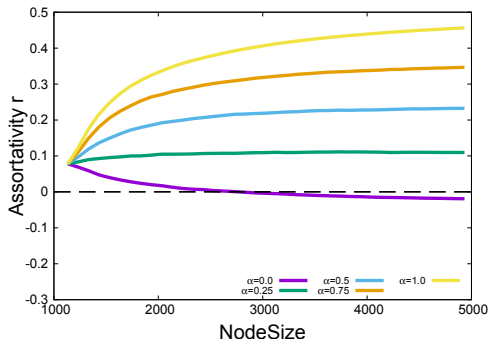


(c) $m = 8, \mu = 2$

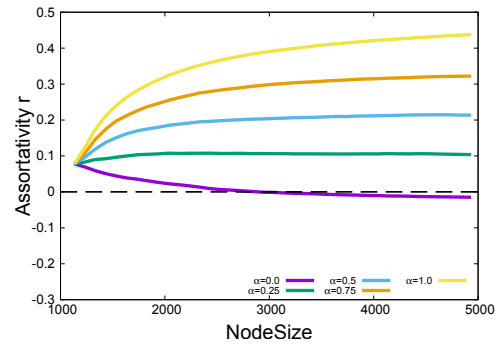


(d) $m = 10, \mu = 6$

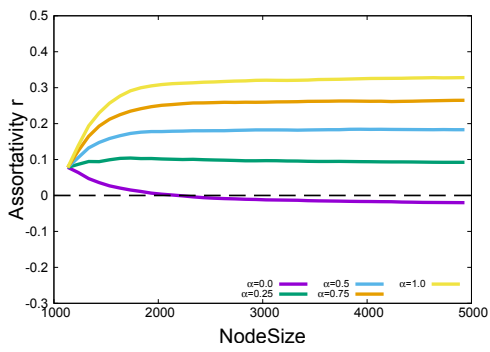
図 14: Facebook $N = 5000$ でのネットワークの次数分布



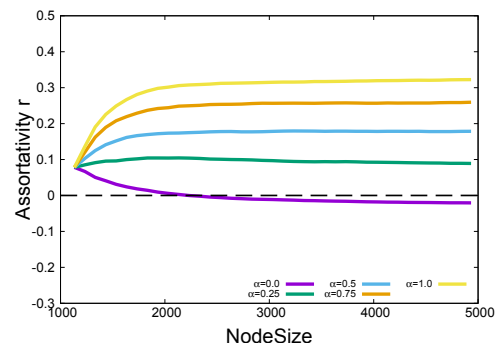
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

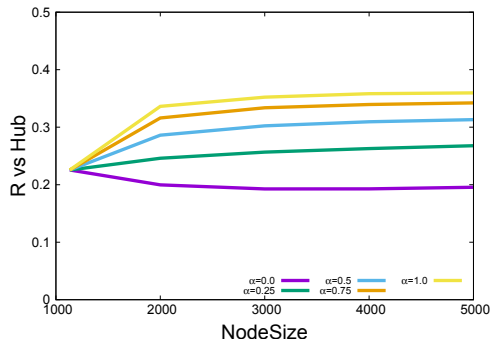


(c) $m = 10, \mu = 2$

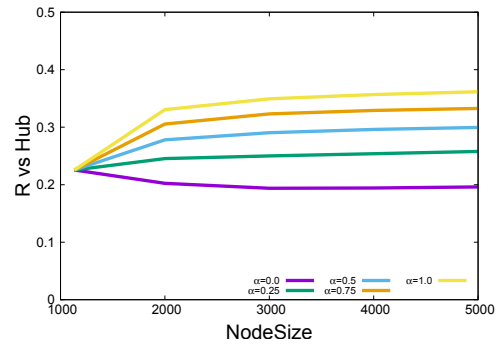


(d) $m = 10, \mu = 6$

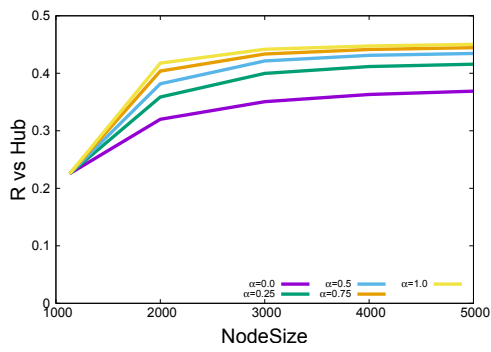
図 15: Email 次数相関係数の変化



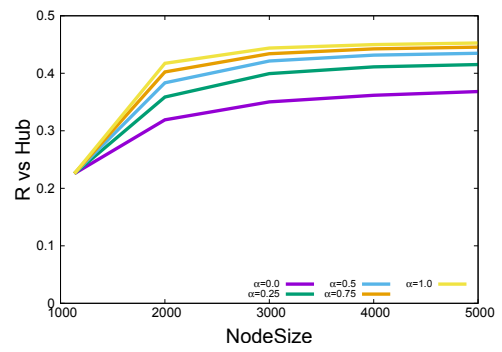
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

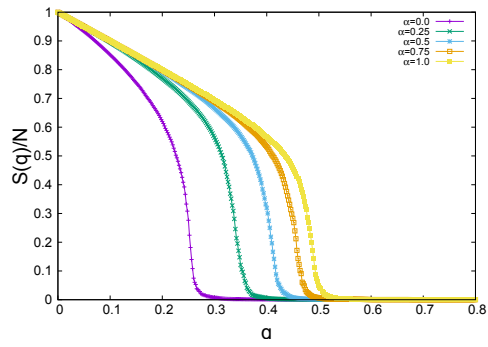


(c) $m = 10, \mu = 2$

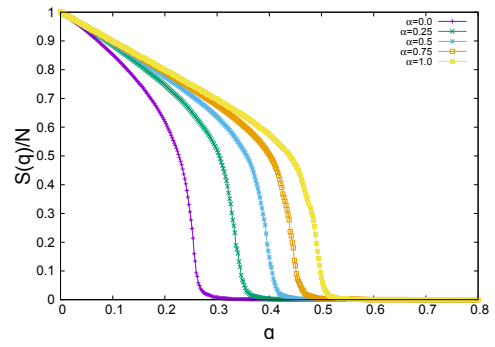


(d) $m = 10, \mu = 6$

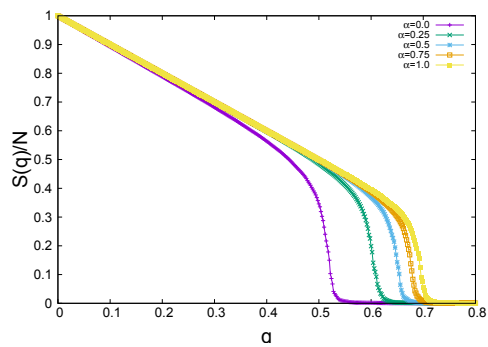
図 16: Email 次数順攻撃に対する頑健性の変化



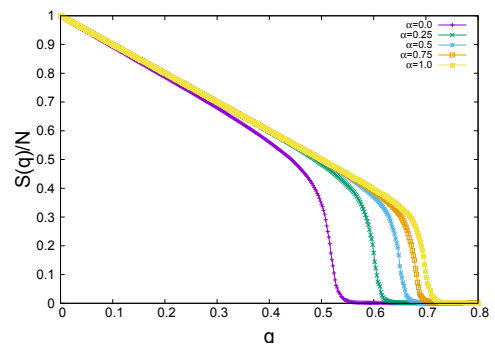
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

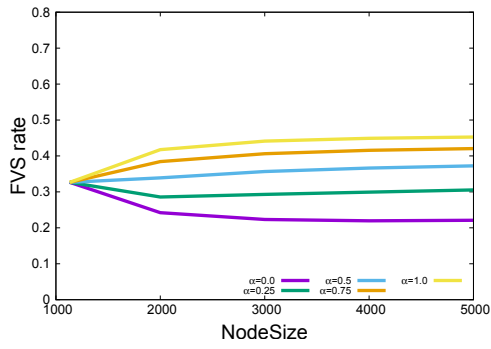


(c) $m = 10, \mu = 2$

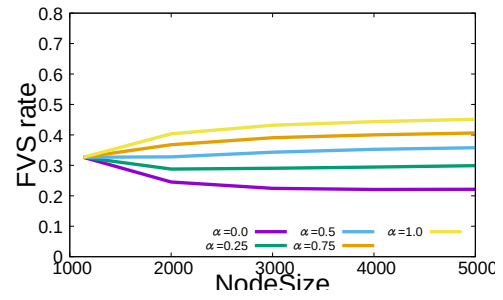


(d) $m = 10, \mu = 6$

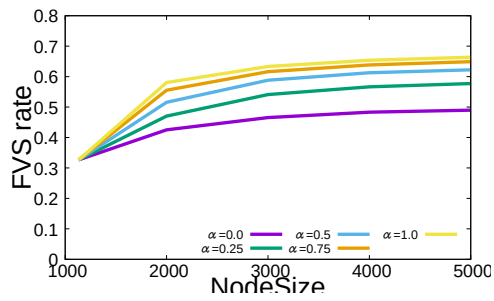
図 17: Email $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



