

修 士 論 文

リンクの次数相関現象がネットワークの通信効率と
頑健性に与える影響

北陸先端科学技術大学院大学
知識科学研究科知識科学専攻

1150016 Xing Binbin

審査委員： 林 幸雄 准教授（主査）
吉田 武稔 教授
中森 義輝 教授
金井 秀明 准教授

2013 年 2 月

北陸先端科学技術大学院大学
知識科学研究科知識科学専攻

目次

第 1 章

序論 9

1.1 研究背景 9

1.2 研究目的と方法 11

1.3 本論文の構成 12

第 2 章

次数相関 14

2.1 ネットワークのAssortativity 14

2.2 次数相関に関する従来の研究 15

2.21 Xulvi-Brunet と Sokolov のリンク張替えモデル[12] 15

2.22 Zhi-Xi Wu と Petter Holme の次数相関でリンク生成モデル[13] 17

第 3 章

次数相関を考えたリンクの張替え.....20

3.1 はじめに..... 20

3.2 次数相関を持つネットワークの生成..... 20

3.3 実験設定..... 22

3.4 ネットワーク構造特性の分析..... 22

3.42 通信効率..... 22

3.43 頑健性..... 26

第4章

次数相関でショートカットの追加.....31

4.1 はじめに..... 31

4.2 次数相関でショートカット追加の方法..... 32

4.3 実験設定..... 34

4.4 ネットワーク構造特性の分析..... 35

4.41 次数分布..... 36

4.42 通信効率..... 38

4.43 頑健性..... 41

第5章

地理ネットワーク上のショートカット追加.....49

5.1	はじめに.....	49
5.2	LS(Link Survival)ネットワーク	49
5.3	ショートカットの追加方法.....	50
5.4	実験の設定.....	51
5.5	ネットワーク特性の分析.....	53
5.5.1	可視化	53
5.5.2	次数分布	56
5.5.3	Assortativity.....	57
5.5.4	ネットワークの平均リンク長と総リンク長	59
5.5.4	ネットワークのリンク長分布	61
5.5.6	通信効率	62
5.5.7	頑健性	65

第6章

結論	72
----------	-----------

参考文献	75
------------	-----------

付録	77
----------	-----------

付録1 人口分布に応じたパケット送受信要求.....	77
----------------------------	----

付録2 UDGモデルの生成方法	78
-----------------------	----

目次

図 2.1	Xulvi-Brunet と Sokolov のリンク張替えモデル.....	16
図 2.2	Assortativity と p の関係.....	17
図 2.3	ランダム故障に対する頑健性.....	17
図 2.4	Zhi-Xi Wu と Petter Holme のシミュレーション結果.....	19
図 3.1	SF の場合の平均最小ホップ数.....	24
図 3.2	EXP の場合の平均最小ホップ数.....	24
図 3.2	POI の場合の平均最小ホップ数.....	24
図 3.4	SF の場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	28
図 3.5	EXP の場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	28
図 3.6	POI の場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	29
図 3.7	SF の場合のランダム故障に対する頑健性.....	30
図 3.8	EXP の場合のランダム故障に対する頑健性.....	30
図 3.9	POI の場合のランダム故障に対する頑健性.....	30
図 4.1	初期ネットワークは SF の場合のネットワークの次数分布.....	36
図 4.2	初期ネットワークは EXP の場合のネットワークの次数分布.....	37
図 4.3	初期ネットワークは POI の場合のネットワークの次数分布.....	37
図 4.4	初期ネットワークの次数分布は SF の場合の平均最小ホップ数.....	38
図 4.5	初期ネットワークの次数分布は EXP の場合の平均最小ホップ数.....	39
図 4.6	初期ネットワークの次数分布は POI の場合の平均最小ホップ数.....	39
図 4.7	初期ネットワークは SF の場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	42

図 4.8	初期ネットワークはEXPの場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	43
図 4.9	初期ネットワークはPOIの場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	44
図 4.10	初期ネットワークはSFの場合のランダムに対する頑健性.....	46
図 4.11	初期ネットワークはEXPの場合のランダムに対する頑健性.....	47
図 4.12	初期ネットワークはPOIの場合のランダムに対する頑健性.....	48
図 5.1	関東エリアの場合、UDG、LS、PR と PA ネットワークの可視化.....	54
図 5.2	名古屋エリアの場合、UDG、LS、PR と PA ネットワークの可視化.....	55
図 5.3	京阪エリアの場合、UDG、LS、PR と PA ネットワークの可視化.....	56
図 5.4	関東エリアの次数分布.....	56
図 5.5	名古屋エリアの次数分布.....	56
図 5.6	京阪エリアの次数分布.....	57
図 5.7	関東の人口分布を使う場合の r 値.....	58
図 5.8	名古屋の人口分布を使う場合の r 値.....	58
図 5.9	京阪エリアの人口分布を使う場合の r 値.....	58
図 5.10	関東の人口分布を使う場合の平均リンク長と総リンク長.....	59
図 5.11	名古屋の人口分布を使う場合の平均リンク長と総リンク長.....	60
図 5.12	京阪エリアの人口分布を使う場合の平均リンク長と総リンク長.....	60
図 5.13	関東の場合のリンク長分布.....	61
図 5.14	名古屋の場合のリンク長分布.....	61
図 5.15	京阪エリアのこの場合のリンク長分布.....	62
図 5.16	関東の場合の平均最小ホップ数.....	63
図 5.17	名古屋の場合の平均最小ホップ数.....	63
図 5.18	京阪エリアの場合の平均最小ホップ数.....	63
図 5.19	関東エリアの場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	66
図 5.20	名古屋エリアの場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	66
図 5.21	京阪エリアの場合の次数優先攻撃に対する頑健性.....	67
図 5.22	関東エリアの場合のランダム故障に対する頑健性.....	68

図 5.23	名古屋エリアの場合のランダム故障に対する頑健性.....	68
図 5.24	京阪エリアの場合のランダム故障に対する頑健性.....	69
図 5.25	関東場合の R の値.....	69
図 5.26	名古屋場合の R の値.....	70
図 5.27	京阪場合の R の値.....	70
図 9.1	UDG モデル.....	78
図 9.2	A と最大接続成分の割合の関係.....	79

表 目次

表 3.1	シミュレーションに関する数値の設定.....	22
表 3.2	SF の場合の PR と PA の最小二乗近似による a,b の値.....	25
表 3.3	EXP の場合の最小二乗近似による a,b の値.....	25
表 3.4	POI の場合の PR と PA の最小二乗近似による a,b の値.....	25
表 4.1	シミュレーションに関する数値の設定.....	35
表 4.2	初期ネットワークは SF の場合の最小二乗近似による a,b の値.....	40
表 4.3	初期ネットワークは EXP の場合の最小二乗近似による a,b の値.....	40
表 4.4	初期ネットワークは POI の場合の最小二乗近似による a,b の値.....	41
表 5.1	ネットワークに関する数値設定.....	52
表 5.2	関東エリアの PR と PA の最小二乗近似による a,b の値.....	64
表 5.3	名古屋エリアの PR と PA の最小二乗近似による a,b の値.....	64
表 5.4	名京阪エリアの PR と PA の最小二乗近似による a,b の値.....	64

第 1 章

序論

1.1 研究背景

現在、我々の周囲には多種多様なネットワークが存在している。それらの多種多様としてもかかわらず、インターネット、WWW、論文の共著者関係等、多くのネットワーク構造に共通する特徴が存在する [1,2,3,4]。その特徴とは、ノードが持つ次数 k の頻度分布が、 $p(k) \sim k^{-\alpha}$ というべき乗に従うことである。言い換えれば分布の裾野が大きく、次数の平均値が代表値にならないことから、スケールフリー (SF) と呼ばれている [1,2,3,4]。べき乗に従った次数分布では、わずかなリンクしか持たない大多数のノードと莫大なリンクを持つごく少数のノード (ハブ) が共存している。SF ネットワークの機能的特徴は、あるノードから別のノードに到達するまでに経由するノード (ホップ) の最小数がノード総数 N に対して $\log N$ 程度ですむ Small-World (SW) 性にあり、高い通信効率を持つことである [1,2,5,6]。また、不慮の事故や故障に相当するランダムなノード除去に対しては頑健であるものの、テロリスト等による意図的なハブを狙った集中攻撃には極めて脆弱であることが近年も解析的に示されている [5,6]。この問題に対して、少数のリンクペアをランダムに選択してリンクの張り替えを行う方法や [7,8,9,10,11,12]、ランダムで選択したノード間に少量 (リンク総数の 30% 程度) のショートカットを加える方法が提案されており [8,9,10]、ハブ攻撃への頑健性が大幅に向上することがシミュレーション実験により示されている。しかしながら、

実世界のネットワークの次数分布はべき分布のみではない。べき乗則にならないネットワークも多数ある。特に地理空間上にネットワークを構築する場合、通信網や道路等を建設する際に距離や通信量等が考えないといけないので、生成されたネットワークの次数分布が指数分布やランダムネットワークのポアソン分布に近いこともある。次数分布が冪分布にならない時、ネットワークの頑健性や通信効率等が向上することが十分考えられ得る。

ところで、次数分布はネットワークの性質を完全に特徴付けるものではない。例えば、ネットワークの中で、次数の小さいノードが次数の大きいノードと隣接しやすい（リンクを張りやすい）等の傾向が存在する。このような近隣ノード同士の次数の関係性は次数相関 (Assortativity) と呼ばれている。リンクの次数相関現象は現実の様々なネットワークに存在している。例えば、現実のインターネットや WWW 及び生態系のネットワークには次数の小さいノードが次数の大きいノードと隣接しやすい（リンクを張りやすい）等の傾向が存在して、負の次数相関 (disassortative) を持つ。一方、映画俳優の競演関係等の社会ネットワークは次数の高いノード同士（ハブ）が隣接しやすい現象があり、正の次数相関 (assortative) を持つ[13]。次数相関は「リンクのつながる傾向」といったネットワークの微細構造であるので、次数分布では表現できない。次数相関はネットワークのトポロジカルな性質に大きく影響している。特に、近年のスケールフリー (SF) ネットワークのハブ脆弱性に関する研究により、ある与えられた次数分布でリンクを張り替える手法は、次数が無相関なネットワークと比べて、正の次数相関に張り替えると高い頑健性を持つことがシミュレーション実験と理論解析の両方とも実証された[12][13]。しかし、次数分布が冪乗分布ではない場合、次数相関がネットワークの通信効率と頑健性に与える影響はまだ明らかになっていない。また、現実のネットワークに対して、リンクの追加や除去に伴ってコストが発生するので、大量のリンクを張り替えることが難しい。従って、少量のリンク付加の手法を通してネットワークの通信効率と頑健性を向上させる方法が求められている。リンクを付加する場合、その両端のノードの次数相関性がネットワークに与える影響に関する研究はまだない。

ところで、実存する地理的な通信ネットワークや道路網などはリンクの長さの増加によるネットワークの生成と維持費用も増えるので、ネットワークの近隣ノードが結合し易い特徴をもっている。有限の資源をよりよくの人々に利用するため、少量の長距離ショートカットリンクを通信要求の高いノード同士間に優先的に追加することが自然である。例えば、高速道路は人口の集中している都市間に建設されている。従って、利用頻度の高いノード同士のみを選ぶ時、ショートカットの両端のノード間の次数相関性からネットワークの通信効率及び頑健性に与える影響の解明も重要な課題として考えられている。

1.2 研究目的と方法

前節の背景から、本研究は下記の三つの問題に着目して解決策を提案する。それら各の場合について、リンクの次数相関現象がネットワークの通信効率と頑健性に与える影響を調べて主要因を分析する。さらに、それらの結果を実際のネットワークの設計や改善策への検討につなげる要素を捉える。

課題 1 : 次数相関とネットワークの通信効率の関係や、次数分布が冪分布ではない場合、次数相関がネットワークの通信効率と頑健性に与える影響

解決策 1 : ネットワーク科学の代表的モデルから、代表的な次数分布を三つ(冪分布、指数分布とポアソン分布)を選ぶ。その際、従来の研究手法を活用して次数相関でリンクの張替えを行い、次数相関と次数分布及びネットワーク通信効率と頑健性に与える影響について調べる。

課題 2 : ネットワーク上に次数相関に従ってリンクを付加する場合、そのリンクの両端のノードの次数相関性がネットワークの通信効率と頑健性に与える影響

解決策 2 : 解決策 1 で用いた代表的なネットワークについて、次数相関を考え

たリンクの付加を行い、リンクの付加方法によってネットワークの構造特性や通信効率及び頑健性等を分析する。

課題 3 : 地理ネットワークに対して、利用頻度の高い経路上で少量のショートカットリンクを追加する場合、ランダムなショートカットリンク付加方法と次数相関を考えたショートカット付加方法の違い

解決策 3 : 人口分布に従ったネットワークにおいて、次数相関を考えたリンク付加を行い、利用頻度の高い経路上で優先的に次数相関に従ってリンクを付加する方法を提案し、経路上のランダムなショートカット付加と比べて、正の次数相関を考えた付加法についてネットワーク構造特性や通信効率及び頑健性等を分析する。

なお、提案手法で構築されたネットワークの構造特性、通信効率、頑健性については当研究室で Java 言語により共同開発しているネットワーク分析ツール Net_Analysis を用いて調べる。

1.3 本論文の構成

本論文は序論と結論を含め全体を 6 章で構成している。以下にその構成を述べる。

第 2 章では、本研究の主題となる次数相関及びネットワークの Assortativity 等の基本概念を説明する上で必要となる関連研究を紹介する。

第 3 章では、2 章で紹介した研究手法を元に代表的な次数分布である冪分布、指数分布とポアソン分布を選び、それらの次数分布でリンクを張替える時、リンクの次数相関現象がネットワークの頑健性及び通信効率に与える影響について調べる。

第4章では、代表的な次数分布を元に生成したネットワークにおいて、次数相関に従ったショートカット付加法を考える。ショートカット付加前のネットワーク及び無相関なリンク付加手法と比べて、次数相関を考慮したショートカットの付加手法がネットワークの次数分布や頑健性及び通信効率に与える影響を分析する。

第5章では、人口分布に従ってリンク淘汰で生成されたLS (Link Survival) ネットワークを対象に、利用頻度の高い通信経路を優先的に次数相関でショートカット付加をふかす方法を考える。従来の経路上のランダムなショートカットの付加方法と比較して、次数相関を考えたショートカットの付加手法で生成したネットワークの構造特性や通信効率及び頑健性等を分析する。

第6章では、結論として本研究のまとめを述べる。また本研究では扱えなかった今後の研究課題に関しても言及する。

第 2 章

次数相関

2.1 ネットワークのAssortativity

次数相関はノード同士の結合傾向を表す。例えば、次数の小さいノードは次数の大きいノードと隣接しやすいか隣接しにくいかなど、このような結合傾向が様々なネットワークに存在している[18]。ネットワーク全体の次数相関の強弱を表す尺度はネットワークの次数 Assortativity である。Assortativity は r 表記され、下記の計算式で求められる。

$$r = \frac{m^{-1} \sum_e k_i(e)k_j(e) - \{m^{-1} \sum_e \frac{1}{2}[k_i(e) + k_j(e)]\}^2}{m^{-1} \sum_e \frac{1}{2}[k_i^2(e) + k_j^2(e)] - \{m^{-1} \sum_e \frac{1}{2}[k_i(e) + k_j(e)]\}^2}$$

上の式中で、 m はネットワークの総リンク数である。 $k_i(e)$ と $k_j(e)$ はリンク e の両端ノードの次数である。 r の値の範囲は $[-1,1]$ である。この範囲の中で、

$r > 0$ の時、ネットワークは正の次数相関を持つ。 $r \rightarrow 1$ ほど、ネットワークはほぼ同じ次数のノード同士がつながりやすい傾向を持つ。

$r = 0$ の時、ネットワークは無相関となる。つまり、ノードペア i, j の結合確率は i, j 間の次数差と平均的に無関係となる。

$r < 0$ の時、ネットワークは負相関となる。 $r \rightarrow -1$ ほどネットワークは次数の近いノード同士がつながりにくい傾向を持つ。

2.2 次数相関に関する従来の研究

次数相関がネットワークの構造特性に与える影響について、従来の研究者達は SF ネットワークの冪乗分布に着目し、リンク張替えや次数相関に従ってリンク生によるモデルを作り、シミュレーションによって分析を行った。本節では関連研究から代表的な研究手法を二つ選び、そのモデルの生成方法と主な分析結果を紹介する。

2.2.1 Xulvi-Brunet と Sokolov のリンク張替えモデル[12]

Xulvi らは次数相関 (Assortativity) と SF ネットワークのトポロジカルな性質の関係性に着目し、SF ネットワークの代表的なモデルの一つとして BA (Barabasi-Albert) モデルを初期構成にして、リンクを張り替える手法で Assortativity 値が $[0,1)$ 範囲で変化できるモデルを作り出した。さらに、Assortativity の変化によってネットワークの通信効率と頑健性等の変化を調べた。

Xulvi-Brunet と Sokolov のモデルの生成方法：

- Step1:** ネットワークの初期構成： $\langle k \rangle = 2$ の Barabasi-Albert (BA) モデルを生成する。
- Step2:** **Step1:** で生成した BA ネットワークから、ランダムにリンクを二つ選ぶ (link 1 (A,B) と link 2 (C,D))、A、B と C、D は link 1 と link 2 の両端のノードである。
- Step3:** 確率 p で A、B、C、D の 4 ノード同士の中に次数の高い二つを結ぶ。同時に、次数の低い二つのノード同士も結ぶ (リンクの張り方がもとの link 1、link 2 と一致する場合もある)。一方、確率 $1-p$ で A、B、C、D の 4 ノード同士からランダムで二つを結ぶ。同時に、残した二つのノード同士も結合する (リンクの張り方がもとの link 1、link 2 と一致する場合もある)。
- Step4:** 自己ループを防止するまま、 Q 回までに **Step3** を繰り返す。 Q は出来るだけ

け大きな値を取る。

Xulvi-Brunet と Sokolov のモデルでは、ネットワークの次数分布が変わらない。また、パラメータ $p = 0$ とすれば、リンク同士はランダムリワイヤリングとなり、次数無相関 ($r = 0$) なネットワークが形成でき、 p ($p \leq 1$) を大きくすると、次数の近いノード同士が結合し易くなり、正の次数相関 ($r > 0$) となる。パラメータ p と Assortativity の関係を図 2.2 に示した。図 2.2 の中の縦軸 A はネットワークの Assortativity を示す。赤線はシミュレーション数値、青線は理論の計算値である。また、Xulvi らのモデルで生成されたネットワーク ($N=200$ 、 $\langle k \rangle=4$) を図 2.1 に示す。Assortativity が大きくなると、ネットワークはいくつの次数階層に分けて、次数の近いノード同士の結合しやすい現象がよく見られる。

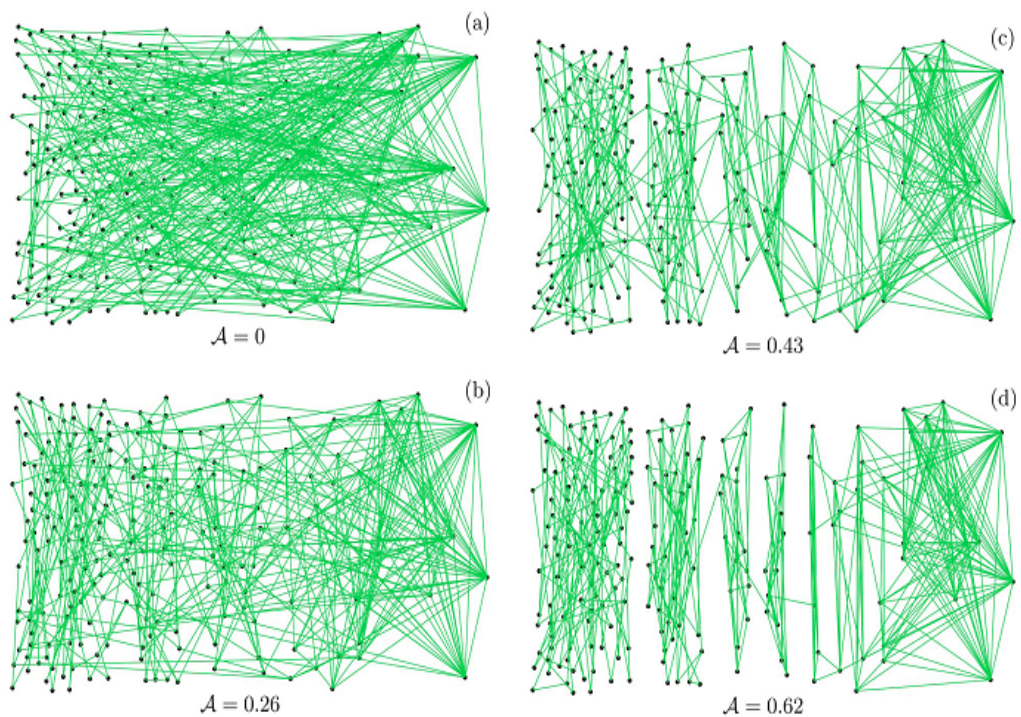


図 2.1 Xulvi-Brunet と Sokolov のリンク張替えモデル

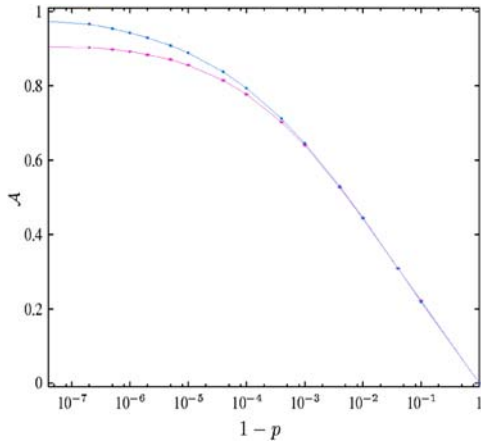


図 2.2 Assortativity と p の関係

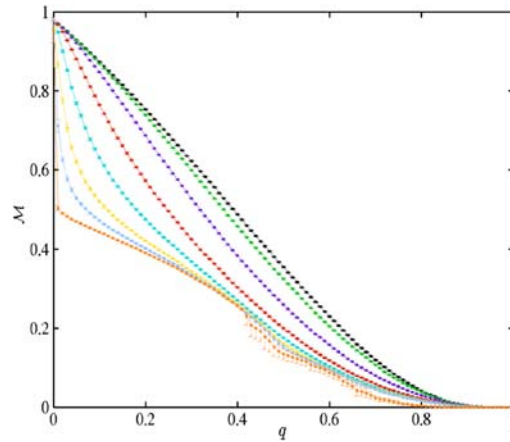


図 2.3 ランダム故障に対する頑健性

上記のモデルでランダムにノード除去する場合において、ネットワークの頑健性を図 2.3 に示す。縦軸はノードの除去で残る最大クラスターサイズの割合であり、横軸はノードの除去率を示す。グラフ中、上の黒線から、下赤線まで、ネットワークの Assortativity はそれぞれ $r=0$ 、 $r=0.221$ 、 $r=0.443$ 、 $r=0.64$ 、 $r=0.777$ 、 $r=0.856$ と $r=0.913$ である。このように、Assortativity の値の増加によって、ネットワークのランダム故障に対する頑健性が減少していることが分かっている。

2.22 Zhi-Xi Wu と Petter Holme の次数相関でリンク生成モデル[13]

Zhi-Xi Wu と Petter Holme はコンフィグモデルを元に、次数相関でリンク生成の手法で、高い正の次数相関を持つネットワークの頑健性について調べた。本節では、Zhi-Xi Wu と Petter Holme のモデル生成方法と主なシミュレーション結果を紹介する。Zhi-Xi Wu と Petter Holme のモデルの生成方法：

- (1) 先ず、コンフィグモデルとして、次数分布 $P(k) \sim k^{-2.5}$ に従った確率で k 本の枝を持つノードを N 個生成してネットワークに追加する。枝はまだ形成していないリンクと見なす。二つの枝が結合したら、新しいリンクが形成できる。例えば、ノード i の枝 s はノード j の枝 w と結合すると、ノード i とノード j の間にリンクが一本形成する。

- (2) ステップ(1)で生成したノード*i*は、自分の枝の本数順に階層番号 *s* (*i*)を決める。例えば、最少の枝を持つノードの番号は0、次は1...このような方法で全部のノードに階層番号を付ける。
- (3) 全部の枝の中からランダムに選択した枝 *s* と *w* に対して、その所属のノード *i* と *j* に対して、*s* と *w* の結合確率 P_{ij} を定義する。

$$P_{ij} = \frac{1}{a|s(i) - s(j)| + 1}$$

a はパラメーター

- (4) 重複なリンクを防止する上、*Q* 回に到達までにステップ(3)を繰り返す。
- (5) ステップ(4)でペアできない枝に対して、毎回ランダムに二つの枝 *k* と *s* を選び、さらに、ネットワークの中でランダムにリンク 1 を一つ選び、選んだ枝 *k*, *s* はランダムでそのリンク 1 の両端のノードにつながる。同時に元のリンク 1 をネットワークから除去する。

Zhi-Xi Wu と Petter Holme のモデルにより、パラメーター *a*=0 の時、ノード同士間は無相関でつながり、ネットワークの Assortativity も 0 となる。また、*a* を大きくすると、ネットワークの Assortativity が急に増え、次数の近いノード同士がつながりやすくなる。一方、Zhi-Xi Wu と Petter Holme のモデルは計算量 $O(m)$ (*m* はネットワークの総リンク数) 程度でネットワークを生成できる。リワイヤリング (計算量 $O(m^2)$) よりも、この手法は小さい計算量でモデルを生成できる。既定の次数分布上の次数相関分析に対してとてもよい方法と考えられる。

シミュレーション結果：

図 2.4 はパラメーター *a*=3 の場合で生成されたネットワークの頑健性をグラフで表したものである。左側 (A) は次数優先でノード除去する際、ネットワークの最大クラスターの変化である。右側 (B) はランダムにノード除去する際、ネットワークの最大クラスターの変化を表したものである。赤色の破線は *a*=3 の時に作ったネットワークの場合であり、緑線は次数無相関の場合を示す。それぞれのグラフは *x* 軸、*y* 軸と囲んだ区域の面積が大きい方が望ましい。*a*=3 の時、ネットワークのランダム

故障に対する頑健性は少し減少したが、次数優先攻撃への頑健性は大幅に向上でき、ほぼその次数分布で作れる最強のネットワーク（左側（A）の紫破線）と同等の頑健性を持っている。リンクの次数相関現象がネットワークの頑健性と莫大な関連性が存在することが分かった。

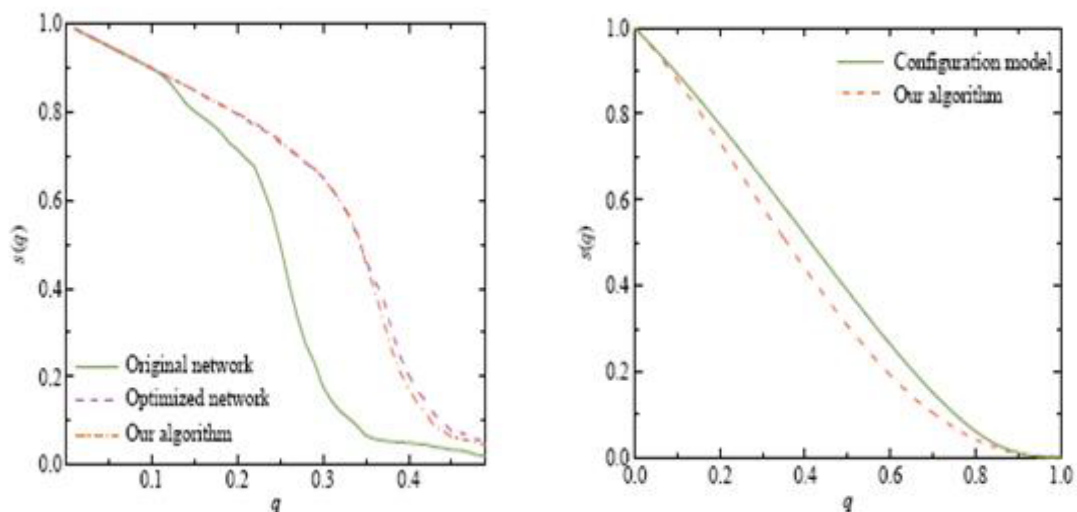


図 2.4 Zhi-Xi Wu と Petter Holme のシミュレーション結果

（縦軸にはノードの除去率に対する最大連結成分に含まるノード数の割合を示す。横軸をノードの除去率 q を示す）

第3章

次数相関を考えたリンクの張替え

3.1 はじめに

従来の次数相関に関する研究は、SF ネットワークのべき乗次数分布に注目し、リワイヤリングや次数相関でリンクを生成する手法で次数相関とネットワークの頑健性の関連性を調べた。しかし、ネットワークの通信効率と次数相関の関係性はまだ明らかになっていない。また、現存する種々のネットワークではすべて SF ネットワークではなく、次数分布が指数分布やランダムネットワークのポアソン分布に従う場合もある。本章ではこれらの問題に注目し、ネットワーク科学の知見から、代表的な次数分布：冪乗分布、指数分布、ポアソン分布を選び、次数相関とネットワークの通信効率及び頑健性の関係性について分析する。ここで、指数分布は後述べる人口分布に従ったネットワークと近く、ポアソン分布は $\langle k \rangle = 6$ ランダムグラフの次数分布と対応する。

3.2 次数相関を持つネットワークの生成

ネットワークの生成方法は、第2章の Zhi-Xi Wu と Petter Holme のモデルの生成手法に用いる。具体的には、

Step1:下記の三つの次数分布に従った確率で k 本の枝を持つノードを N 個生成してネットワークに追加する。枝の片端はまだ結合先を持たず、二つの枝が結合したら、新しいリンクが形成できる。例えば、ノード i の枝 s はノード j の枝 w と結合すると、ノード i とノード j の間にリンクが一本形成する。ノードの生成が終了すると、全ノードの次数和を計算し、次数和が偶数となるまでに **Step1** を繰り返す。

次数分布について：

SF→次数分布は冪分布に従う場合である。

$$P(k) \sim k^{-\alpha}$$

EXP→次数分布は指数分布に従う場合である。

$$P(k) \sim \exp(-\beta k)$$

POI→次数分布はポアソン分布に従う場合である。

$$P(k) \sim \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

Step2: **Step1** で生成したノード i に対して、自分の枝の本数順に階層番号 $s(i)$ を決める。例えば、最少の枝を持つノードの番号は 0 、次は $1 \dots$ このような方法で全部のノードに階層番号を付ける。

Step3: **Step2** で全部の枝の中にランダムに選定した枝 s と w に対して、その所属のノードを i と j として、 s と w の結合確率 P_{ij} を定義する。

$$P_{ij} = \frac{1}{a |s(i) - s(j)| + 1}$$

a はパラメーター

Step4: 重複なリンクを防止するしながら、全部のペアできる枝が結合するまでに **Step3** を繰り返す。

Step5: **Step4** で結合できない枝同士に対して、毎回ランダムに二つ枝 k, s を選び、さらに、ネットワークの中でランダムでリンク l を一つ選び、選んだ枝 k, s はランダムでそのリンクの両端のノードにつなげる。同時に、元のリンク l をネットワークか

ら除去する。自己ループや重複リンクを防止する上、全部の枝が結合するまでに **Step5** を繰り返す。

3.3 実験設定

本節では、3.2 節で提案したネットワーク生成手法を用いて、次数相関に従ってネットワークモデルを構築する。ネットワークシミュレーションに関する数値の設定は表 3. 1 に示す。

ノード数	100, 200, 500, 1000, 5000, 10000, 20000, 50000
次数分布	SF の場合 : $\alpha = 2.5$ EXP 場合 : $\beta = 0.4$ POI (poisson) の場合 : $\lambda = 6$
パラメーター a	0, 1.0, 3.0, 5.0
最小次数 k_{\min}	3
シミュレーション平均数	50

表 3.1 シミュレーションに関する数値の設定

3.4 ネットワーク構造特性の分析

本節では、3.2 で提案した連結確率により生成されたネットワークの通信効率と頑健性について調べる。

3.4.2 通信効率

現実社会の情報網や交通網では輸送物が宛先に到達できる確率はある程度高い

ことが当たり前で、いかに短い時間でまたは短い経路長で宛先に到達できるかが問題となる。本項では最小の経由数で宛先に届くようなパスを用いた場合に、任意の 2 ノード間が平均して何ホップで繋がっているのかという平均最小ホップ数を調べる。ネットワークの通信効率を評価することで、平均最小ホップ数は元も重要な指標として考えられている。ネットワークの平均最小ホップ数の計算方法は下記の 2 ステップとなる。

Step1: ノード i からノード j への最小ホップ数を h_{ij} 、ノード数を N とするとノード i から i 以外の全ノードに対する最小ホップ数の平均 L_i は以下の式から求めることができる。

$$L_i = \frac{1}{N-1} \sum_{i \neq j} h_{ij}$$

Step2: ネットワーク全体の最小ホップ数 (L) の平均は以下の式から求めることができる。

$$L = \frac{1}{N} \sum L_i$$

なお、ネットワークの平均最小ホップ数が小さい方が宛先に少ない経由数で届けられるため、値は小さい方が望ましい。

図 3.1 から図 3.3 までは初期のネットワークが SF、EXP、POI の三場合のネットワークの最小平均ホップ数を示した。横軸はネットサイズ N であり、縦軸はネットワークの平均最小ホップ数をしめす。点の間の線は SF の場合は $y=k \times \log(\log N) \times b$ と仮定して、EXP と POI の場合は $y=k \times \log N \times b$ と仮定して最小二乗近似した際の推進線である。表 3.2~3.4 はそれぞれの場合に対する最小二乗近似した際の推進線の傾き k と b の値を示す。傾き k の値はがネットサイズ N の増加に対するホップ数成長量を反映できるので、値が小さい方が望ましい。また、傾き k が同じの場合は、 b の値の大小を通してホップ数の大小が比較できる。