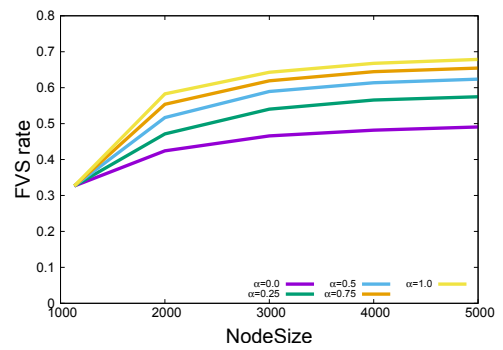
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

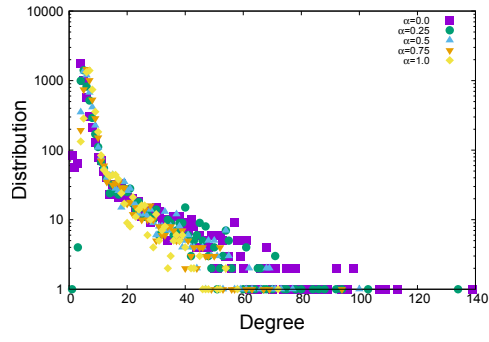


(c) $m = 10, \mu = 2$

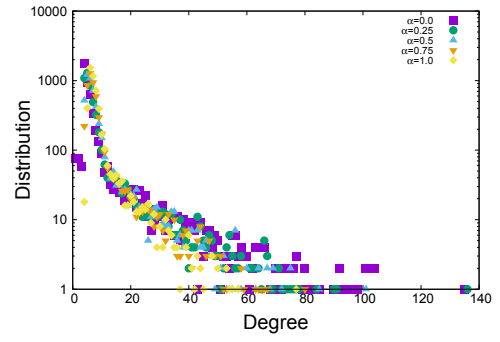


(d) $m = 10, \mu = 6$

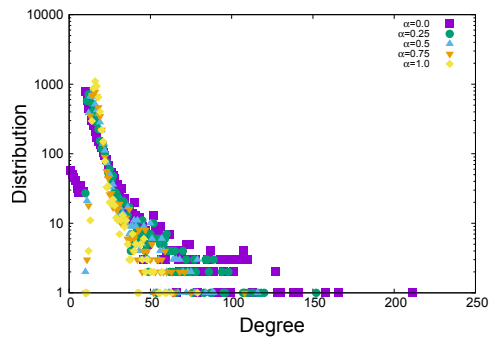
図 18: Email ノード数に対する FVS の割合の変化



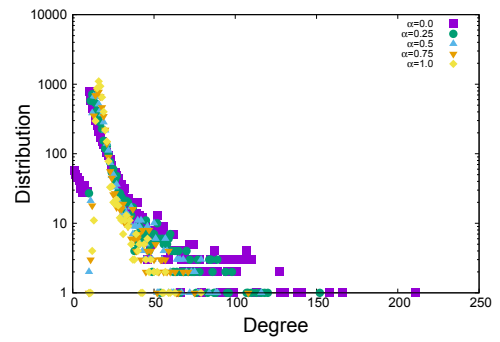
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

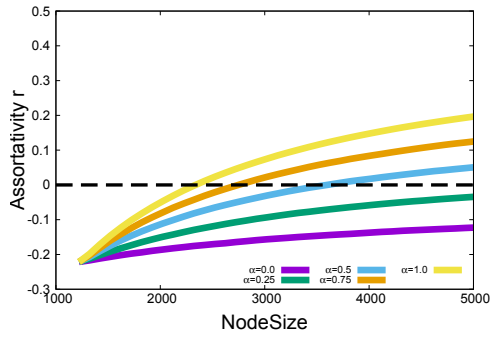


(c) $m = 10, \mu = 2$

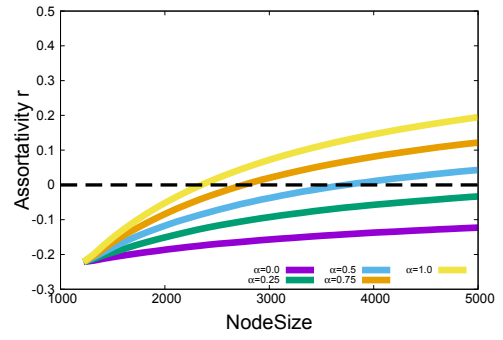


(d) $m = 10, \mu = 6$

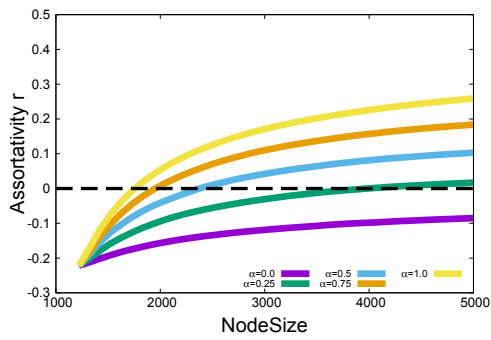
図 19: Email $N = 5000$ でのネットワークの次数分布



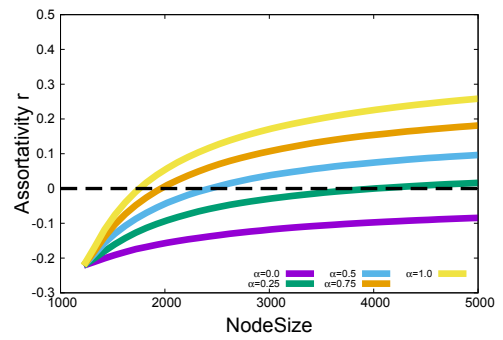
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

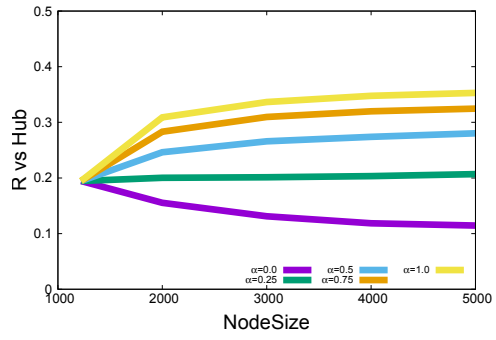


(c) $m = 10, \mu = 2$

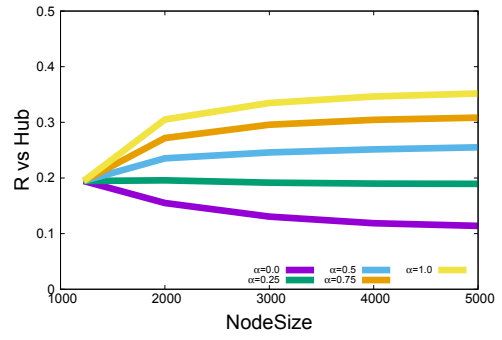


(d) $m = 10, \mu = 6$

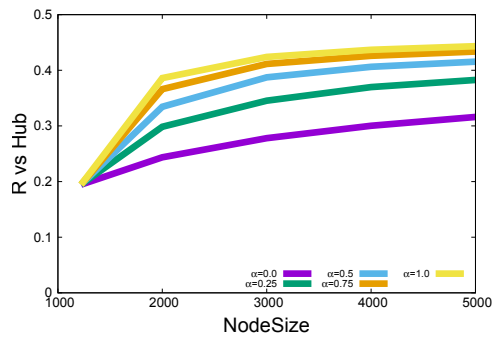
図 20: polblog 次数相関係数の変化



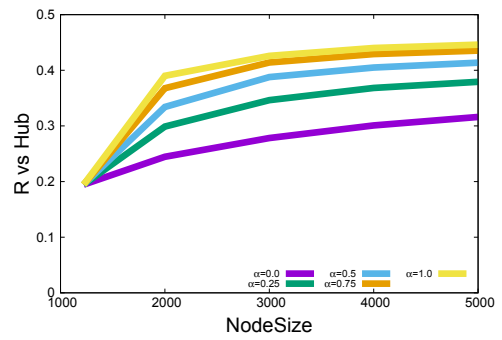
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

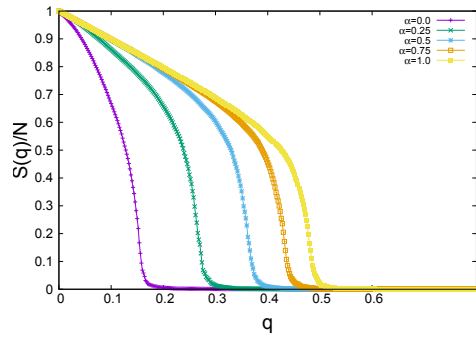


(c) $m = 10, \mu = 2$

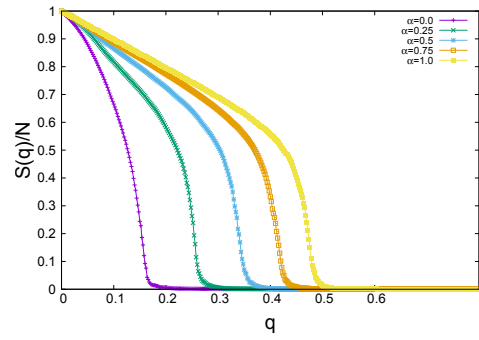


(d) $m = 10, \mu = 6$

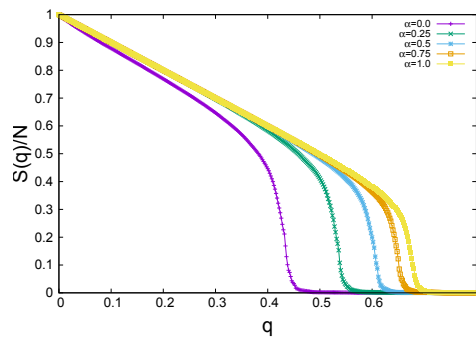
図 21: polblog 次数順攻撃に対する頑健性の変化



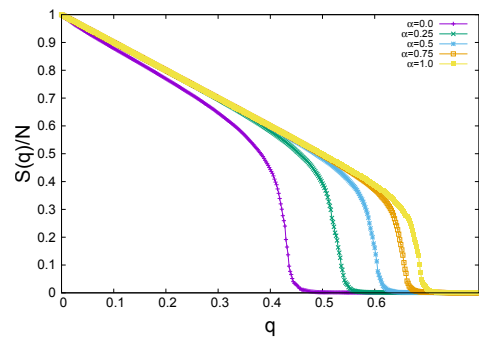
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