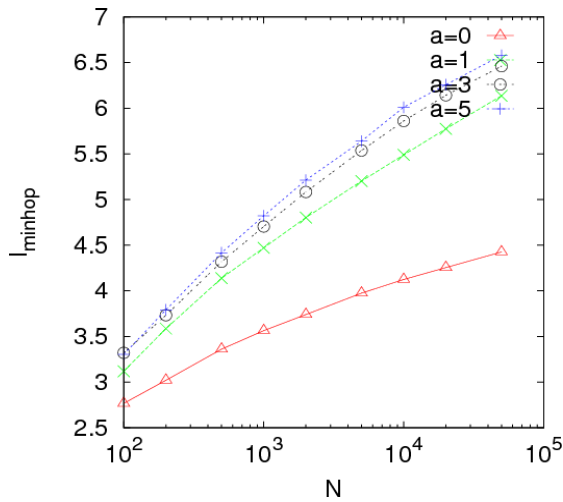


図 3.1 SF の場合の平均最小ホップ数

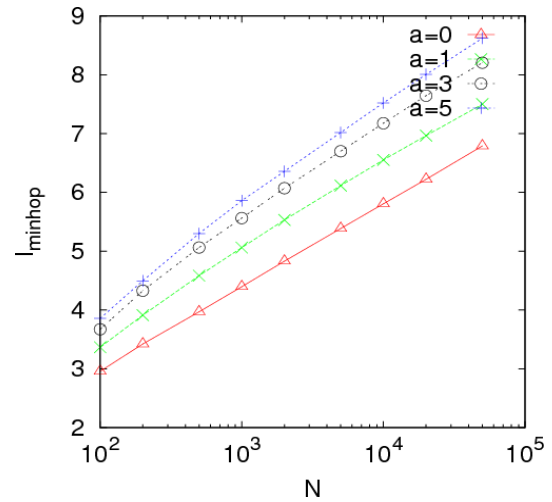


図 3.2 EXP の場合の平均最小ホップ数

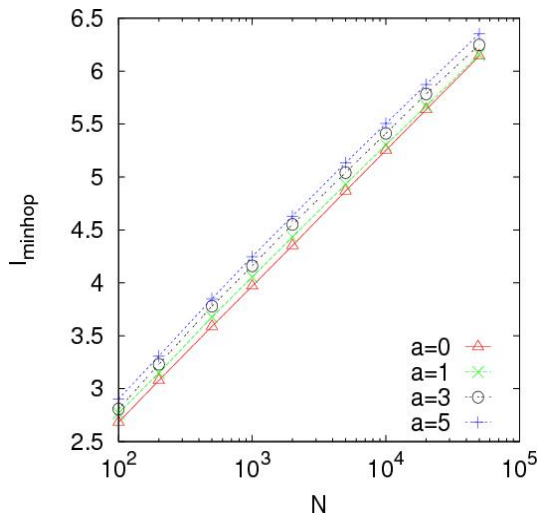


図 3.3 POI の場合の平均最小ホップ数

図 3.1~3.3 からわかるように三つの場合ともパラメータ a の増加によってネットワークの平均ホップ数も増えていく。また、 a の増加により、SF の場合の平均最小ホップ数の増加量が一番大きい。二番目大きいのは EXP の場合となり、増加量が最小のは POI である (表 3.2、3.3、3.4 参照)。ただ、図 5.16 から分かるようにパラメータ a の違いと関連ならず、ホップ数のネットワークサイズに対する増加量が $\log(\log N)$ 程度で保つことができる。また、図 3.2 と図 3.3 から、EXP と POI の場合、 $a=5$ の時でもホップ数が $\log N$ 程度まで小さい SW 性を保つことが確認できる。つまり、無相

関なネットワーク ($a=0$) と比べて、高い正の次数相関を持つネットワークの通信効率は悪くなったが、ネットワーク平均ホップ数の $\log(\log N)$ や $\log N$ の特性を保つことができる。

	k	b
a=0	4.49	1.41
a=1	8.05	0.66
a=3	8.64	0.63
a=5	8.96	0.56

表 3.2 SF の場合の PR と PA の最小二乗近似による a,b の値

	k	b
a=0	1.41	0.16
a=1	1.52	0.42
a=3	1.66	0.5
a=5	1.75	0.51

表 3.3 EXP の場合の最小二乗近似による a,b の値

	k	b
a=0	1.26	0.27
a=1	1.27	0.27
a=3	1.27	0.31
a=5	1.28	0.38

表 3.4 POI の場合の PR と PA の最小二乗近似による a,b の値

3.43 頑健性

現在のインターネット構造をはじめとした極く少数の次数が大きいノード（ハブ）とその他多くの次数が小さいノードで構成される SF ネットワークは災害等のランダムな故障には大きな耐性がある。その理由はランダムにノード選択した場合、ハブが選択される可能性は低く、ハブ以外の次数が小さいノードが選択される可能性が高いためである。次数が小さいノードが除去された場合、そのノード周辺部分は機能不全に陥る可能性はあるが、その影響がネットワーク全体に広がることは少ないため、全体としての機能は保つことができる。一方、極く少数のハブを意図的に狙った集中攻撃には非常に脆弱であり、直ぐに連結性が失われて、ネットワーク全体が機能不全に陥ってしまう問題がある。

本節では、提案手法により生成されたネットワークが、災害等を想定したランダムな故障とテロを想定した意図的な攻撃への耐性を調べる。具体的には、故障もしくは意図的な攻撃を想定したノードを除去する際に残るネットワークの最大連結成分（ノード除去後に互いに連結している部分のノード数の最大値 S ）の変化と最大連結成分以外で孤立しているクラスタの平均ノード数（平均孤立クラスタサイズ）がピークになる時のノード除去率 f を比較する。具体的な指標を以下に示す。

(1) 次数優先のノード除去に対する頑健性

- 最大連結成分の割合 S/N
- 平均孤立クラスタサイズ $\langle s \rangle$

(2) ランダムでノード除去に対する頑健性

- 最大連結成分の割合 S/N
- 平均孤立クラスタサイズ $\langle s \rangle$

なお、ノードを除去する際、残るネットワークの最大連結成分のサイズが大きいネットワークは頑健であるので、ノードの除去による最大連結成分の割合 S/N の変化を注目する場合、グラフが x 軸と y 軸を囲む部分の面積が大きい方が望ましい。

また、平均孤立クラスタサイズがピークになる時、最大連結成分が大きく分断さ

れ、ネットワーク全体の機能を保つことができなくなった状態になるので、平均孤立クラスタサイズがピークになる時のノード除去率 f の大きいの方が頑健と考える。

(1) 次数優先でノード除去に対する頑健性

本項ではテロ等による意図的な攻撃への耐性について調べる。意図的な攻撃を想定したノード除去の具体的な方法は、故障前の元のネットワークから次数が大きい順にノードをソートしたリストを作成し、次数が高いノードから順に除去するという方法である。なお、1つノードを除去すると除去されたノードに隣接しているノードの次数が減少しリスト内で順番が入れ替わることも考えられるが、本研究では一度作成したリストに変更を加えずにノード除去を行う。

図 3.10~3.12 から、左側の図は縦軸に最大連結成分の割合 S/N である。右側の図は縦軸に平均クラスタのサイズを示す。両方も横軸にノードの故障率 f を取った。故障率 f における除去ノード数は以下の式から求めることができる。なお、三つの次数分布ともネットサイズ N の違いによる頑健性の結果は大きな区別がないので、下記のそれぞれのシミュレーション結果では代表的な $N=10000$ の場合を示す。

$$\text{除去するノード数} = \text{故障率 } f \times \text{故障前の元のネットワークサイズ } N$$

図 3.4~3.6 はパラメーター a による SF、EXP、POI の場合の結果を示す。SF の場合、 $a=0$ の時のネットワークは無相関であり、この場合で平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c は 0.35 程度と脆弱である。 a が大きくすると、ネットワークが正の次数相関になり、ネットワークの次数優先に対する頑健性も増えていく。特に $a=5$ の時、ピークになる時の臨界値 f_c は 0.8 程度となる。無相関なネットワーク ($a=0$) より、 f_c は 0.55 程度で向上できる。EXP の場合は、パラメーター a が大きくすると、平均孤立クラスタサイズがピークになる時の臨界値 f_c は $a=0$ の 0.45 程度から $a=5$ の時の 0.8 程度になり、0.35 程度で強くなる。POI の場合は、 a が大きくすると平均孤立クラスタサイズがピークになる時の臨界値 f_c は $a=0$ の 0.6 程度から $a=5$ の時の 0.9 程度になり、0.3 程度で強くなった。三つの場合とも、正の次数相関性の増加によるネッ

トワークの次数優先に対する頑健性が大幅的に向上できる。

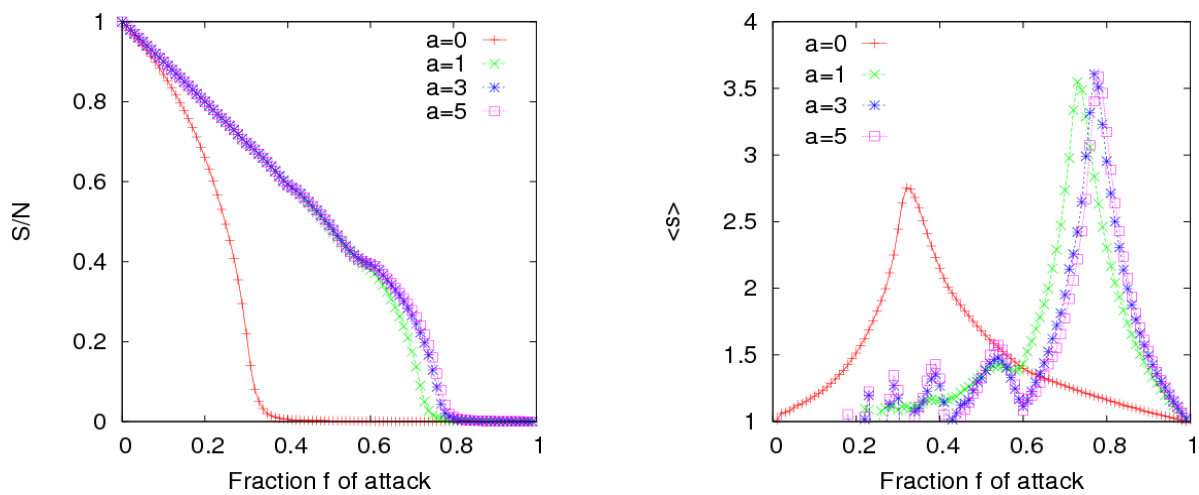


図 3.4 SF の場合の次数優先攻撃に対する頑健性

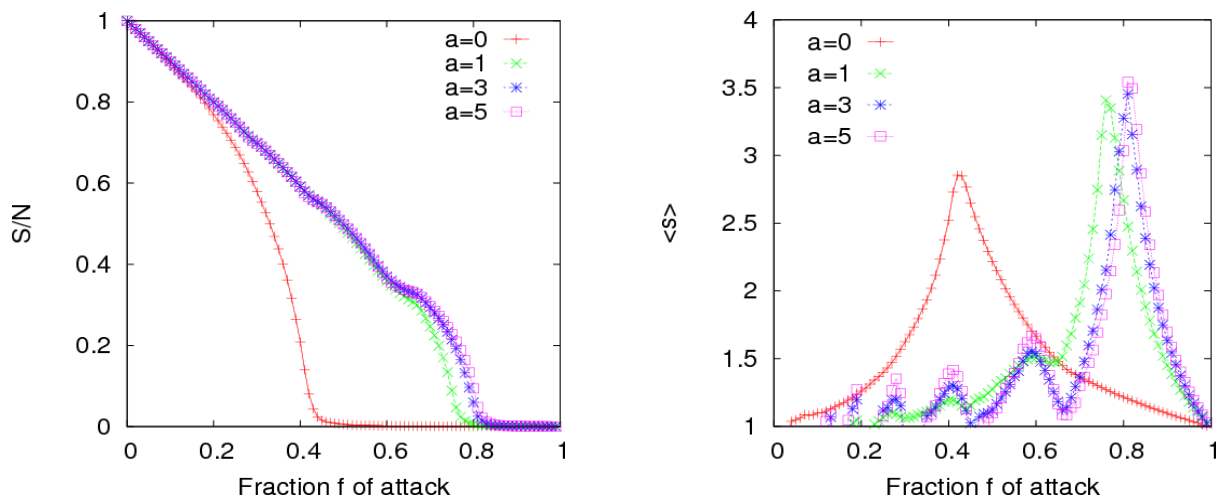


図 3.5 EXP の場合の次数優先攻撃に対する頑健性

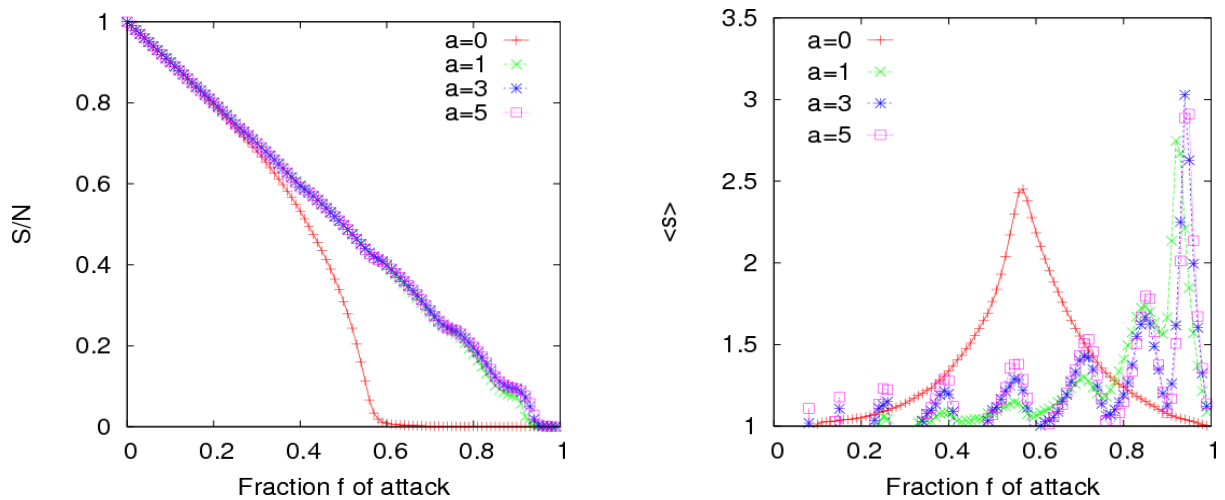


図 3.6 POI の場合の次数優先攻撃に対する頑健性

(2) ランダムでノード除去に対する頑健性

本項では災害等を想定したランダムな故障への耐性について調べる。ランダムな故障を想定したノード除去は、全てのノードからランダムに1つノードを選択し、除去するという処理を指定した除去ノード数に達するまで行うという方法である。図 3.10~3.12 から、左側の図は縦軸に最大連結成分の割合 S/N である。右側の図は縦軸に平均クラスターのサイズを示す。両方も横軸にノードの故障率 f を取った。

図 3.7~3.9 から分かるようにパラメーター a の増加によるネットワークのランダム故障に対する頑健性が減少していく。SF の場合は平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c は $a=0$ の 0.9 程度から $a=3$ と $a=5$ の 0.55 程度に変わっている。EXP と POI の場合は平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c は $a=0$ の 0.8 程度から $a=3$ と $a=5$ の 0.55 程度に変わった。しかし、三つの次数分布とも、 $a=5$ の際に表した最大の平均孤立クラスタサイズの値が 2 程度であり、次数無相関なネットワークの 1.3 (SF) 及び 1.8 (EXP と POI) とほぼ同じなレベルで頑健である。また、最大クラスターの割合の変化からもこの事を確認でき、三つの次数分布とも S/N は 0 に近くなる際の臨界値 f_c の値は 0.8 程度と頑健である。 a の増加による S/N のグラフが x 軸及び y 軸と囲む区域の面積は少しだけ減少したが、その程度の影響はネットワーク全体に対して本ほとんどないと考える。

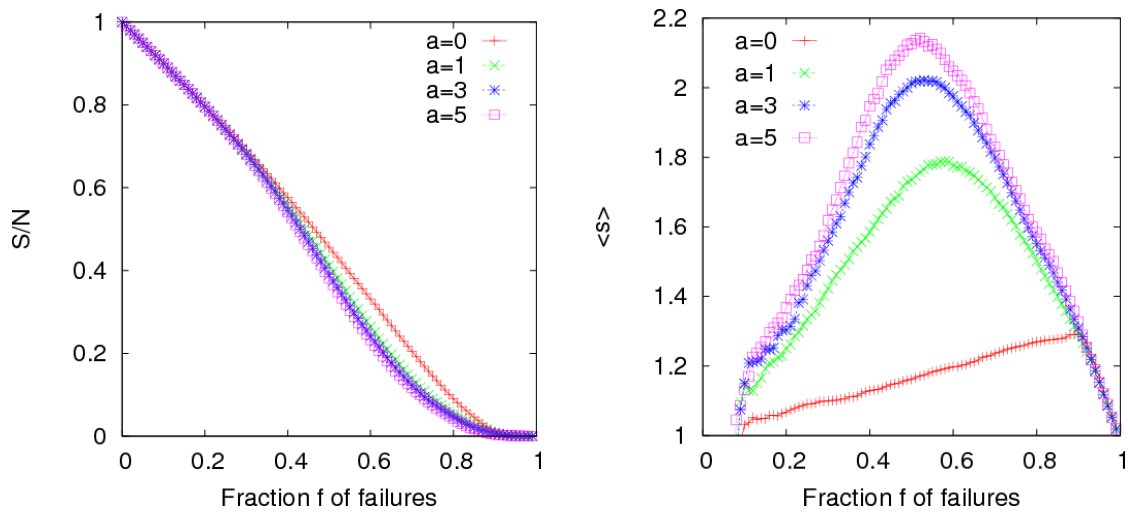


図 3.7 SF の場合のランダム故障に対する頑健性

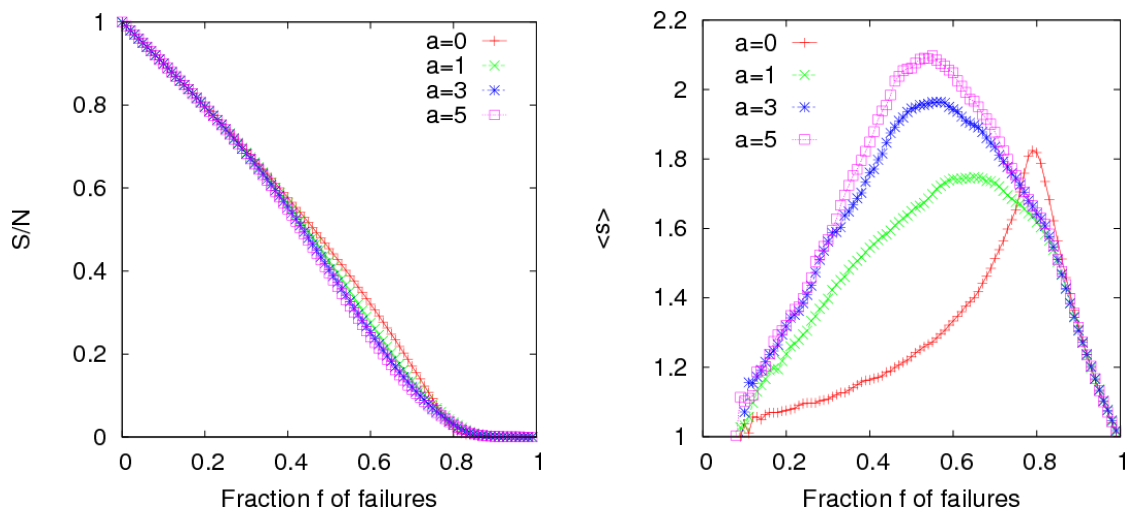


図 3.8 EXP の場合のランダム故障に対する頑健性

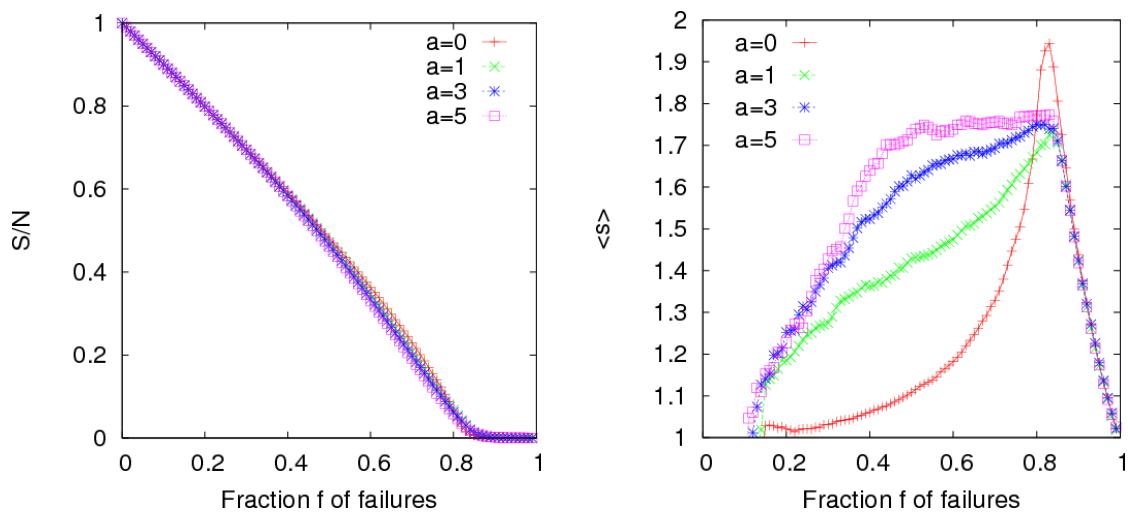


図 3.9 POI の場合のランダム故障除去に対する頑健性

第 4 章

次数相関でショートカットの追加

4.1 はじめに

前の章では典型的な次数分布の上で、リンクを張替える手法で高い **Assortativity** を持つネットワークの構造特性を議論したが、ランダムつながるよりも、高い正の次数相関を持つネットワークの方が高い頑健性を示した。また、**Assortativity** の増加により、次数分布は冪乗分布、指数分布、ポアソン分布の三つの場合ともネットワークの通信効率に関する平均ホップ数 (L) は有る程度は高く増えたが、ネットワークはまだ $\log N$ 程度ですむ小さい平均ホップ数を保てることが分かった。しかし、ネットワークの改善またはリンクの成長の視点から考えれば、実存する地理的な通信ネットワークや道路網など、リンクの追加と除去に伴ってコストが発生するので、大量のリンクを張り替えることが不可能である。従って、少量のリンク付加の手法を通してネットワークの通信効率と頑健性を向上する方法が求められる。ネットワーク上でリンクを追加するとネットワークの次数分布も変わって行く。一方、**Assortativity** の増加に対する最適なリンク追加方法は、現存のインターネットや **WWW** 等のネットワークにこだわらず、局所的情報を使って高効率なネットワークを設計することはネットワーク科学の重要課題の一つとして考えられている。本章ではこれらの問題に着目し、代表的なネットワーク上で新しいリンクを追加する場合、新規リンク両端のノード同

士間の次数相関性とリンクの生成確率に依存する手法を考え、無相関のリンク付加と比べて、次数相関を考えたリンクの追加がネットワークの通信効率や頑健性等に与える影響について検討する。

4.2 次数相関でショートカット追加の方法

決めるネットワークの上でリンクを追加する場合、ノードペアの選定方法とノードペア間新しいリンクの生成確率の違いによっていわゆるリンク追加の方法が存在する。次数相関を考えてリンクを付加することで、全ノード同士の中にランダムにノードペアを選択する方法は重要である。一方、ネットワーク自体のトポジカルな性質に着目することで、ノードは自分の次数の大きさに従ってネットワークの通信効率や頑健性等に与える影響も違ってくる。例えば、**scale-free** ネットワークの中にハブ(次数の高いノード)はネットワーク全体の通信効率及び連結性の維持に対して重要な割合を占めることが従来の研究から報告されている。従って、次数相関に従ってリンクを追加する際、次数の大きさによるノードの選択順位を決めることも重要な方法として考えられる。これらから、本節では下記の二つのリンク付加方法を提案した。

(1) ランダムに二つのノード選び、次数相関でリンクを付加する手法 **RAS** :

全ノード同士の中でランダムにノードを二つ選び、次に次数相関でそのつながる確率を決める。

(2) 次数優先で二つのノードを選び、次数相関でリンクを付加する手法 **DAS** :

全ノード同士の中でランダムにノードを二つ選び、次に次数相関でそのつながる確率を決める。

ここからは **RAS** 手法と **DAS** 手法の具体的な実現方法を紹介する。

RAS の場合 :

Step1: ネットワークの全部のノード同士の中で、ノード i とノード j を選ぶ。

Step2: **Step1** で選定したノード i, j 間確率 P_{ij} でショートカットを追加する。ノード i とノード j のつなげる確率を以下で定義する。

$$P_{ij} = \frac{1}{a |s(i) - s(j)| + 1}$$

a はパラメーター

$s(i), s(j)$ はノード i, j の次数層の番号、 $s(i), s(j)$ の付け方は第 2 章と同じであり、例えば、最小次数の時は 0、次は 1、このような方法で決まる。

Step3: **Step2** の確率が成立したら、ノード i とノード j 間にショートカットを追加する。逆に、**Step2** の確率でつながりを成立させない場合、そのリンク付加を放棄し、**Step1** に戻る。また、もしリンクの追加による重複のリンクがあれば、そのリンク付加を放棄し、**Step1** から繰り返す。

Step4: 新しいショートカットが追加されたら、ネットワークの次数情報を更新する。ショートカットが m 本になるまでに上の **Step** を繰り返す。

DAS の場合 :

Step1: 下記の確率 p でノード i とノード j を優先的に選択する(この部分は **RAS** と異なる)。

$$p = \frac{\text{ノード } i \text{ あるいはノード } j \text{ の次数}}{\text{ネットワークの次数和}}$$

Step2: 選定したノード i, j 間確率 P_{ij} でショートカットを追加する。ノード i とノード j のつなげる確率を以下で定義する。

$$P_{ij} = \frac{1}{a |s(i) - s(j)| + 1}$$

a はパラメーター

$s(i),s(j)$ はノード i,j の次数層の番号、 $s(i),s(j)$ の付け方は第2章と同じであり、例えば、最小次数の時は0、次は1、このような方法で決まる。

Step3: **Step2** の確率が成立したら、ノード i とノード j 間ショートカットを追加する。逆に、**Step2** の確率が成立しない場合、今回のリンク付加を放棄し、**Step1** に戻る。また、もしリンクの追加による重複のリンクがあれば、今回のリンク付加を放棄し、**Step1** から繰り返す。

Step4: 新しいショートカットが追加されたら、ネットワークの情報も更新する。ショートカットが m 本になるまでに上の **Step** を繰り返す。

なお、二つのリンク追加方法とも、パラメータ a を大きくすると次数の近いノードペア間にリンクが張りやすくなる。特に、**RAS** 手法により、 $a=0$ の時は全ノード同士からランダムなノードペアを選んでリンクを付加することである。**DAS** 手法で $a=0$ の場合、両点間の次数相関性と関係ならず、ノード同士は各自の次数の大きさによって優先的に選択されてリンクを付加することになる。

4.3 実験設定

実験の流れは第3章で述べた三つの典型的な次数分布に基づいてリンクの追加を行う。具体的には、

Step 1 : ネットワークの初期構成

ネットワークの初期構成は冪乗分布、指数分布とポアソン分布に基づいて次数分布を決め、その上、次数無相関に従ってノード間にリンクを繋ぐ、生成するネットワークは第2章の $a=0$ の場合と同じである。

Step 2 : ショートカットの追加

(1) RAS 手法で 30% のリンクを追加する。

(2) DAS 手法で 30% のリンクを追加する。

シミュレーションに関する数値の設定を表 3.1 に示す。リンクの追加手法及びパラメータ a の違いによるネットワークの構造特性の区別を明らかに示すために、ここではパラメータ a を 0、1.0 と 5.0 とした。なお、シミュレーションに関する数値の設定を表 4.1 に示す。

ネットワークサイズ	100, 200, 500, 1000, 5000, 10000
パラメータ a	0, 1.0, 5.0
シミュレーション平均数	50

表 4.1 シミュレーションに関する数値の設定

4.4 ネットワーク構造特性の分析

本節では、3.2 で提案したショートカットの付加手法により生成されたネットワークの構造をいくつかの指標から調べる。後に述べる通信効率と頑健性はネットワーク構造と密接に関わっているため、ネットワーク構造を調べておくことは重要である。

構造を分析するための具体的な指標を以下に示す。

ネットワークの構造指標： 次数分布

通信効率に関する指標： 最小ホップルーティングによるネットワークの平均経路長

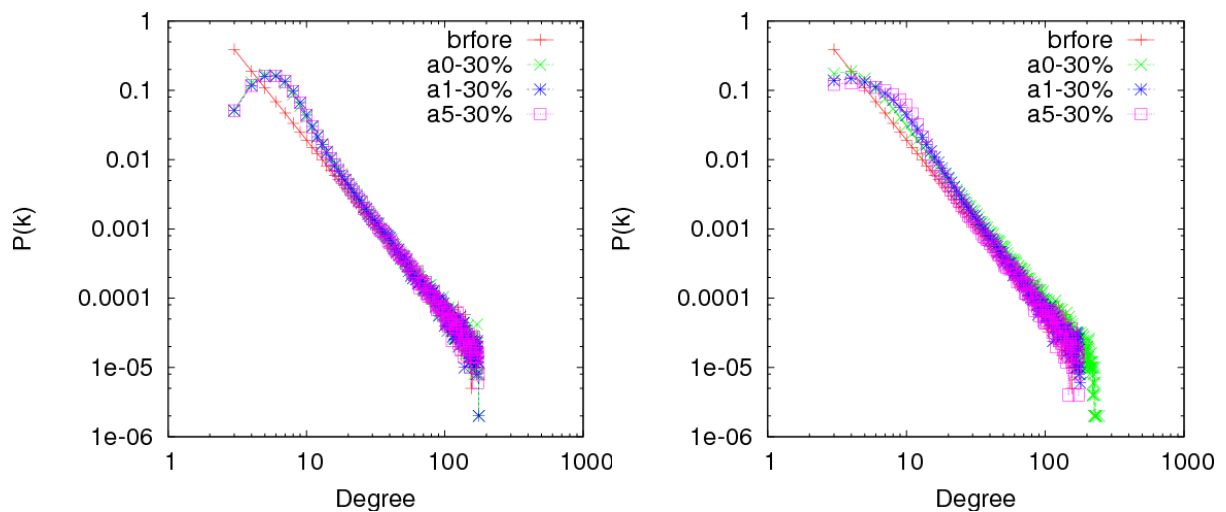
頑健性に関する指標：

(1) 次数優先でノード除去に対する最大クラスターの割合 s/N 及び孤立したクラスターの平均サイズ $\langle s \rangle$ の変化

(2) ランダムでノード除去に対する最大クラスターの割合 s/N 及び孤立したクラスターの平均サイズ $\langle s \rangle$ の変化

4.41 次数分布

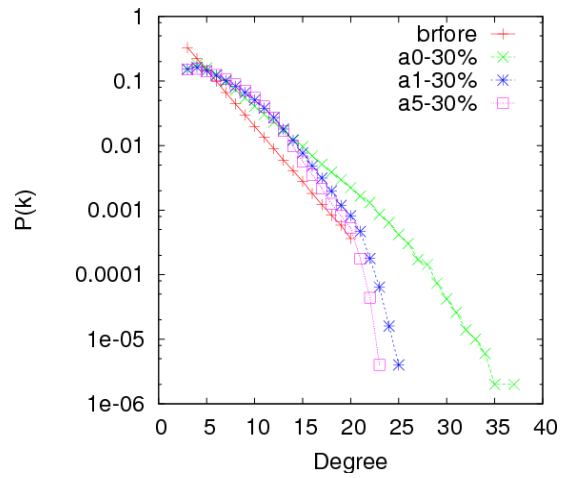
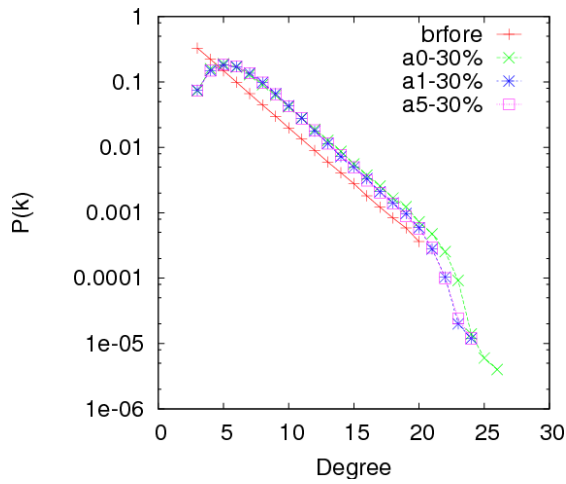
次数分布は次数 k に対するノードの存在確率である。図 4.1 から図 4.3 までは初期ネットサイズが $N=10000$ の場合である。横軸はノードの次数 k であり、縦軸は k に対するノードの頻度を示す。図の中、“before”はリンク追加前のネットワークの次数分布であり、“a0-30%”、“a1-30%”と“a5-30%”はパラメーター $a=0, 1, 5$ の際に RAS 手法と DAS 手法で 30% のリンク追加で生成したネットワークの次数分布を示す。



ランダムでノードを選択する場合 (RAS)

次数優先でノードを選択する場合 (DAS)

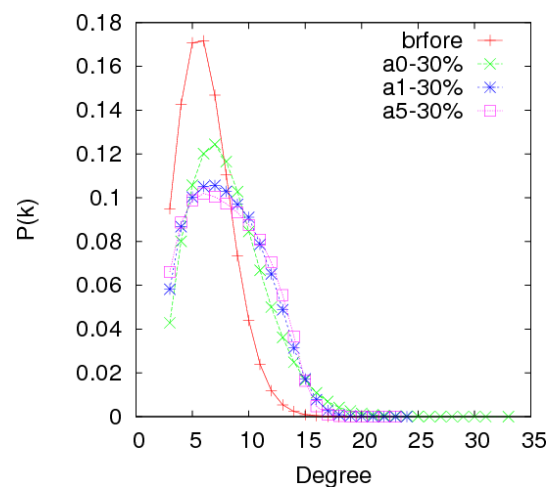
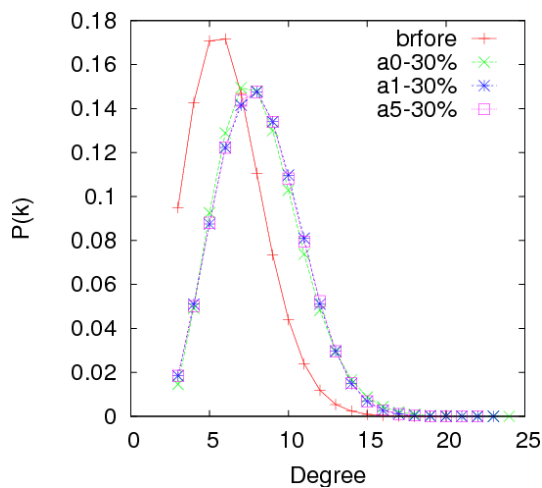
図 4.1 初期ネットワークは SF の場合のネットワークの次数分布