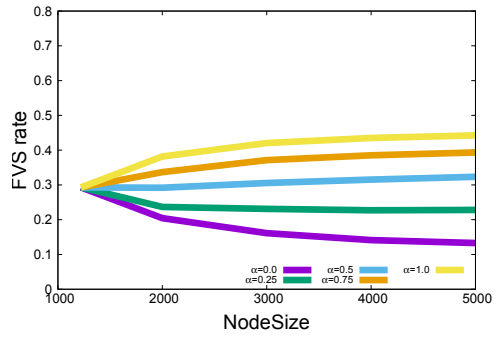


(c) $m = 10, \mu = 2$

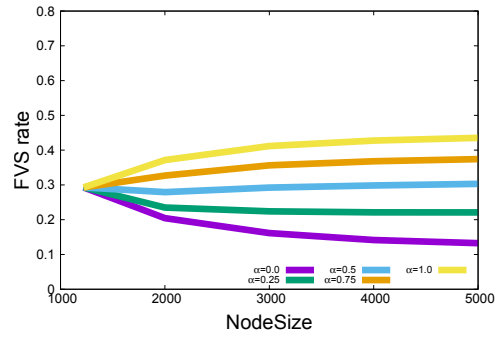


(d) $m = 10, \mu = 6$

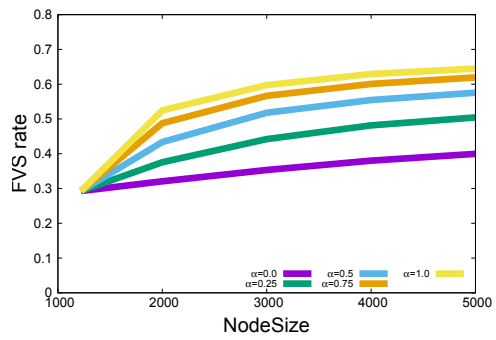
図 22: polblog $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



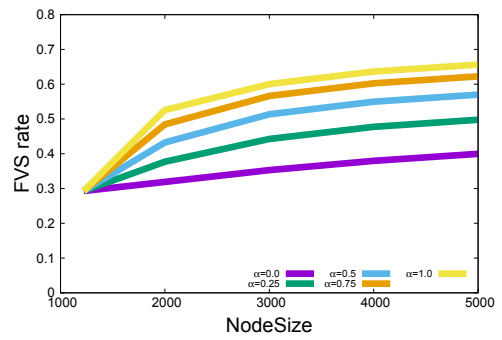
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

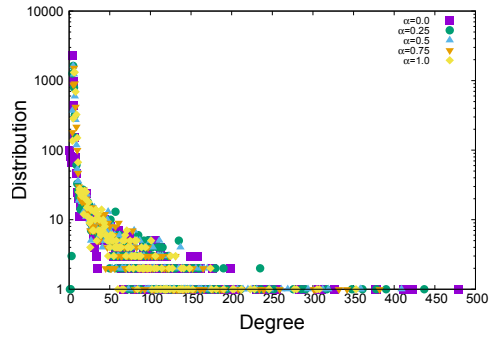


(c) $m = 10, \mu = 2$

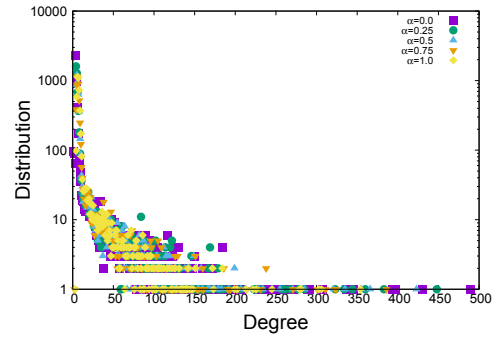


(d) $m = 10, \mu = 6$

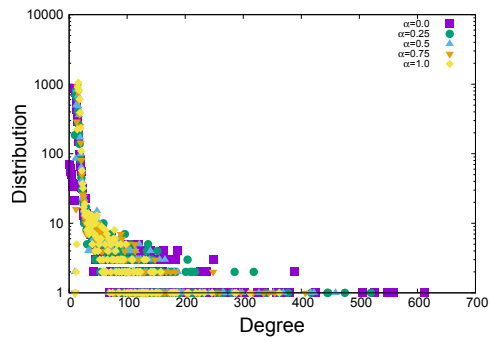
図 23: polblog ノード数に対する FVS の割合の変化



(a) $m = 4, \mu = 2$

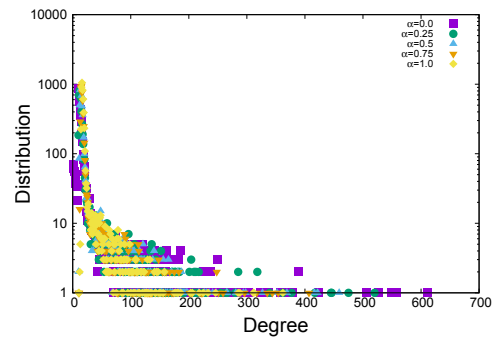


(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$

色々

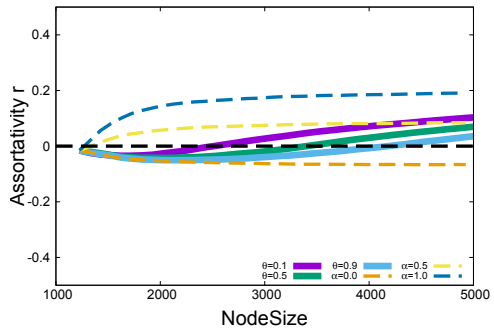


(d) $m = 10, \mu = 6$

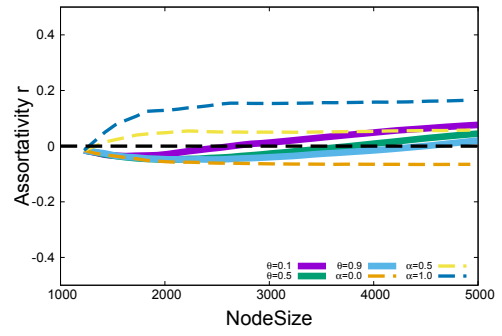
図 24: polblog $N = 5000$ でのネットワークの次数分布

付録 C

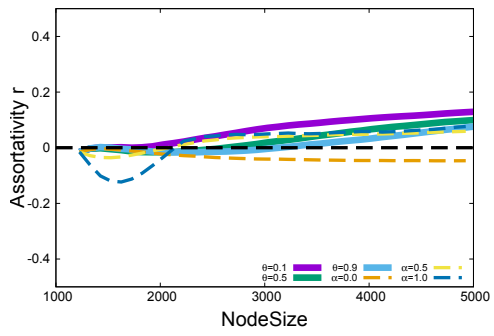
付録 C では、S 字普及曲線に従った移行についてシミュレーションを行った結果を示す。付録 A で述べた USair2, Facebook, Email, Polblog を初期ネットワークとして、ノード数 $N = 5000$ まで成長させた。USair2, Email, Polblog は、新ノードが持つリンク数 $m = 4, 10$, ホップ数 $mu = 2, 7$ について示す。Facebook は $m = 4, 8$, $mu = 2, 7$ について示す。各図において、紫実線は $\theta = 0.0$ 、緑実線は $\theta = 0.25$ 、水色実線は $\theta = 0.5$ を示している。また、付録 C の結果と比較するため、次数相関係数の変化、次数順攻撃に対する頑健性の変化、ノード数に対する FVS の割合の変化の図では、橙破線は $\alpha = 0.75$ 、黄破線は $\alpha = 0.5$ 、水色破線は $\alpha = 1.0$ を示している。さらに、 $N = 5000$ でのノード除去率に対する最大連結成分比、次数分布では $\alpha = 0.0$ を橙色、 $\alpha = 1.0$ を黄色で示している。次数相関係数の変化の図では、次数相関係数 $r = 0.0$ の値を黒の破線で示している。



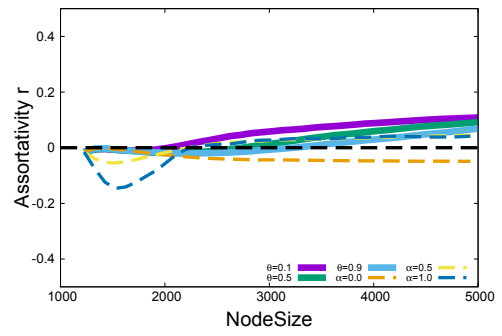
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