ランダムでノードを選択する場合 (RAS)

次数優先でノードを選択する場合 (DAS)

図 4.2 初期ネットワークは EXP の場合のネットワークの次数分布



ランダムでノードを選択する場合 (RAS)

次数優先でノードを選択する場合 (DAS)

図 4.3 初期ネットワークは POI の場合のネットワークの次数分布

図 4.1~4.3 では、リンクの追加による初期ネットワークの次数分布が変化する。
 RAS 手法でリンクを追加する場合は、ネットワークの次数分布がパラメーター a の変化によって大きな区別がないが、図 4.1 と図 4.2 の左側のグラフの中に山が出現する理由は、冪分布と指数分布によるネットワークの中で大量のノード同士は低次数ノードの部分に集中されるので、全部のノードからランダムに二つを選ぶ際に次数の低い

ノード同士が選ばれやすいためである。

DAS 手法では、三つの場合ともパラメーター a の値の増加によって高次数のノードの割合が急に減少している。その理由は、DAS 手法は高次数のノード同士が優先的に選択され、 $a=0$ の際、 k_i+k_j （ノード i とノード j の次数和）の高いノード同士間は必然的にリンクが張られやすい。一方、パラメーター a を大きくすると、高次数のノード i を選んだ時、リンクを生成するためにノード i と近い次数を持つノード j を見つけることが必要となる。しかし、ネットワークの中でハブ（高次数のノード）の存在は少数であり、 k_i と k_j の近い高次数ノードペアの存在はもっと少ないので、リンクの付加では次数のより小さいノードペアが選択されやすくなる。従って、ハブの生成確率も少なくなった。

4.42 通信効率

図 4.4 から図 4.6 までは初期のネットワークが SF、EXP と POI の三つの場合のネットワークの最小平均ポップ数を示した。横軸はネットサイズであり、縦軸はポップ数を示す。

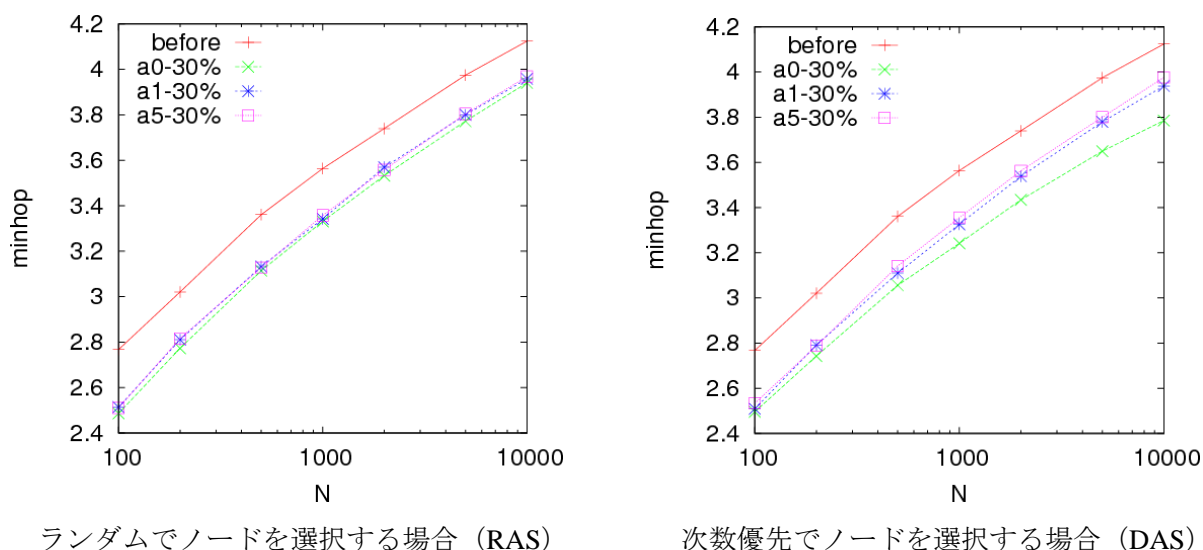
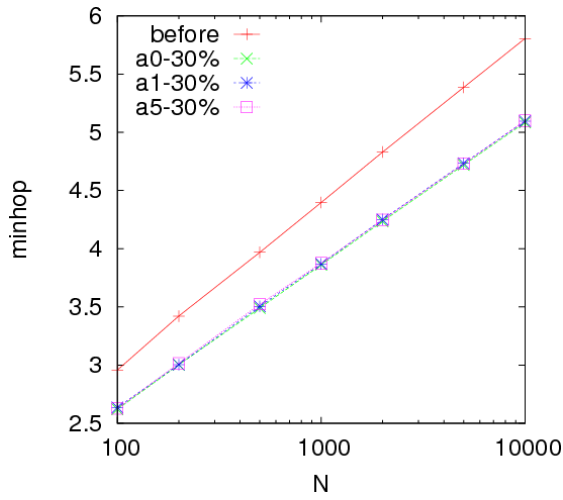
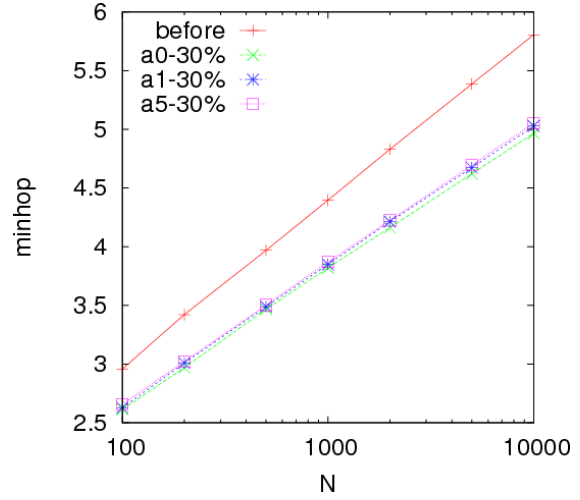


図 4.4 初期ネットワークの次数分布は SF の場合の平均最小ポップ数

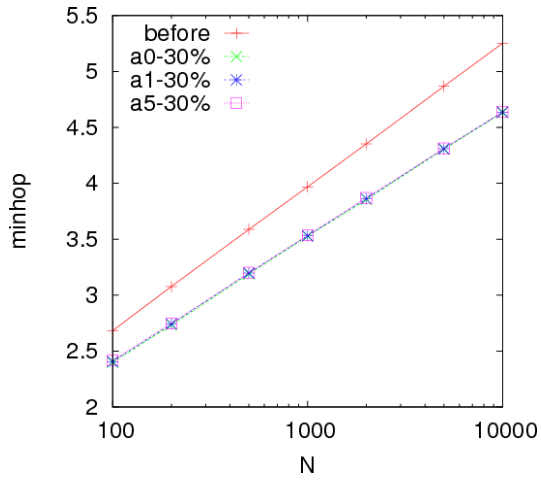


ランダムでノードを選択する場合 (RAS)

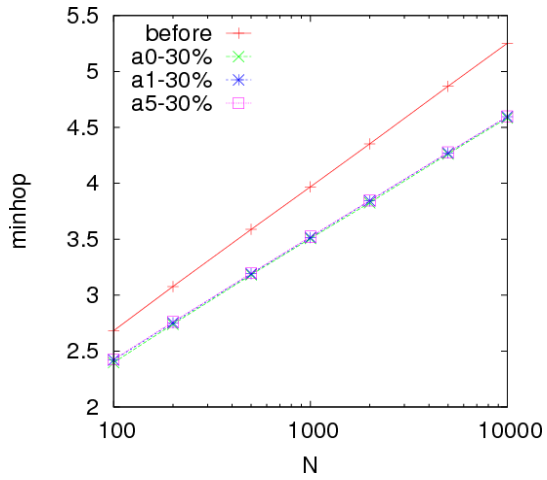


次数優先でノードを選択する場合 (DAS)

図 4.5 初期ネットワークの次数分布は EXP の場合の平均最小ホップ数



ランダムでノードを選択する場合 (RAS)



次数優先でノードを選択する場合 (DAS)

図 4.6 初期ネットワークの次数分布は POI の場合の平均最小ホップ数

図 4.5 と 4.6 から分かるようにリンクの付加により、ネットワークの平均最小ホップ数が減少している。EXP と POI の場合は、ネットワークの平均最小ホップ数は RAS 手法と DAS 手法及びパラメーター a の違いによる大きな差がない。SF の場合では、RAS 手法でリンクを付加する際にパラメーター a の違いによるネットワークの平

均最小ホップ数が大きな区別がないが、DAS手法を使う時、パラメーターaの減少に伴ってネットワークの平均最小ホップ数も減少している。特にa=0の時、DAS手法で作ったネットワークの平均ホップ数はRAS(a=0)の場合よりも小さい。その理由は、SFネットワークではハブが出てやすいので、次数優先でノードを選んでリンクを付加すると（特にa=0の時）、SFの場合はより多くのノードがハブとつながれ、輸送物等がハブを経由してより少ないホップ数で宛先に到達できる。表4.2~4.4はSFの場合は $y=k \times \log(\log N) \times b$ と仮定して、EXPとPOIの場合は $y=k \times \log N \times b$ と仮定して最小二乗近似した際の推進線のkとbの値を示す。なお、RSA手法とDSA手法のkとbの値を比較すると、DSA手法は少しだけ優位性を示した。

	ランダムでノード選定の場合 (RAS)		次数優先でノード選定の場合(DAS)	
	k	b	k	b
before	4.49	1.41	4.49	1.41
a=0	4.80	1.03	4.32	1.18
a=1	4.81	1.06	4.76	1.06
a=5	4.82	1.05	4.79	1.07

表 4.2 初期ネットワークはSFの場合の最小二乗近似による a,b の値

	ランダムでノード選定の場合 (RAS)		次数優先でノード選定の場合(DAS)	
	k	b	k	b
before	1.41	1.16	1.41	0.16
a=0	1.23	0.16	1.17	0.27
a=1	1.23	0.17	1.19	0.27
a=5	1.23	0.18	1.2	0.27

表 4.3 初期ネットワークはEXPの場合の最小二乗近似による a,b の値

	ランダムでノード選定の場合 (RAS)		次数優先でノード選定の場合(DAS)	
	k	b	k	b
before	1.26	0.27	1.26	0.27
a=0	1.2	0.16	1.09	0.23
a=1	1.2	0.17	1.09	0.25
a=5	1.2	0.19	1.09	0.26

表 4.4 初期ネットワークは POI の場合の最小二乗近似による a,b の値

4.43 頑健性

本節では第 3 章の頑健性分析手法と同様に、ランダムにノード除去と次数優先でノード除去の両場合に分けてネットワークの頑健性を分析する。図 4.7~4.9 は次数優先でノードを除去する場合である。ランダムでノード除去に対する頑健性は図 4.10~4.12 に示す。図の中で”before”はリンク追加前のネットワークの次数分布であり、”a0-30%”、“a1-30%”と “a5-30%”はパラメーターa=0、1、5 の際の RAS 手法と DAS 手法で 30%のリンクを追加する場合と対応する。ネットサイズ N の違いによる頑健性の結果は大きな区別がないので、下記のそれぞれのシミュレーション結果は N = 10000 の場合である。

(1) 次数優先でノード除去に対する頑健性

図 4.7~4.9 は、上側の図は最大連結成分の割合 S/N と故障率 f の関係を示し、下側の図は平均クラスターのサイズ<s>と故障率 f の関係を示す。

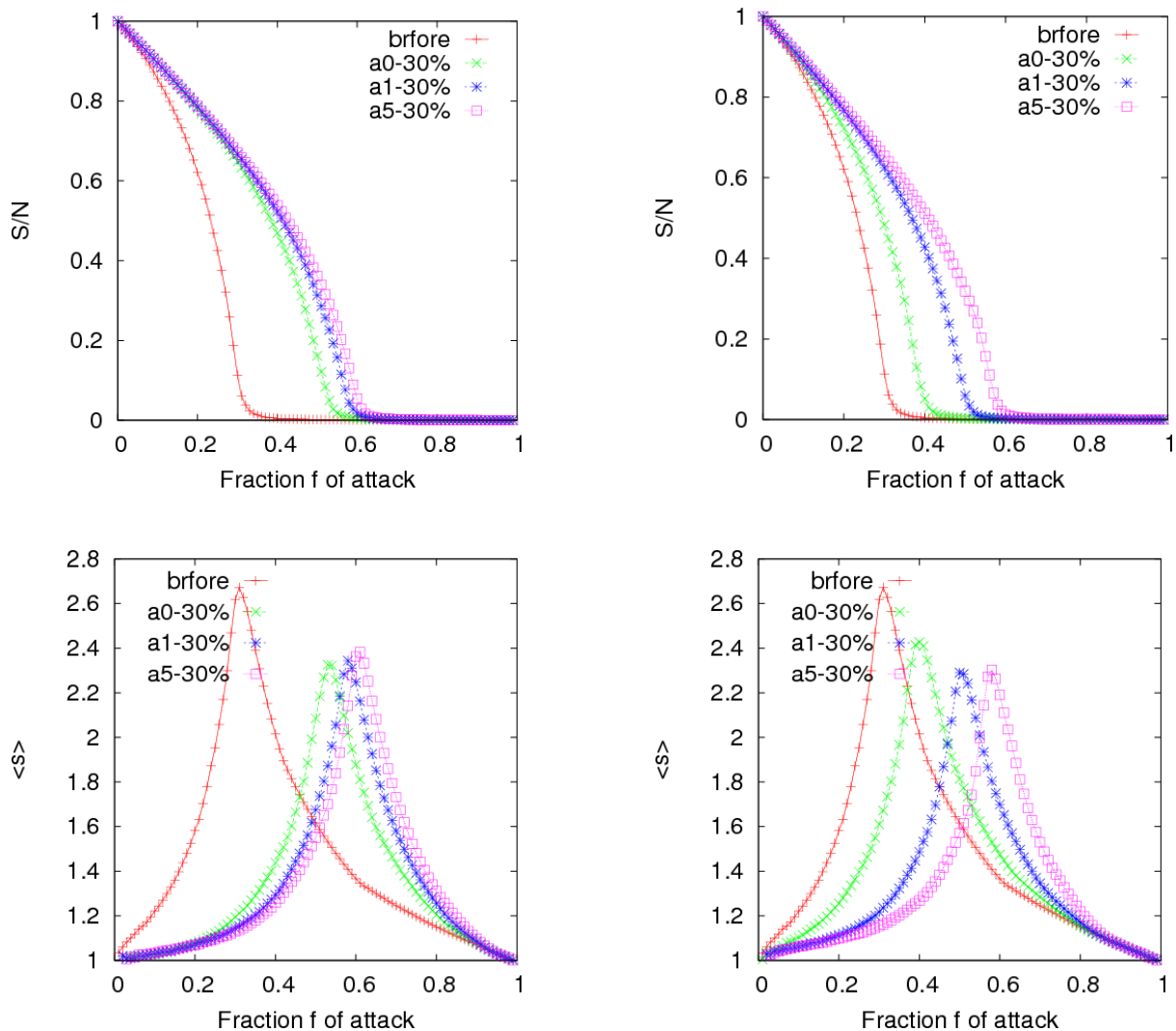


図 4.7 初期ネットワークは SF の場合の次数優先攻撃に対する頑健性

RAS でリンク追加の場合 (左側) DAS でリンク追加の場合 (右側)

図 4.7 は SF 場合の結果を示す。RAS の場合では平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c を比較すると、グラフでもっとも早く平均孤立クラスタサイズのピークが表れるのは追加前のネットワーク (“before”) で、ピーク時の臨界値 f_c は 0.3 程度と脆弱である。RAS 手法で 30% のリンクを付加すると、ピークが現れる時の臨界値 f_c は 0.55 ($a=0$)、0.6 ($a=1$) と 0.63 ($a=5$) 程度になる。DAS 手法で 30% のリンクを付加すると、ピークが現れる時の臨界値 f_c は 0.4 ($a=0$)、0.55 ($a=1$) と 0.6 ($a=5$) 程度になる。二つの手法も、ネットワークの頑健性はパラメーター a の

増加に伴って向上している。一方、RAS手法とDAS手法を比較すると、 $a=0$ と $a=1$ の時、DAS手法で作ったネットワークの頑健性はRASのより弱い、 $a=5$ の時、RASとDAS手法では平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の故障率 f は6割程度になる。

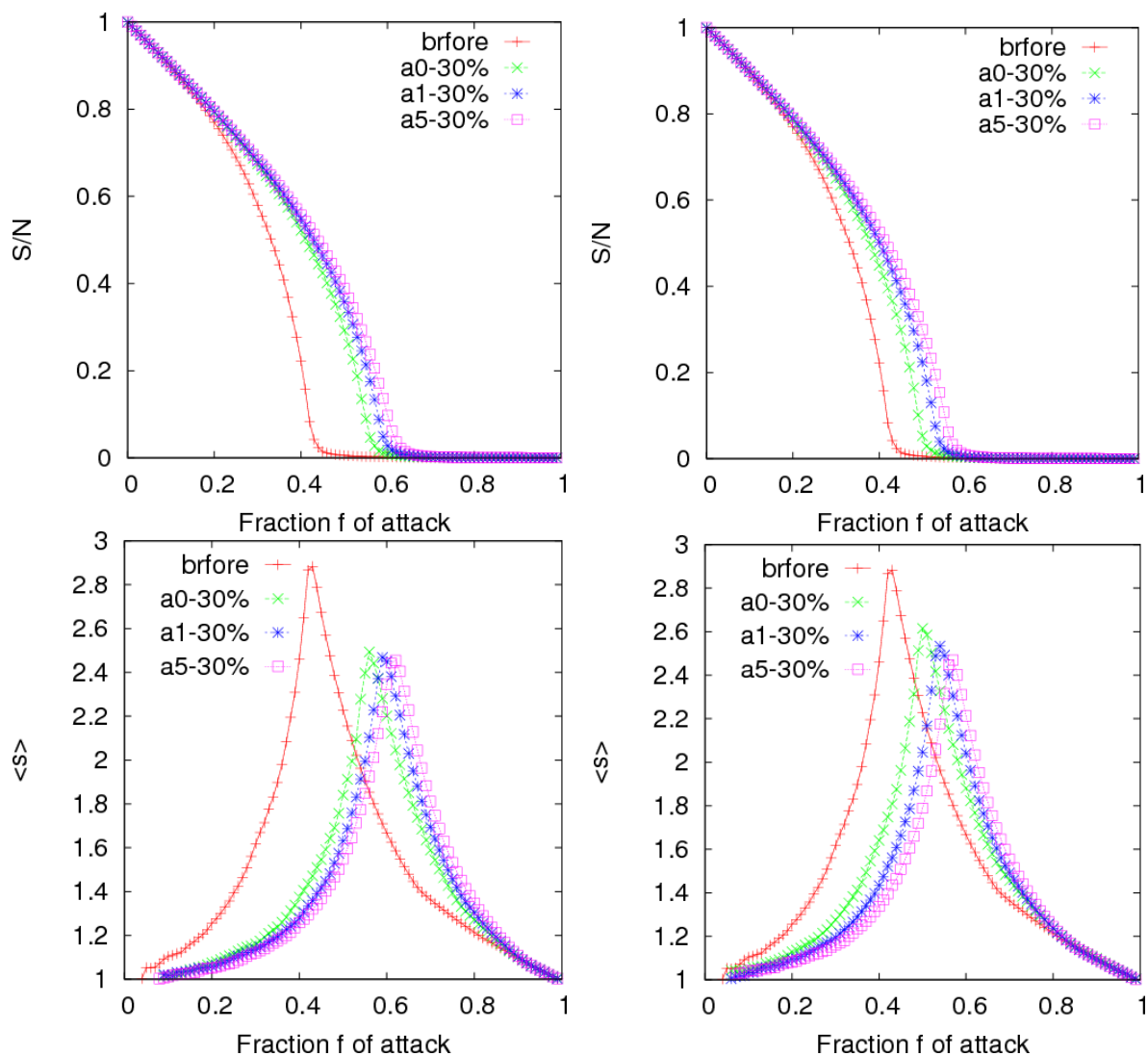


図 4.8 初期ネットワークは EXP の場合の次数優先攻撃に対する頑健性
RAS でリンク追加の場合 (左側) DAS でリンク追加の場合 (右側)

図 4.8 は初期構成は指数分布の際の結果を示す。RASの場合では平均孤立クラス

タサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c を比較すると、グラフでもっとも早く平均孤立クラスタサイズのピークが表れるのは追加前のネットワークで、ピーク時の臨界値 f_c は 0.4 程度と脆弱である。RAS手法で 30%のリンクを付加すると、ピークが現れる時の臨界値 f_c は 0.57 (a=0) 、0.61 (a=1) と 0.65 (a=5) 程度になる。DAS手法で 30%のリンクを付加すると、ピークが現れる時の臨界値 f_c は 0.55 (a=0) 、0.60 (a=1) と 0.64 (a=5) 程度になる。EXPの場合はSFの場合と類似な傾向を示したが、次数優先でノード除去に対する頑健性を向上することで、EXPの場合はリンク追加手法とパラメータaの違いによる改善効果がSFの場合より弱くなった。

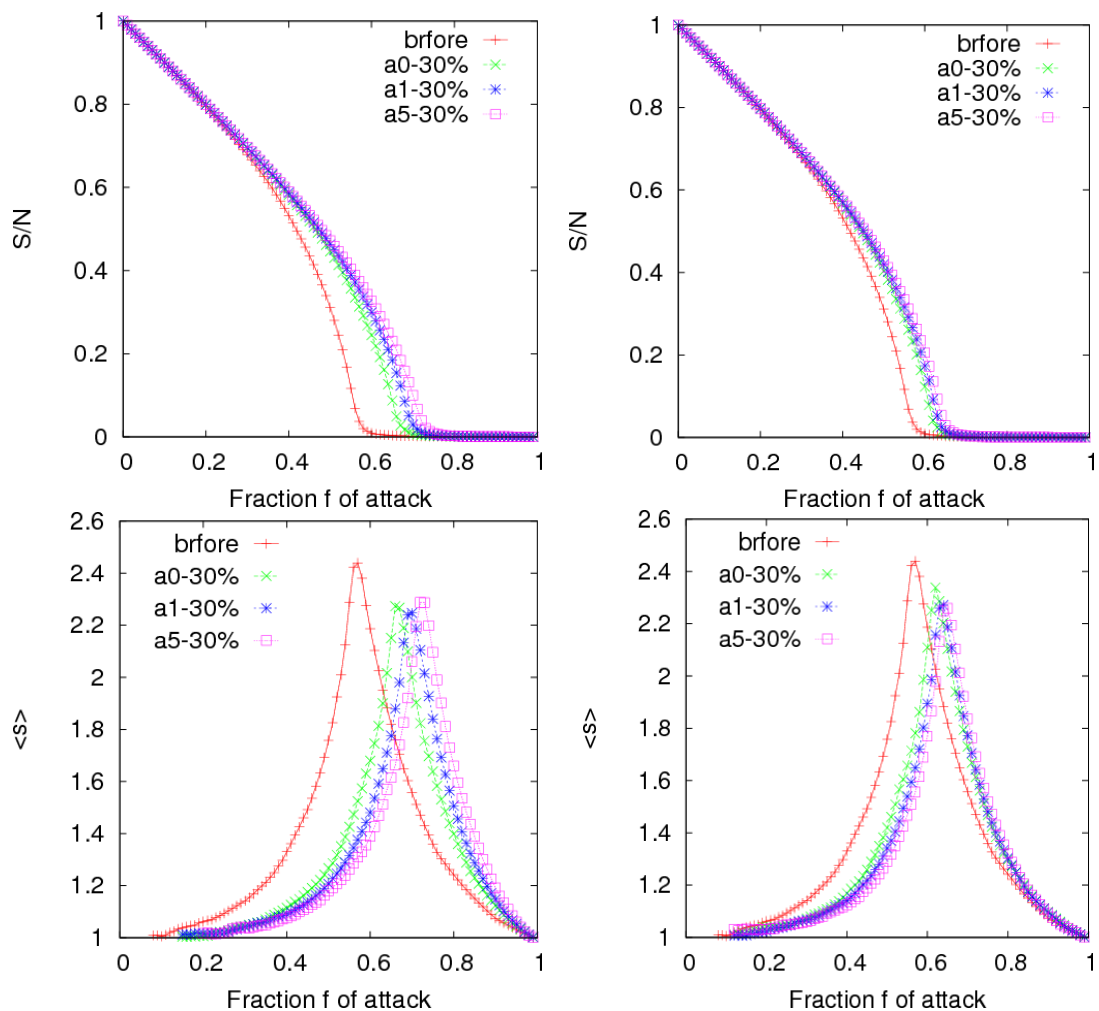


図 4.9 初期ネットワークは POI の場合の次数優先攻撃に対する頑健性

RAS でリンク追加の場合 (左側) DAS でリンク追加の場合 (右側)

図 4.9 は初期構成が指数分布の際の結果を示す。RASの場合では平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c を比較すると、グラフでもっとも早く平均孤立クラスタサイズのピークが表れるのは追加前のネットワークで、ピーク時の臨界値 f_c は 0.6 程度である。RAS手法で 30%のリンクを付加すると、ピークが現れる時の臨界値 f_c は 0.65 ($a=0$)、0.7 ($a=1$) と 0.75 ($a=5$) 程度になる。DAS手法で 30%のリンクを付加する際、相関制御係数 a の違いによる大きな差がないが、ピークが現れる時の臨界値 f_c は 0.65 ($a=0$)、0.68 ($a=1$ と $a=5$) 程度になる。また、全体の傾向として、ネットワークの頑健性はパラメーター a の増加によって向上している。一方、RAS手法とDAS手法を比較すると、DAS手法で作ったネットワークの頑健性はRASのより弱い。 $a=5$ の時、DAS手法では平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c は 6.5 割程度で、ランダムなリンク追加方法 (RASの $a=0$ の場合) と同等である。

(2) ランダムでノード除去に対する頑健性

本項では災害等を想定したランダムな故障への耐性について調べる。図 4.10～4.12 において、上側の図は最大連結成分の割合 S/N と故障率 f の関係を示し、下側の図は平均クラスタのサイズ $\langle s \rangle$ と故障率 f の関係である。

図 4.10～4.12 から、ネットワークのランダム故障に対する頑健性はリンク付加手法とパラメーター a の違いによる大きな差がない。SFの場合は、30%のリンク追加すると、平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c はリンク追加前の 0.9 程度よりあまり増えなかったが、最大クラスタサイズの割合 S/N が x 軸、 y 軸と囲む部分の面積を比較する場合、グラフから分かるようにリンクを付加したネットワークの頑健性は少しだけ向上できた。EXPの場合は、30%のリンク追加すると、平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c の値はリンク追加前の 0.8 程度から 0.05 程度で向上できた。POIの場合は、平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c の値はリンク追加前の 0.85 程度から 0.9 程度になり、0.05 程度で向上できた。また、すべての場合は平均孤立クラスタサイズのピークの値が 2 以下に維持できる。一方、最大クラスタサイズの割合 S/N が x 軸、 y 軸と囲む部分の面積を分析す

ると、リンクの付加により、SFの面積の増大が一番少ない。EXPとPOIは同程度となる。

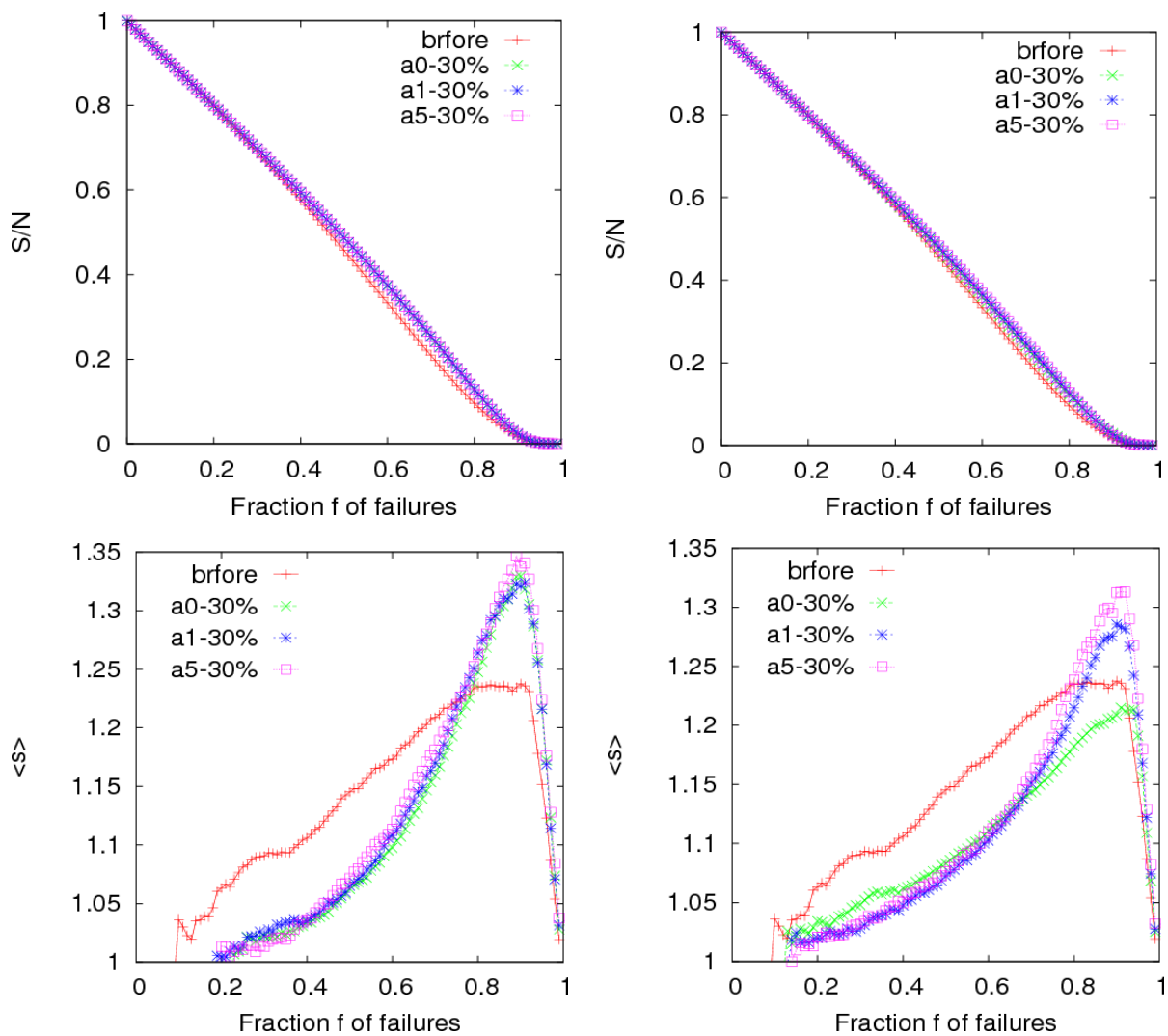


図 4.10 初期ネットワークは SF の場合のランダムに対する頑健性

RAS でリンク追加の場合 (左側) DAS でリンク追加の場合 (右側)

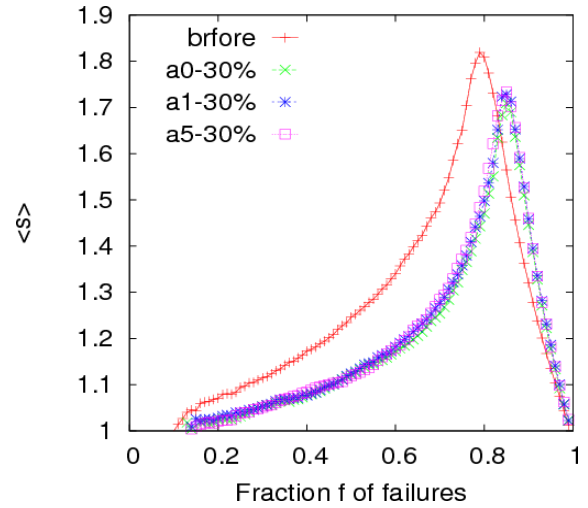
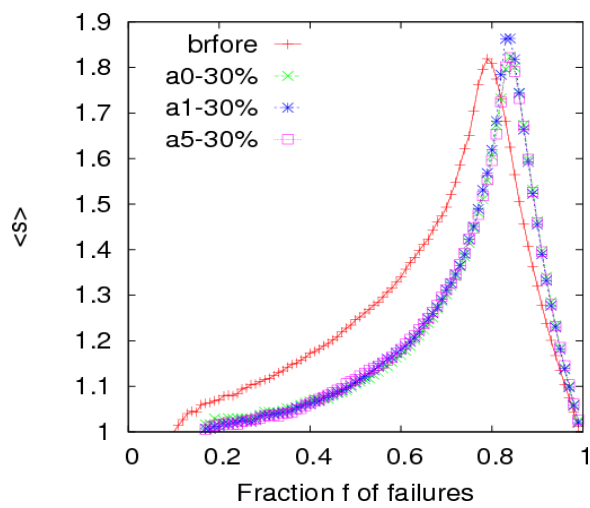
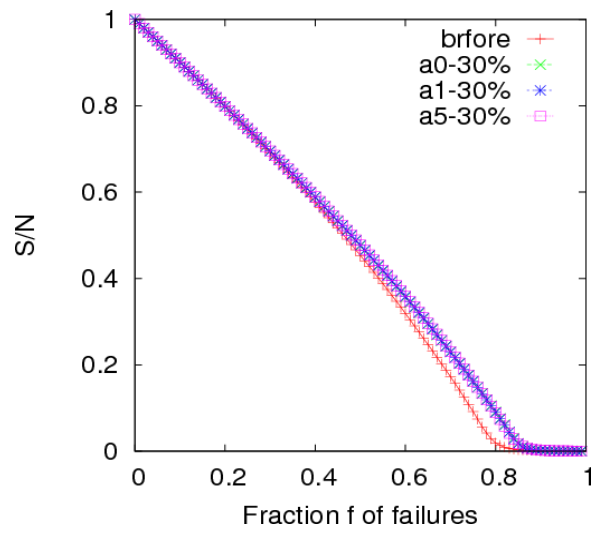
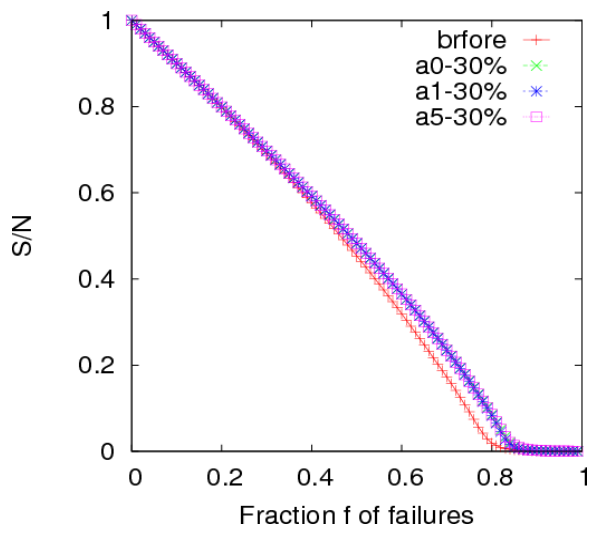