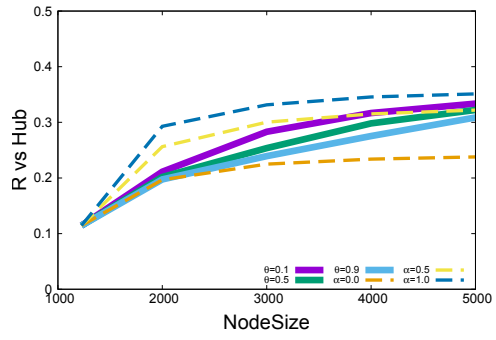


(c) $m = 10, \mu = 2$

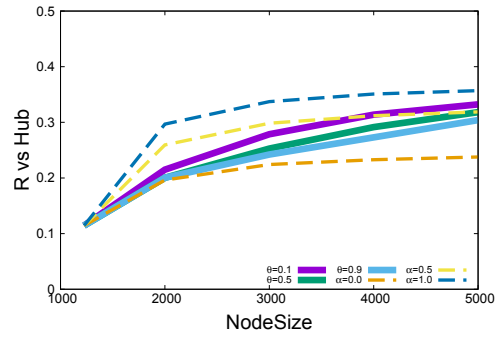


(d) $m = 10, \mu = 6$

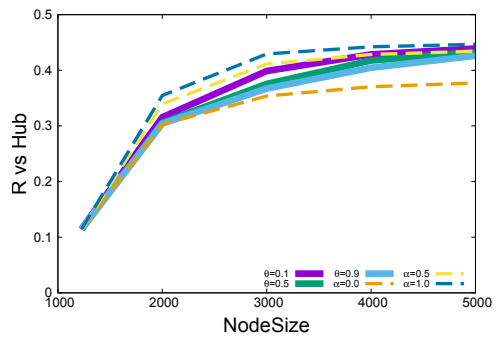
図 25: USair2 次数相関係数の変化



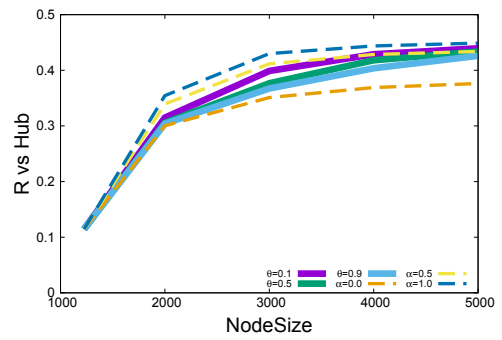
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

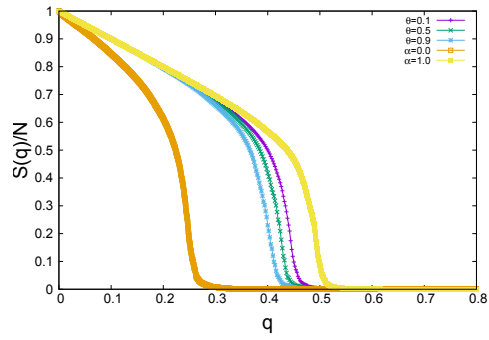


(c) $m = 10, \mu = 2$

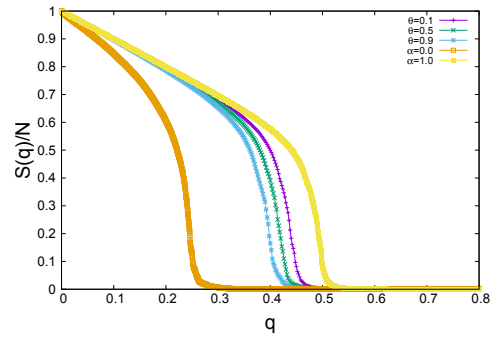


(d) $m = 10, \mu = 6$

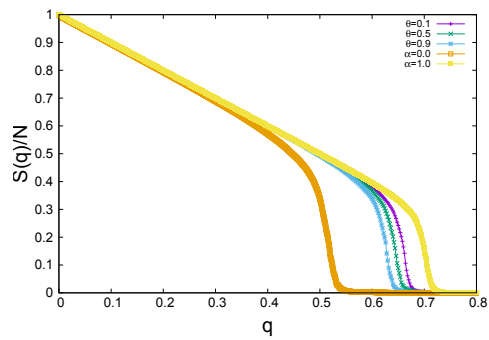
図 26: USair2 次数順攻撃に対する頑健性の変化



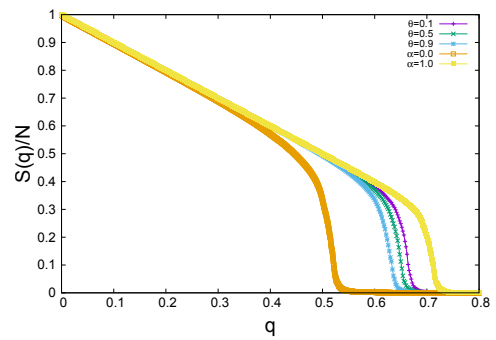
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

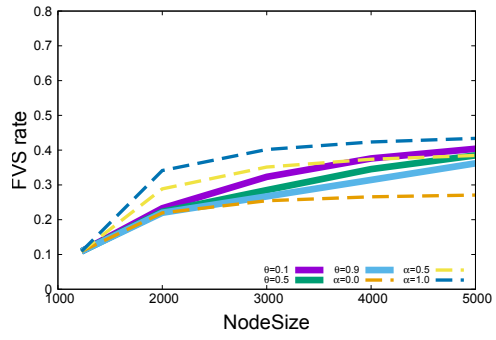


(c) $m = 10, \mu = 2$

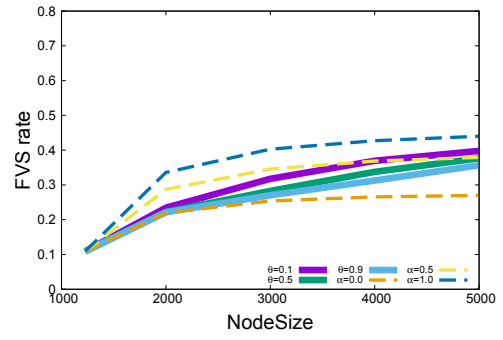


(d) $m = 10, \mu = 6$

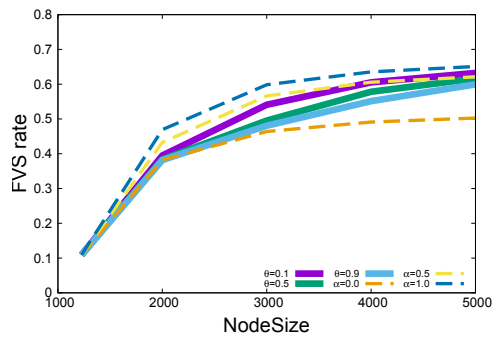
図 27: USair2 $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



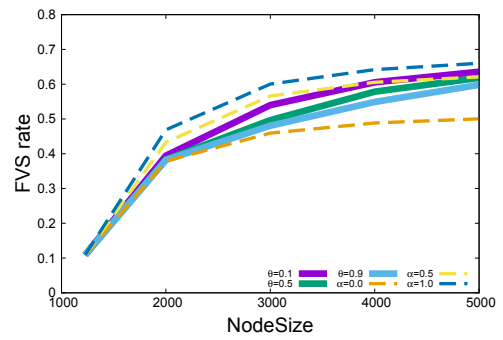
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

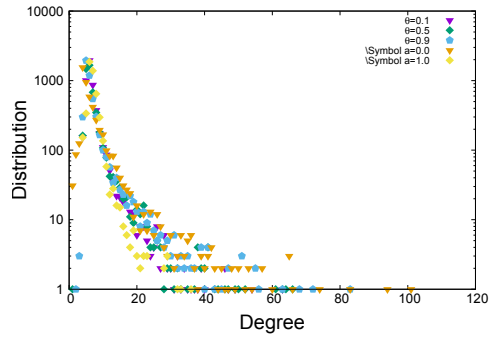


(c) $m = 10, \mu = 2$

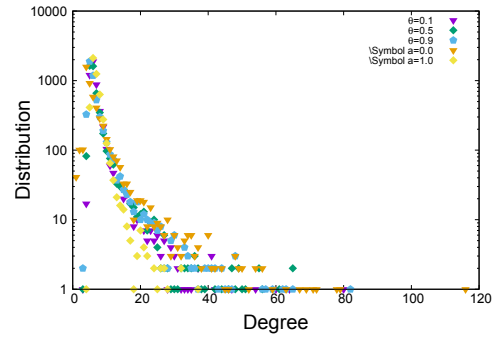


(d) $m = 10, \mu = 6$

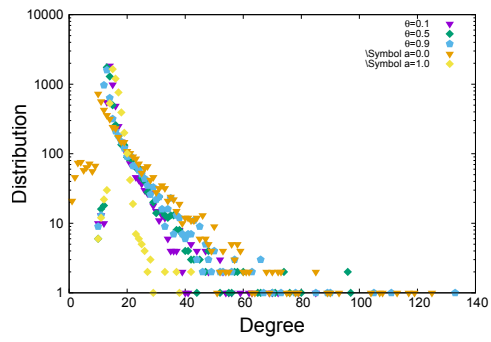
図 28: USair2 ノード数に対する FVS の割合の変化



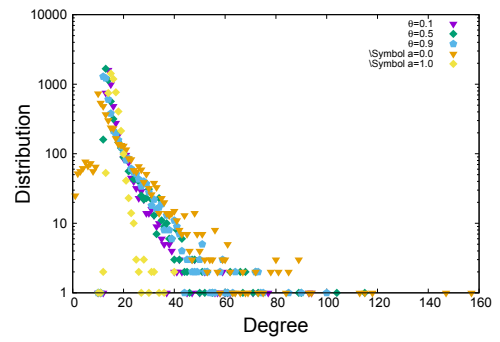
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

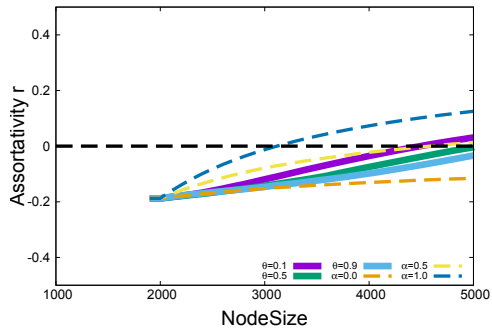


(c) $m = 10, \mu = 2$

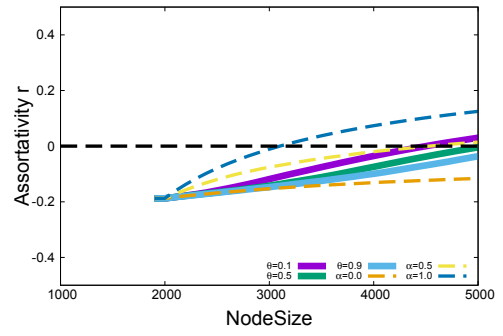


(d) $m = 10, \mu = 6$

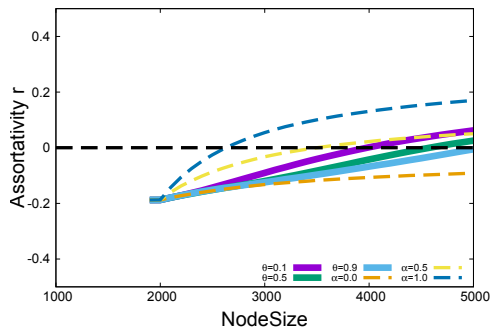
図 29: USair2 $N = 5000$ でのネットワークの次数分布



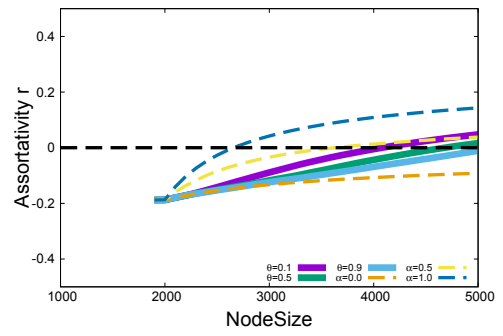
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

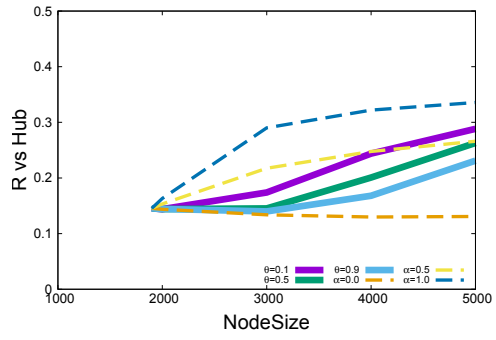


(c) $m = 8, \mu = 2$

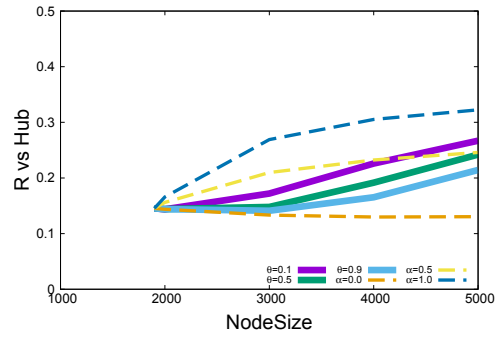


(d) $m = 8, \mu = 6$

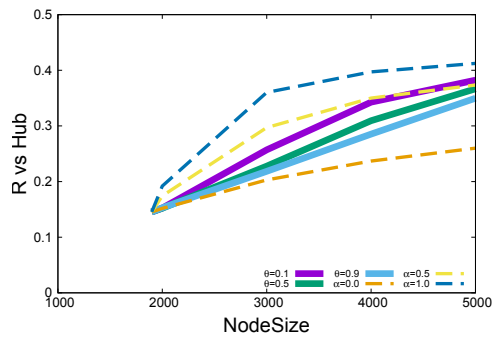
図 30: Facebook 次数相関係数の変化



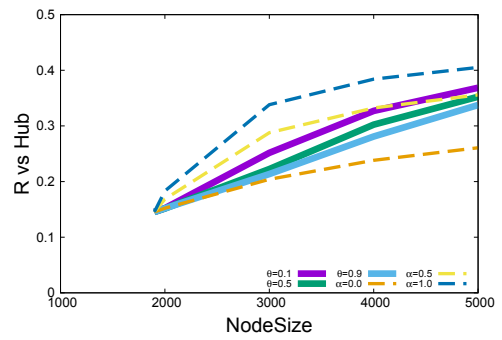
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

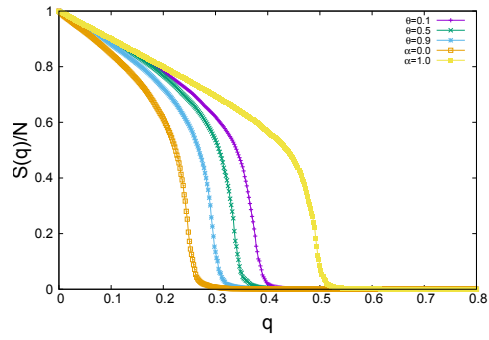


(c) $m = 8, \mu = 2$

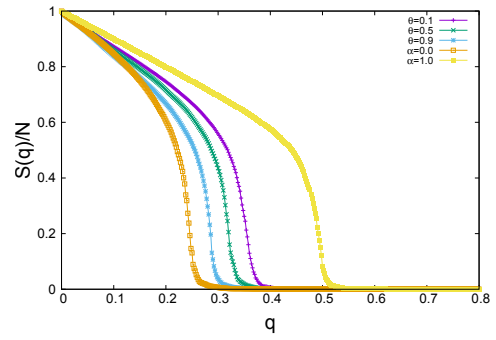


(d) $m = 8, \mu = 6$

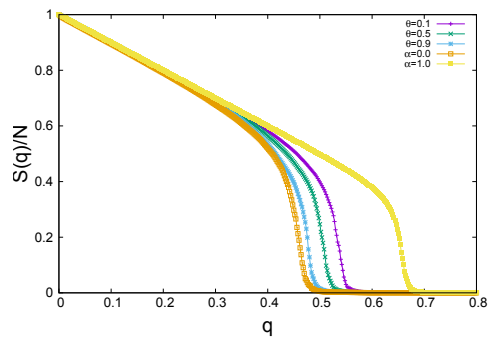
図 31: Facebook 次数順攻撃に対する頑健性の変化



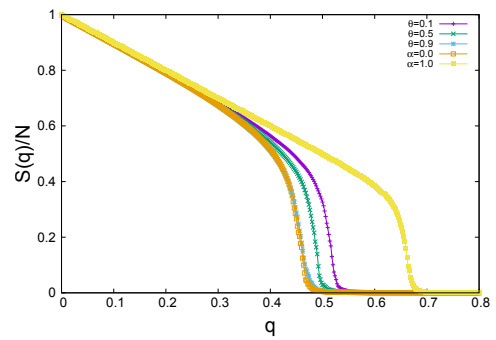
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

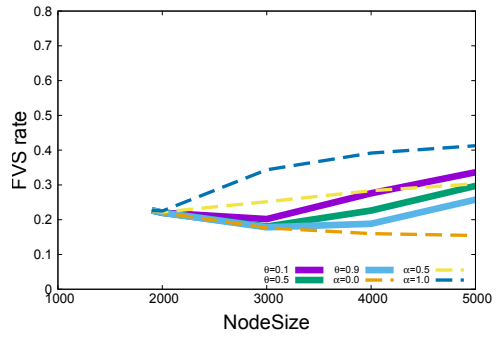


(c) $m = 8, \mu = 2$

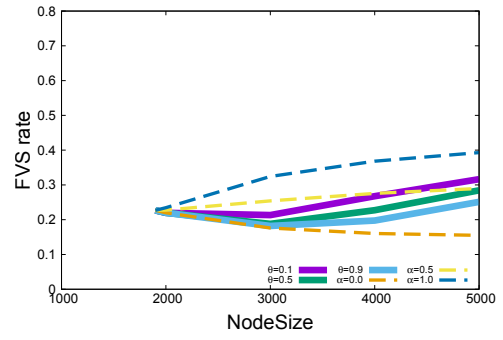


(d) $m = 8, \mu = 6$

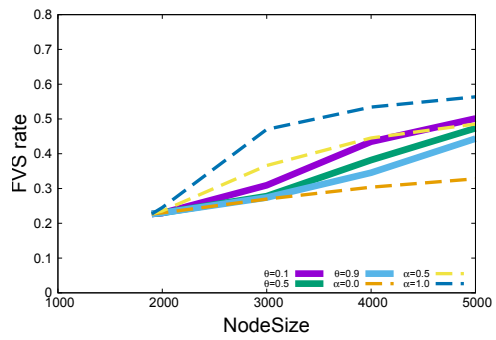
図 32: Facebook $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