図 4.11 初期ネットワークは EXP の場合のランダムに対する頑健性

RAS でリンク追加の場合（左側） DAS でリンク追加の場合（右側）

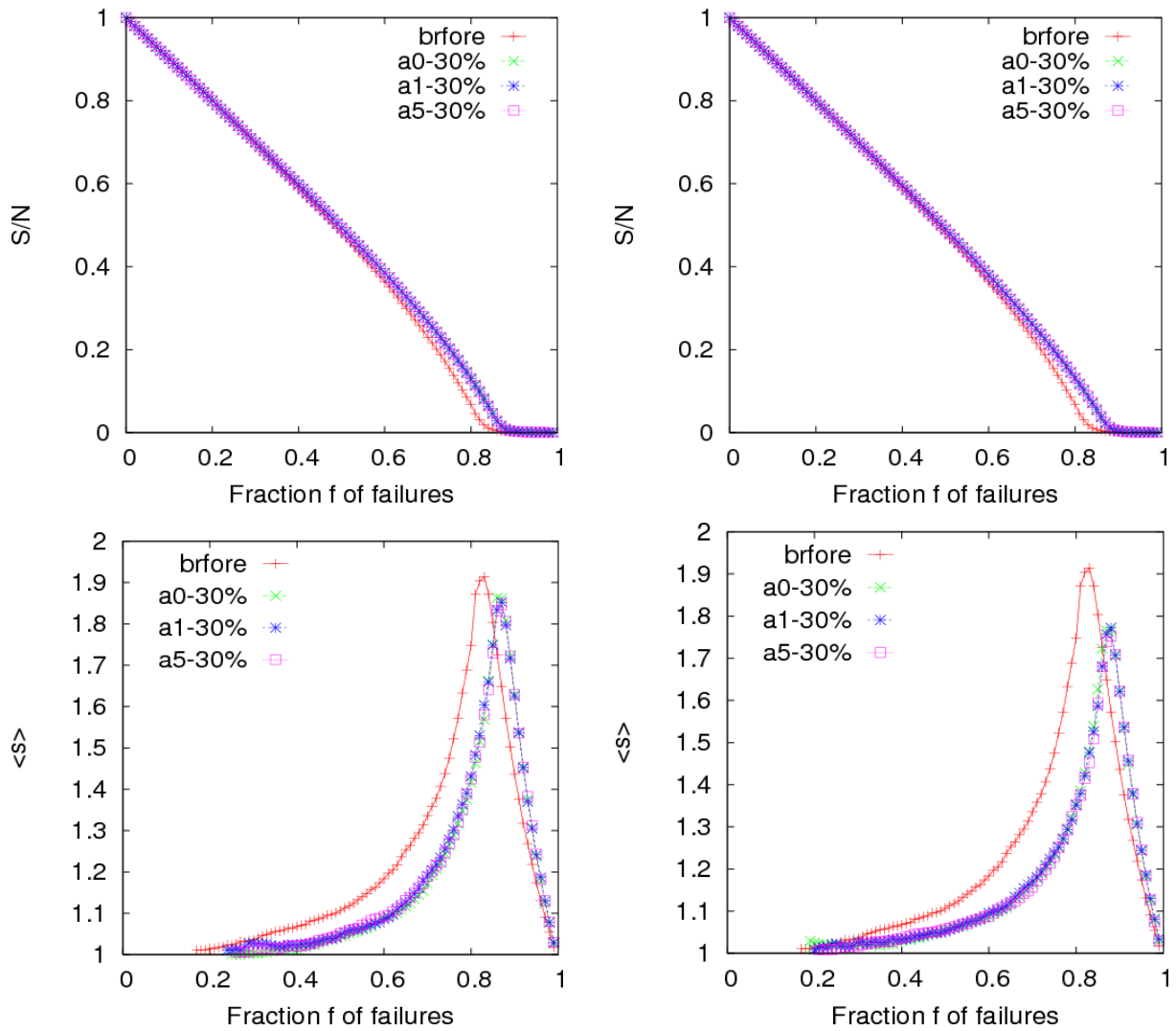


図 4.12 初期ネットワークは POI の場合のランダムに対する頑健性

RAS でリンク追加の場合 (左側) DAS でリンク追加の場合 (右側)

第5章

地理ネットワーク上のショートカット追加

5.1 はじめに

地理空間上のネットワークの構造を考えると、リンクの長さによってコストが増大するので、一般的には長距離リンクが存在しにくい。また、人口が集中した箇所はより多くのノードが存在することが現実のインターネットや航空路線等のネットワークから確認されている[14,15]。さらに、ネットワーク上ショートカットを加える時、コストを節約するため、少量のショートカットリンクを通信要求の高いノード同士間に優先的に追加することが自然である。例えば、高速道路は人口の集中している都市間に建設されている。本章はこれらの現象に注目し、利用頻度の高い経路上で次数相関に従ったショートカットリンク付加の効果について調べる。経路上のランダムなリンク付加より、次数相関を考えたリンク付加のほうが、ネットワークの構特性に与える影響が大きいことを明らかにする。

5.2 LS(Link Survival)ネットワーク

リンク淘汰モデル (LS) は粘菌モデル[16]をしのぐネットワークモデルである。そ

のモデルは初期の近傍グラフから空間上の人口分布に応じた通信要求によってリンクを淘汰することで生成される。

LS ネットワークの生成方法：

Step1：初期構成となるネットワークサイズ N の近傍グラフを構築する。構築されたネットワークの全部のリンクに一定の重み w_e を設定する。また、構築されたネットワークのノードに、人口分布に応じてパケット送受信要求の発生確率を割り当てる。割り当て方については付録1を参照する。

Step2：割り当てられたパケット送受信要求の発生確率に従って、毎時刻パケットを発生させる。また、発生したパケットは毎時刻宛先ノードに向かって繰り返し1ホップずつ転送する。毎時刻にリンクの重み減少確率 p_d でリンクの重み w_e は減少していき $w_e=0$ となったそのリンクは淘汰される。

Step3：パケットの流量とリンクの重みの減少のバランスがとれてリンク淘汰が1本も行われなくなるまで繰り返し行う。リンク淘汰が1本も行われなくなったネットワークの状態を LS (Link Survival) とする。

5.3 ショートカットの追加方法

LS ネットワークの生成方法の **Step2** で、パケットがパケットは自分の流したノードの次数と ID 情報を持って行くことを設定し、LS ネットワークのリンク淘汰が完了する時から、毎時刻で全パケットの中でランダムで一つを選ぶ。その時、次のショートカット付加手法を考える。

利用頻度の高い経路の中に次数相関でショートカットを追加する手法：

今パケットが到達したノード i から、確率 P_{ij} でパケットの履歴の中にランダムで選んだノード j と接続する。ノード i とノード j の連結確率は下記に

しており、

$$P_{ij} = \frac{1}{a|k_i - k_j| + 1}$$

a はパラメーター

k_i, k_j はノード i, j の次数である

もし今の履歴の中で、接続確率 P_{ij} に当てるノード j が存在しないなら、今回のショートカット追加を放棄し、新しいパケットをランダムで選んで上の方法を繰り返す。

第 5.2 節の Step2 により、パケットはノードのテリトリ人口に応じて生成するので、このショートカットの追加方法はパケットの通過頻度が高いパス上のノード同士間がより高い確率で選択され、現実の高速道路のように離れたノード間を少ない長距離リンクで集中的に強化することができる。また、パケット毎時刻にランダムで選択したので、今の時刻でパケットが到達したノード i も通過頻度の高いパスの中でランダムで選択される。こうすると、ノード i からパケットの履歴の中にランダムでノード j を選択することは利用頻度の高い経路上のランダムノードペアを選ぶことと同等の概念になり、ショートカットの一般性が保てる。

一方、パラメーター $a=0$ の時、経路上のノード同士はランダムに選択され、 a を大きくすると、次数の近いノード同士がつながりやすくなる。 $a=5$ の時、ショートカットの両端のノードの次数がほぼ同じになる(第 5.51 節から参照できる)。ここで、ランダムの場合と次数の近いノード同士を優先的に選択する場合を区別するため、以下の表記方法を用いて次の実験を行う。

ショートカットの追加方法 **PR** → $a=0$ の場合である。

ショートカットの追加方法 **PA** → $a=5$ の場合である。

5.4 実験の設定

本節では、5.3 節で提案したショートカット追加方法を用いて、LS ネットワーク

上でショートカットの追加を行う。パケット送受信要求の発生確率の割り当て方については関東、名古屋と京阪の3エリアの人口分布を使う。ネットワークの初期構成はUDG (Unit Disc Graph) を用いる。UDG ネットワークの生成方法については付録2から参考できる。

実験を行う際の具体的な設定及び数値を以下の表 4.1 に示す。リンク淘汰が1本も行われなくなり、パケット通過量とリンクの重み w_e の減少量が一定になる時刻は初期ネットワークサイズ N_0 に応じて増加する。具体的には $N_0=10000$ の時に平均して 5000 ステップ必要になる。しかし、ノード配置及びパケット発生には乱数を用いるため、ごく稀に 5000 ステップで終しないケースも存在する。そこで2倍の10000 ステップ分淘汰を行うことによりリンクの淘汰が1本も起こらないようにしている。また、毎時刻発生するパケット数を一定に保つため、毎時刻のパケット発生数がネットワーク全体で $5.0 \times N / 1000$ になるようにノードのパケット送受信要求の発生確率に定数を掛けることで補正を行う。なお、これ以降で述べる結果は全て50平均(初期構成のネットワークが50個分)の結果とする。

ネットワークの初期構成	UDG
ノード配置	空間上ランダムで座標を設定する。
初期構成のネットサイズ N_0	100,200,500,1000,2000,5000,10000
パケットの転送方式	Greedy ルーティング + Self-Avoiding
パケット送受信要求の発生確率の割り当て方	(1) Kantou : 関東エリアの人口分布、 (2) Nagoya: 名古屋エリアの人口分布、 (3) Keihan: 京阪のエリアの人口分布
リンク淘汰を行うステップ数	10000
リンクの重み初期値	5
リンクの重み減少確率 p_d	0.1
毎時刻のパケット発生数	$5.0 \times N_t / 10^3$
ショートカットの付加方法	PR($a=0$)、PA ($a=5$)

ショートカットの追加量	淘汰により生き残ったリンク数の 30%分
シミュレーション平均数	50

表 5.1 ネットワークに関する数値設定

5.5 ネットワーク特性の分析

本節では、前の提案したショートカットの付加手法により生成されたネットワークの構造をいくつかの指標により調べる。後に述べる通信効率と頑健性はネットワーク構造と密接に関わっているため、ネットワーク構造を調べておくことは重要である。

構造を分析するための具体的な指標を以下に示す。

ネットワークの構造特性：

可視化、次数分布、Assortativity、リンク長分布、平均リンク長、総リンク長

通信効率：

最小ホップルーティングによるネットワークの平均経路長 L

ネットワーク頑健性：

次数優先でノード除去に対する頑健性とランダムでノード除去に対する頑健性

5.5.1 可視化

図 5.1～5.4 は、初期ネットワークサイズ $N=700$ のネットワークの可視化結果である。関東エリア、名古屋エリアと京阪エリアの人口分布に応じたパケット送受信要求の発生確率の割り当て方の違いによらず、初期構成は **UDG** とした。図のノードの大きさはパケット送受信要求の発生確率に対応しており、細い黒線は初期構成の **UDG** ネットワーク及び **LS** ネットワークに含まれているリンクを示す。太い線は後に付加されたショートカットである。ショートカットのタイプを下記で定義して、追加量を **LS** ネットワークのリンク数の 30% とした。

(1) 赤色ショートカット：

ショートカットを追加する時、両端のノードの次数差 $|k_i - k_j| = 0$ の場合である。

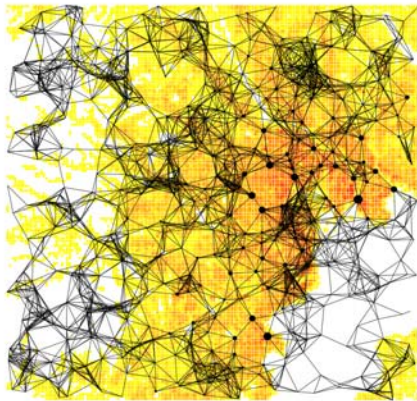
(2) 青色ショートカット：

ショートカットを追加する時、両端のノードの次数差 $|k_i - k_j| = 1$ の場合である。

(3) 黒色ショートカット：

ショートカットを追加する時、両端のノードの次数差 $|k_i - k_j| > 1$ の場合である。

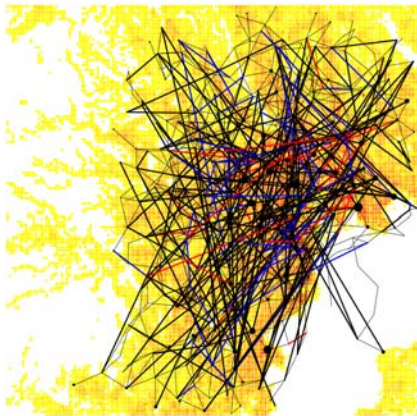
図 5.1～5.4 から分かるように、経路上のランダムなショートカット追加手法 PR は両端ノードの次数差が考えないので、大量のタイプ (3) のリンクを生成した。PR 手法 ($a=5$) で生成したショートカットはほとんどタイプ (1) の同次数ノード達間のショートカットとなった。



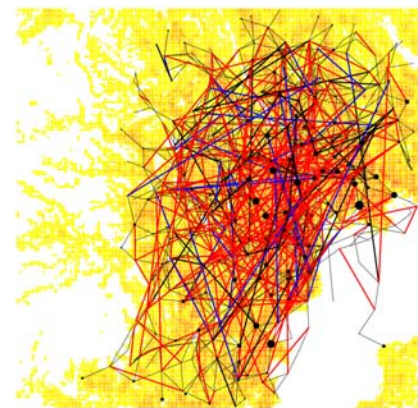
初期構成として UDG



リンク淘汰で生成した LS

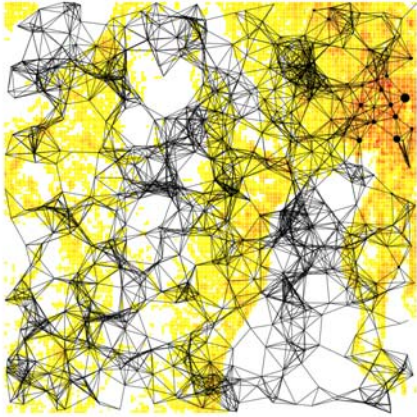


PR 手法で 30% のリンクを追加

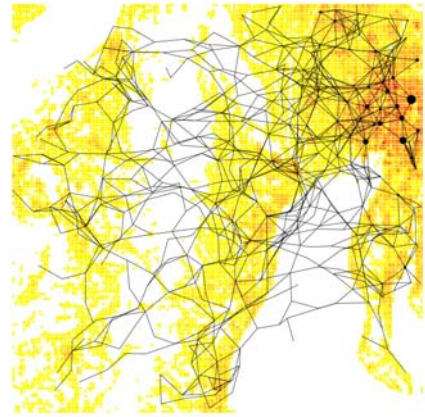


PA 手法で 30% のリンクを追加

図 5.1 関東エリアの場合、UDG、LS、PR と PA ネットワークの可視化



初期構成として UDG



リンク淘汰で生成した LS

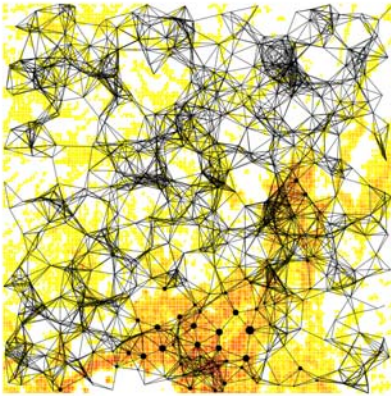


PR 手法で 30% のリンクを追加

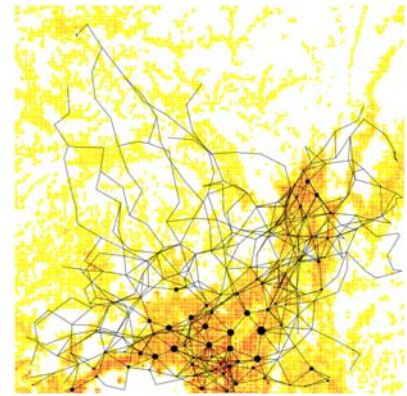


PA 手法で 30% のリンクを追加

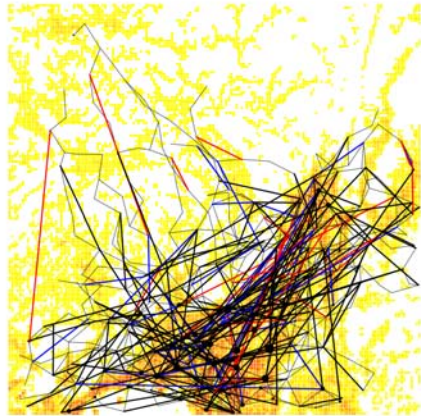
図 5.2 名古屋エリアの場合、UDG、LS、PR と PA ネットワークの可視化