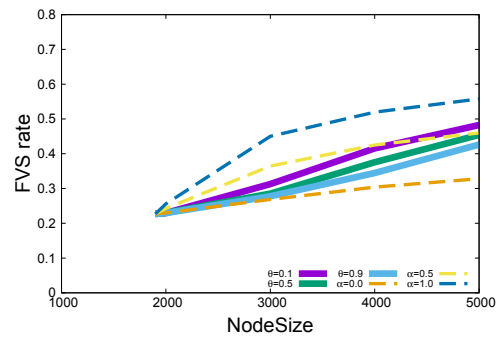
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

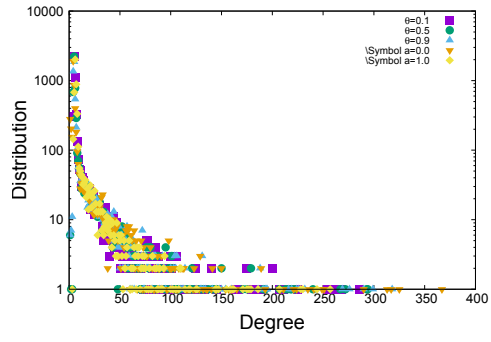


(c) $m = 8, \mu = 2$

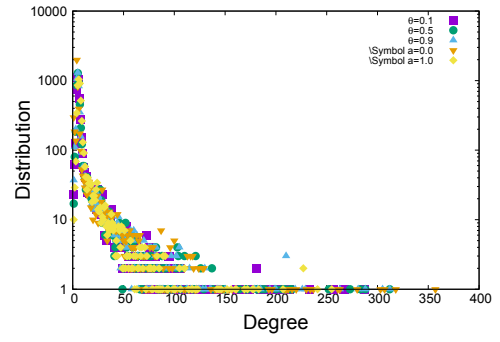


(d) $m = 8, \mu = 6$

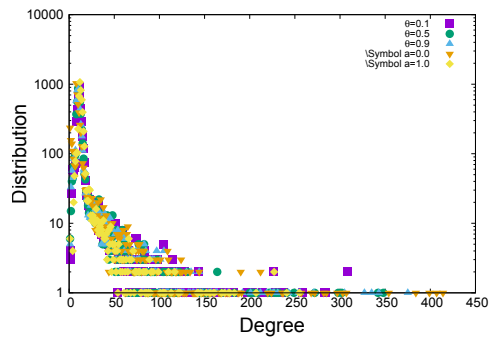
図 33: Facebook ノード数に対する FVS の割合の変化



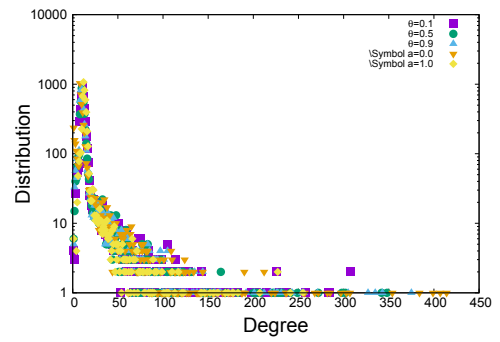
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

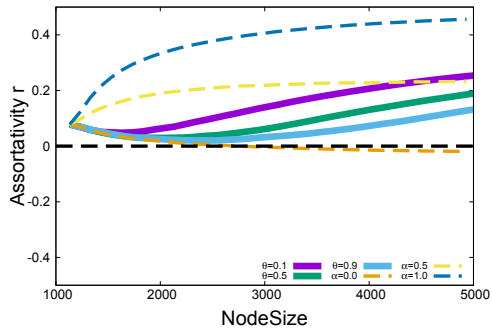


(c) $m = 8, \mu = 2$

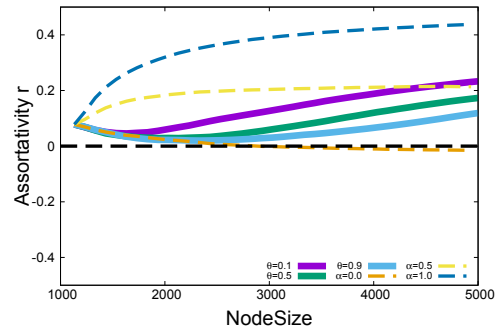


(d) $m = 10, \mu = 6$

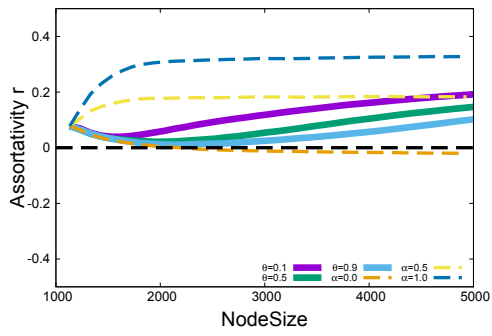
図 34: Facebook $N = 5000$ でのネットワークの次数分布



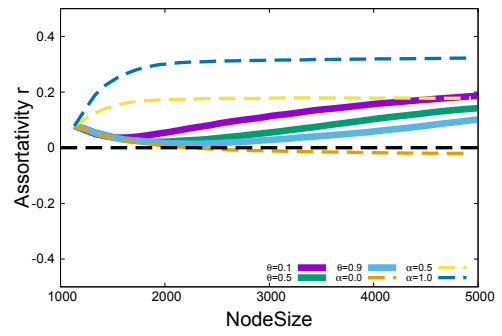
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

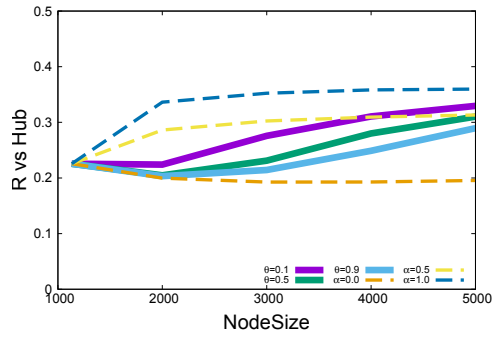


(c) $m = 10, \mu = 2$

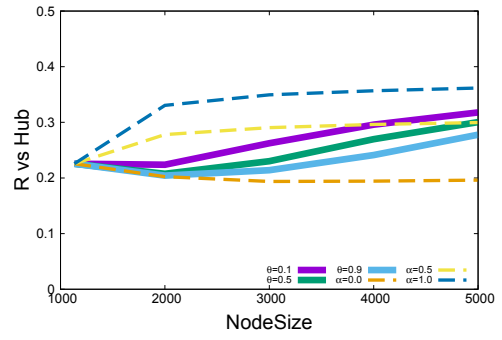


(d) $m = 10, \mu = 6$

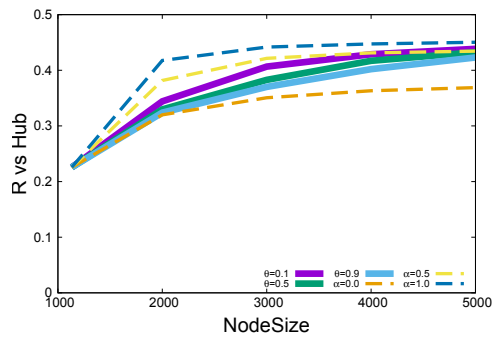
図 35: Email 次数相関係数の変化



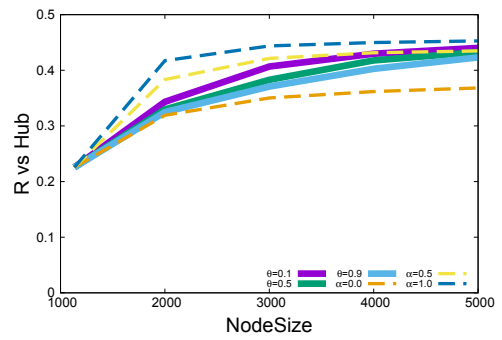
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

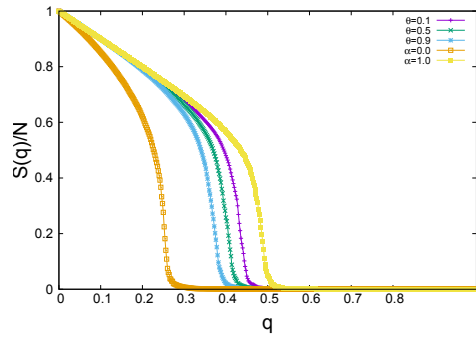


(c) $m = 10, \mu = 2$

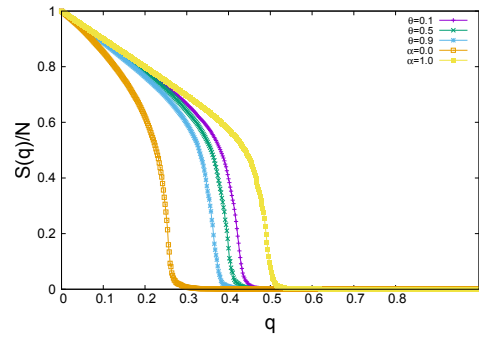


(d) $m = 10, \mu = 6$

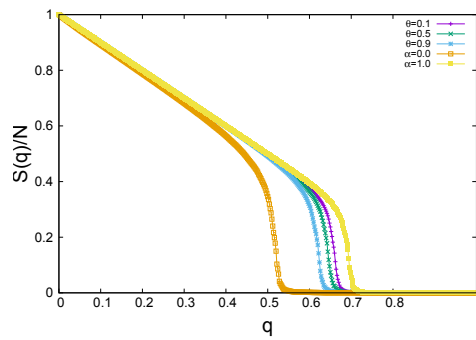
図 36: Email 次数順攻撃に対する頑健性の変化



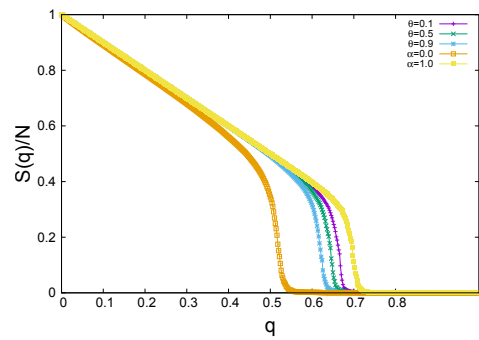
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

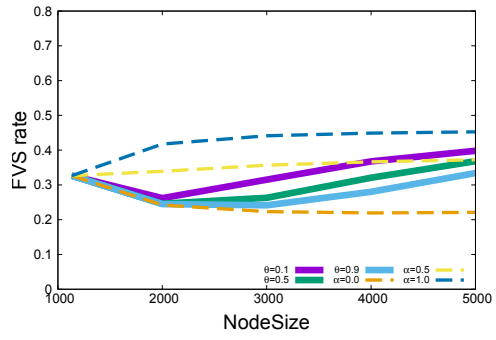


(c) $m = 10, \mu = 2$

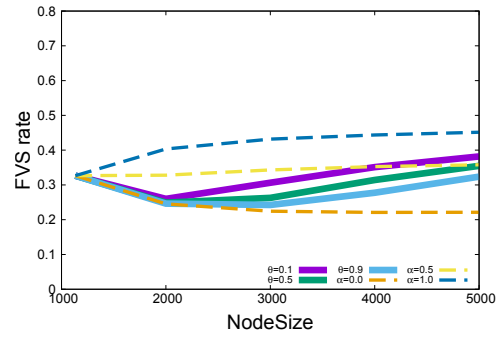


(d) $m = 10, \mu = 6$

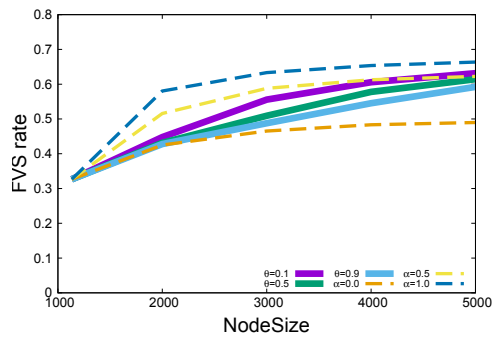
図 37: Email $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



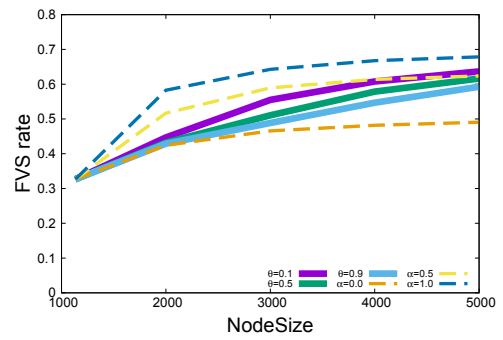
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

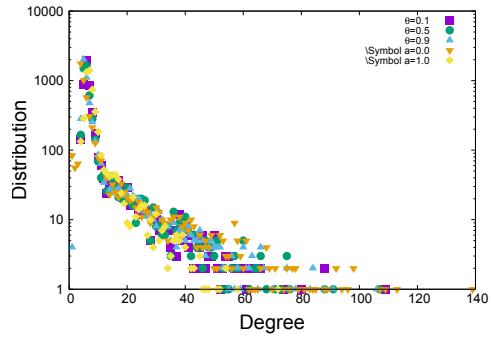


(c) $m = 10, \mu = 2$

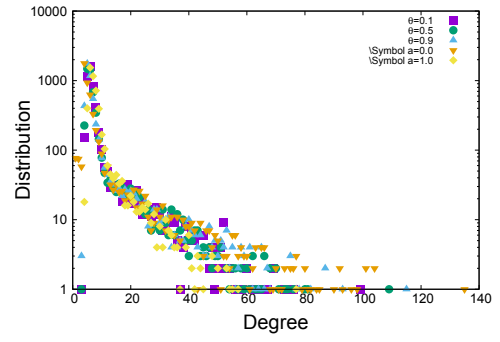


(d) $m = 10, \mu = 6$

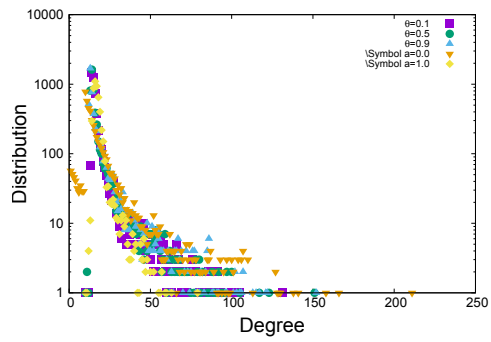
図 38: Email ノード数に対する FVS の割合の変化



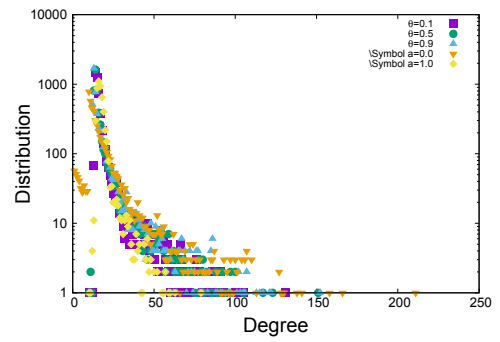
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

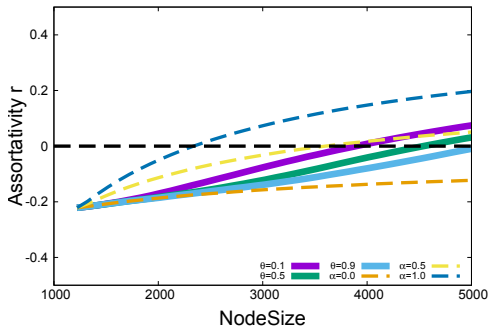


(c) $m = 10, \mu = 2$

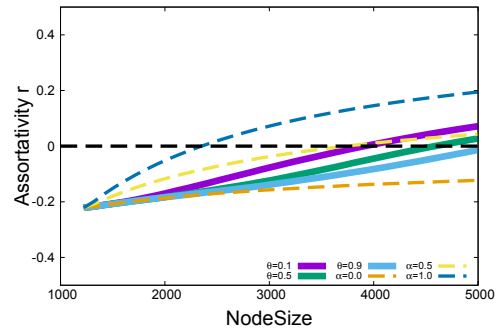


(d) $m = 10, \mu = 6$

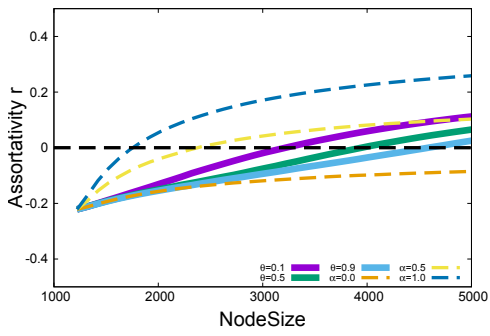
図 39: Email $N = 5000$ でのネットワークの次数分布



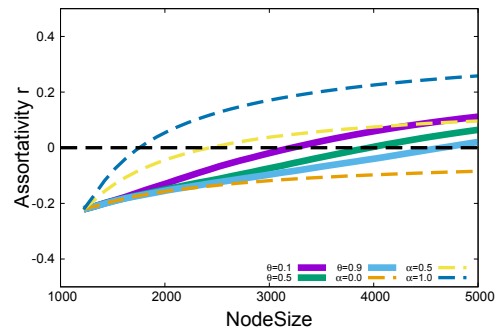
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

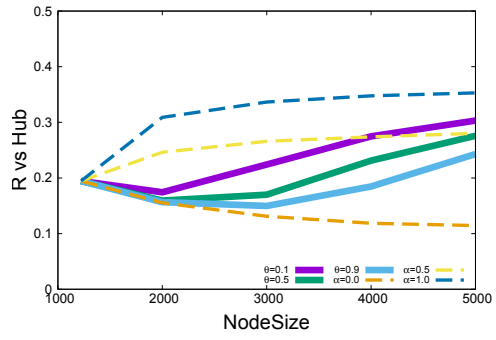


(c) $m = 10, \mu = 2$

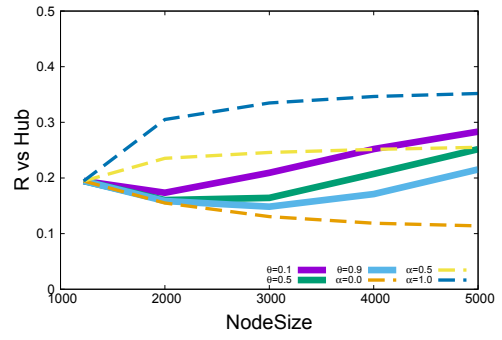


(d) $m = 10, \mu = 6$

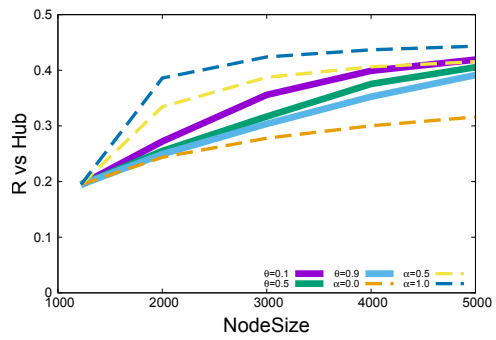
図 40: polblog 次数相関係数の変化



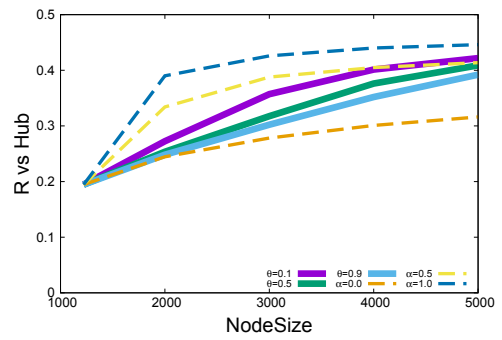
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

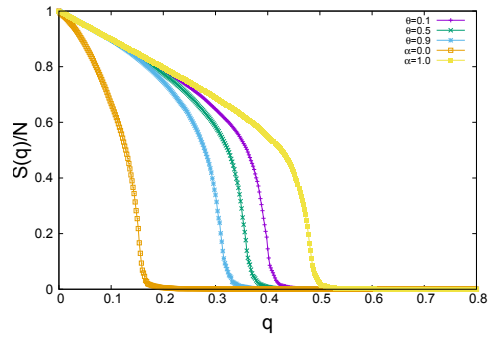


(c) $m = 10, \mu = 2$

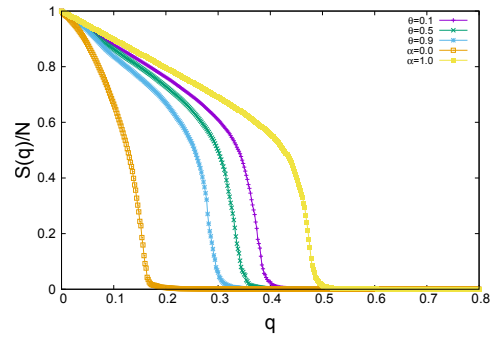


(d) $m = 10, \mu = 6$

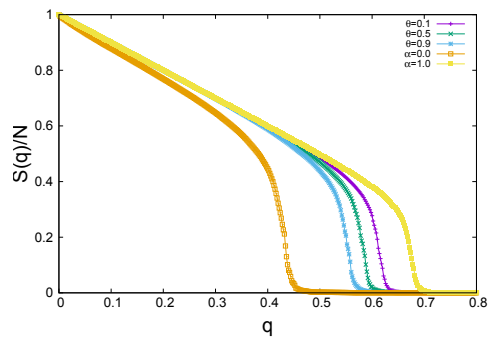
図 41: polblog 次数順攻撃に対する頑健性の変化



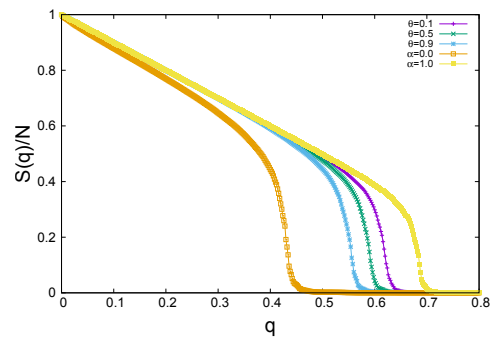
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

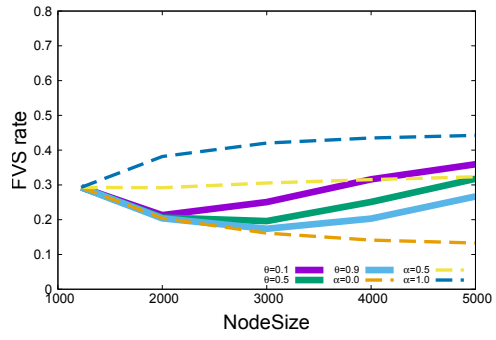


(c) $m = 10, \mu = 2$

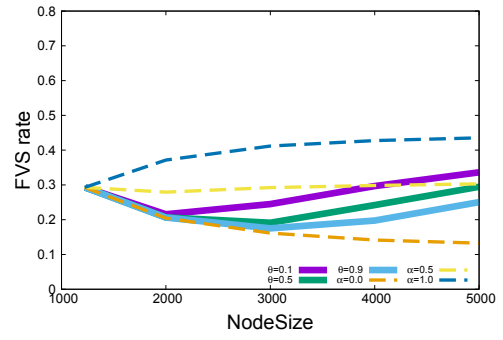


(d) $m = 10, \mu = 6$

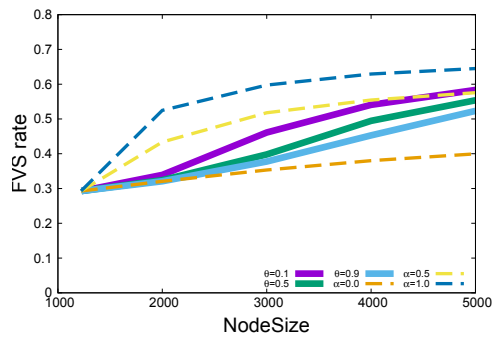
図 42: polblog $N = 5000$ のノード除去率に対する最大連結成分比



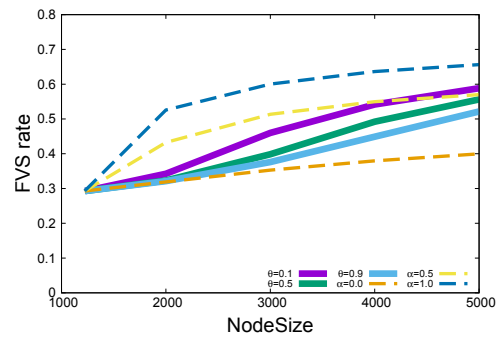
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$

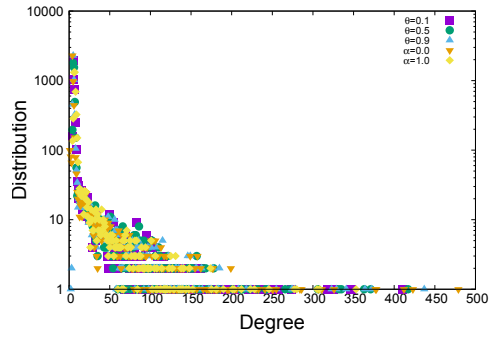


(c) $m = 10, \mu = 2$

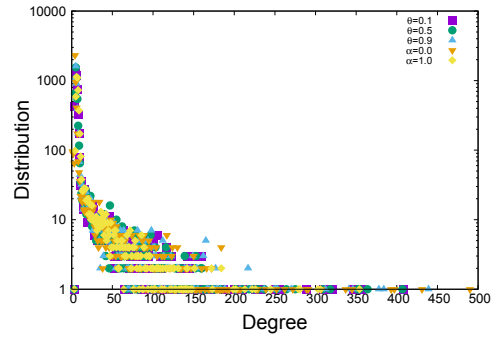


(d) $m = 10, \mu = 6$

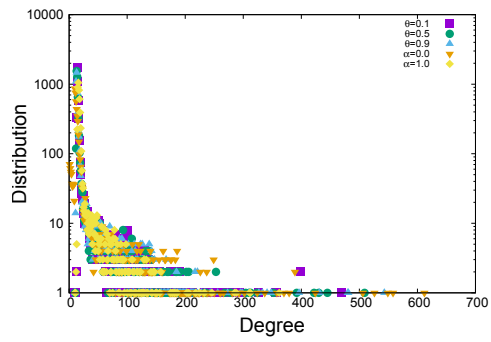
図 43: polblog ノード数に対する FVS の割合の変化



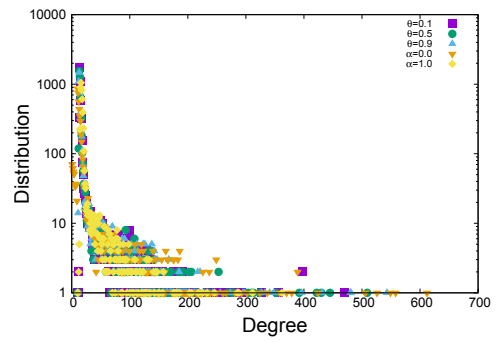
(a) $m = 4, \mu = 2$



(b) $m = 4, \mu = 6$



(c) $m = 10, \mu = 2$



(d) $m = 10, \mu = 6$

図 44: polblog $N = 5000$ でのネットワークの次数分布