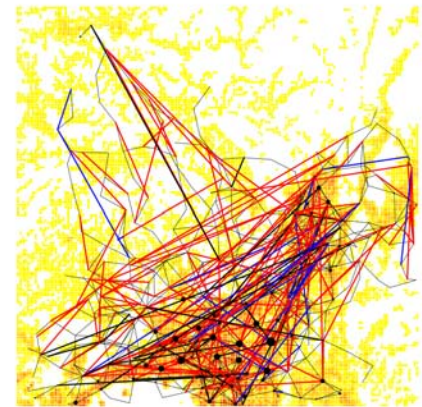
初期構成として UDG



リンク淘汰で生成した LS



PR 手法で 30% のリンクを追加



PA 手法で 30% のリンクを追加

図 5.3 京阪エリアの場合、UDG、LS、PR と PA ネットワークの可視化

5.5.2 次数分布

初期のネットサイズ $N_0=10000$ の場合、ネットワークの次数分布は図 5.1 から図 5.2 までに示す。次数分布は次数 k に対するノードの存在確率である。横軸はノードの次数 k であり、縦軸は k に対するノードの存在確率となる。

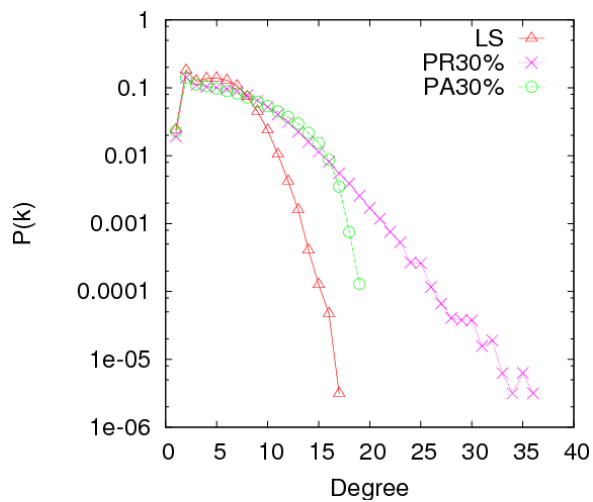


図 5.4 関東エリアの次数分布

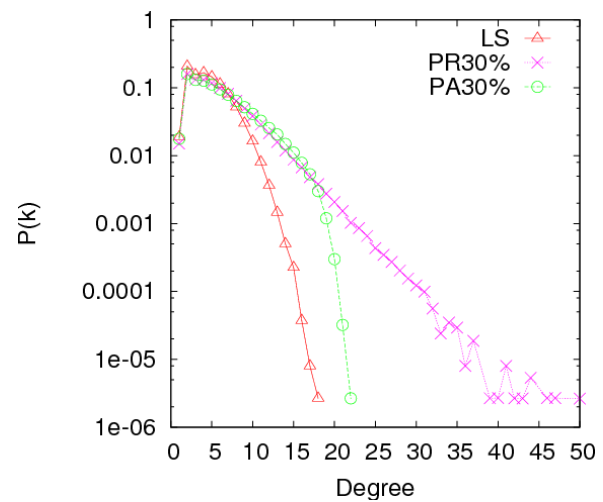


図 5.5 名古屋エリアの次数分布

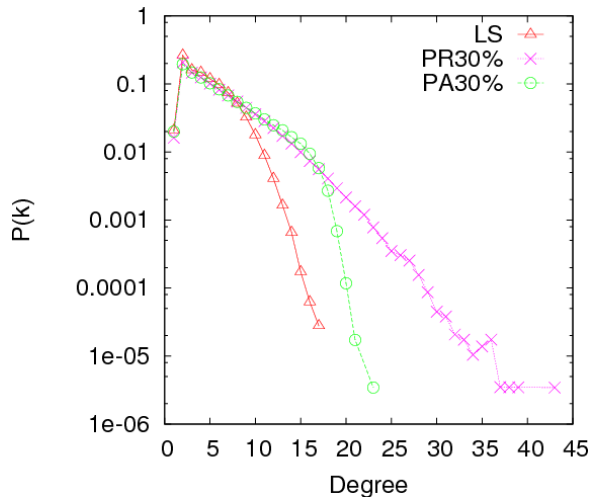


図 5.6 京阪エリアの次数分布

図 5.4～5.6 からわかるように LS、PR と PA の次数分布はパケット送受信要求の発生確率の割り当て方の違いによる大きな区別がない。PA ネットワークよりも PR ネットワークの方が大きい次数のノードが存在している。その理由は利用頻度の高い通信経路上がショートカットを加える時、パケットが多く生成されるノード付近は必然的にショートカットが張られやすい。PR 手法はショートカットの両端ノードの次数差を判断しないので、高次数ノード同士間にリンク張りの確率及び、低次数ノードと高次数ノード同士間の接続確率の両方とも高い。PA の場合は両端ノードの次数差によるショートカットを付加することであり、低次数ノードと高次数ノード同士間の接続確率を低くしたので、ハブが生まれにくくなる。経路上次数相関でショートカットの追加手法 (PR) はハブの生成を抑えることが分かった。

5.5.3 Assortativity

図 5.7～5.9 は横軸にネットワークサイズ N 、縦軸にはネットワークの Assortativity の値である。LS、PR と PA ネットワークの Assortativity はネットワークサイズと人口分布の違いによって変化しているが、全体の傾向としては LS、PA と PR ネットワークはすべて正の次数相関を持つネットワークであり、ネットワークサイズの増加によ

ってネットワークの Assortativity も増えている。また、同等のネットワークサイズで比較すると、利用頻度の高い経路の中にランダムなショートカット追加で作った PR ネットワーク Assortativity の値は LS ネットワークより小さいである。正の次数相関を考えた PA 手法 (a=5) で 30% のショートカットを追加すると、ネットワークの Assortativity の値が増加する。

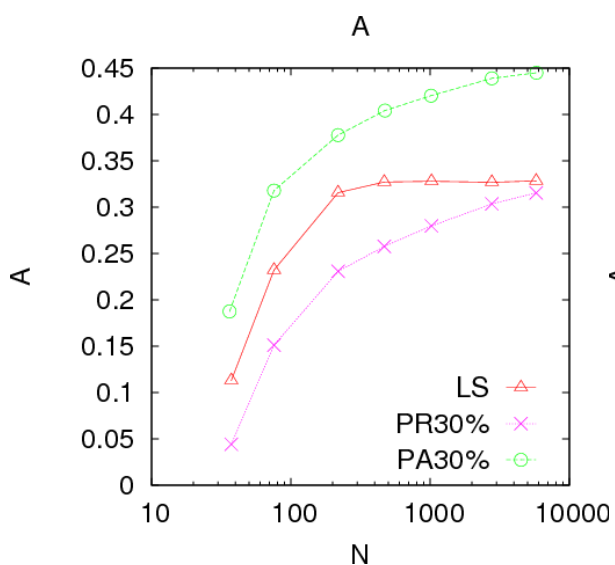


図 5.7 関東の人口分布を使う場合の r 値

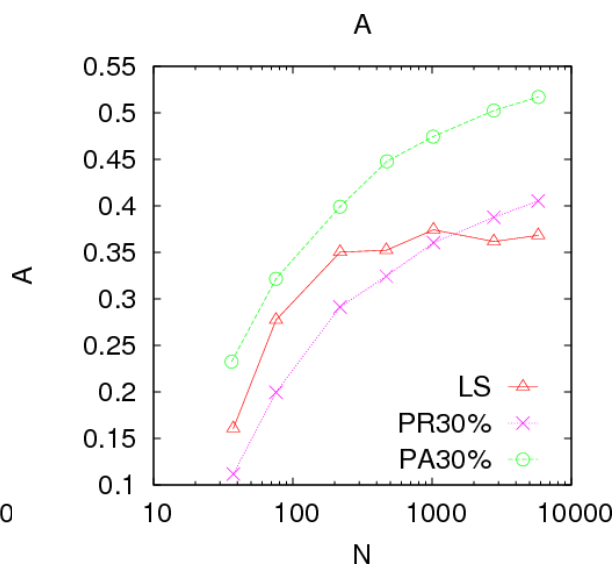


図 5.8 名古屋の人口分布を使う場合の r 値

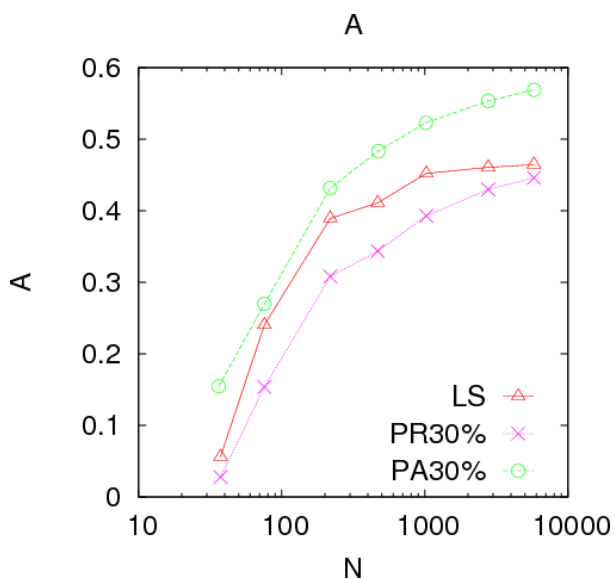


図 5.9 京阪エリアの人口分布を使う場合の r 値

5.5.4 ネットワークの平均リンク長と総リンク長

図1から図3までは関東、名古屋と京阪の3エリアの人口分布に応じて生成されたネットワークの平均リンク長（左側）と総リンク長（右側）である。また、右側の図中の小さい図は総リンク長の両対数グラフである。

LS より、経路上ランダムなショートカット追加方式（PR）と経路上次数相関でショートカットの付加はネットワークのリンク長同程度で増加したが、特にネットサイズの増加により、従来の PR 手法と比べて経路上次数相関でショートカットの付加の方が短いリンクを生成できる。コスト節約の面で、PA 手法は少しだけ優位性を示した。

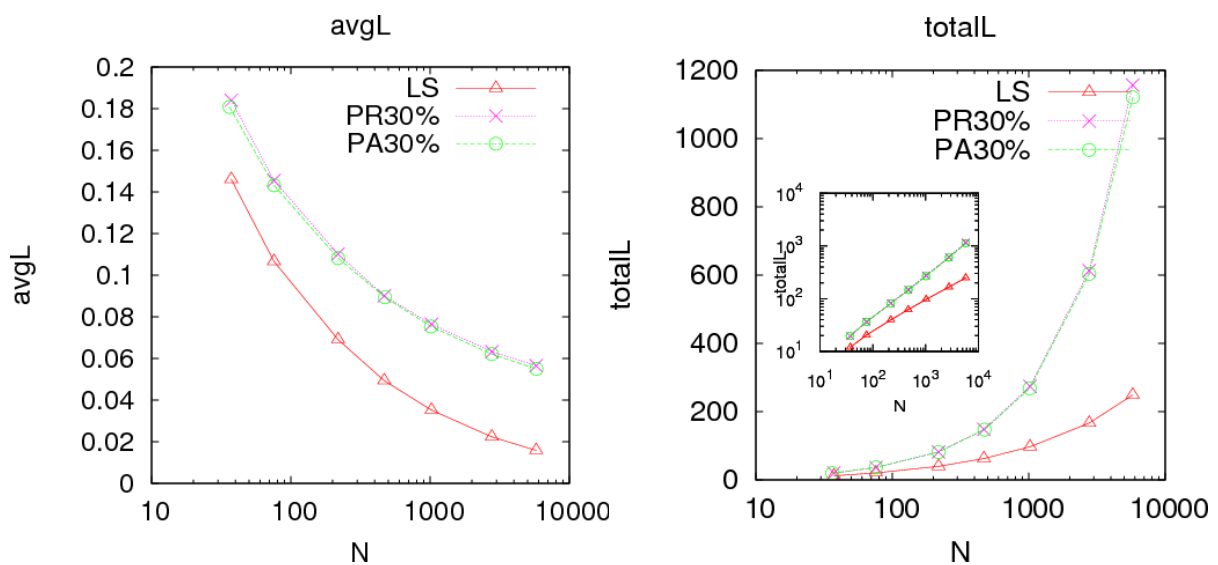


図 5.10 関東の人口分布を使う場合の平均リンク長と総リンク長

LS、PR と PA ネットワークの平均リンク長（左側）と総リンク長（右側）

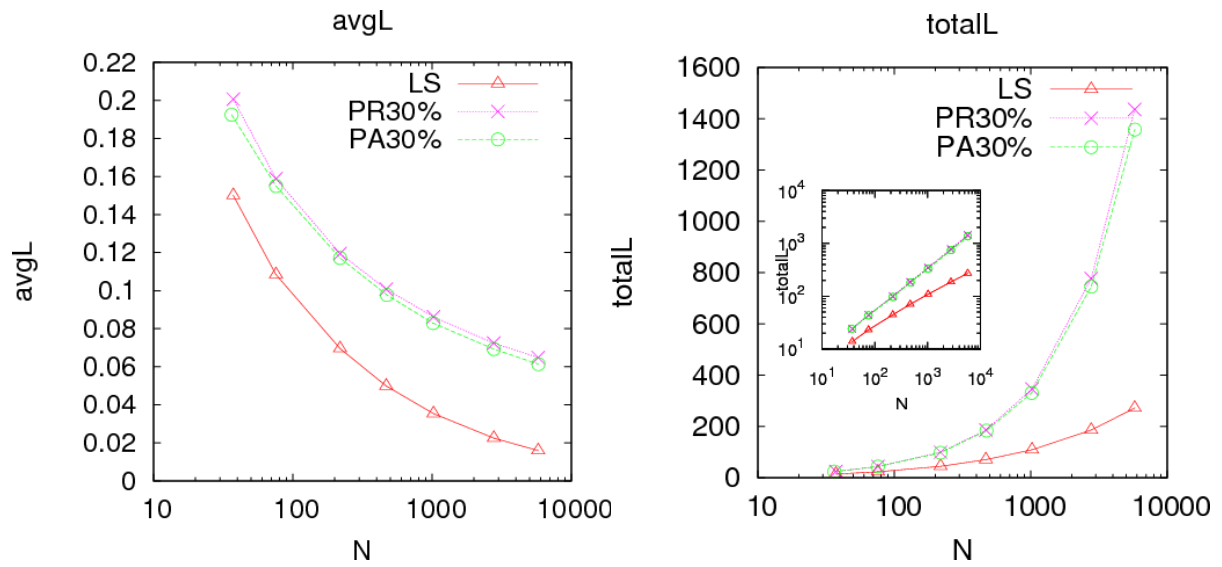


図 5.11 名古屋の人口分布を使う場合の平均リンク長と総リンク長

LS、PR と PA ネットワークの平均リンク長（左側）と総リンク長（右側）

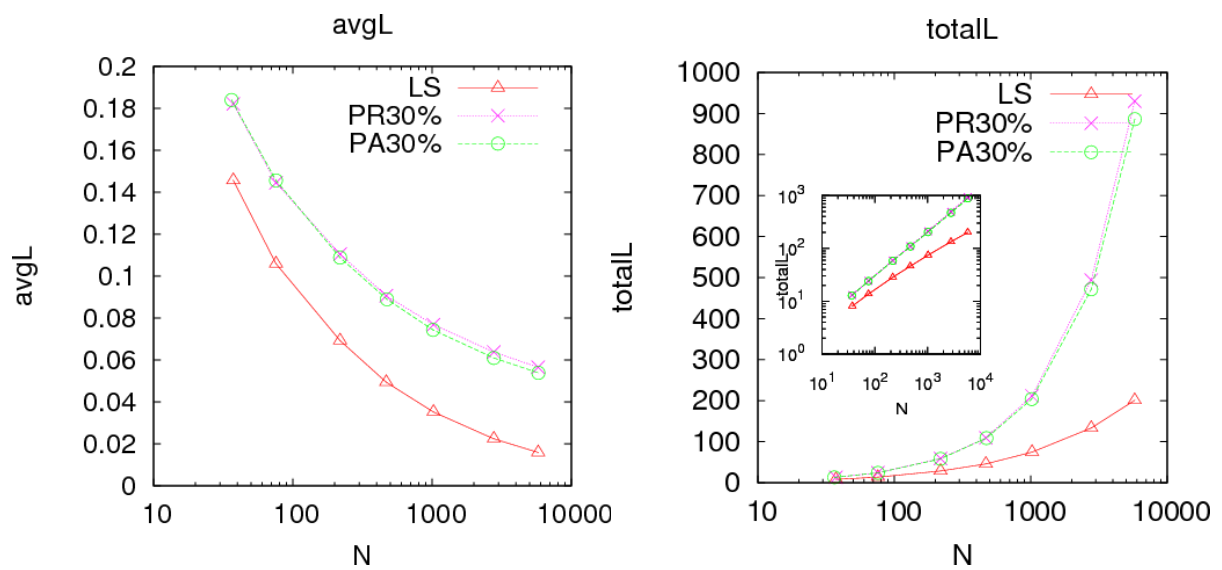


図 5.12 京阪エリアの人口分布を使う場合の平均リンク長と総リンク長

LS、PR と PA ネットワークの平均リンク長（左側）と総リンク長（右側）

5.5.4 ネットワークのリンク長分布

前項ではリンク長の平均値に注目したが、本項ではリンク長の分布について調べる。リンク長分布はノード*i-j*間に存在するリンク*lij*と同じリンク長であるリンクの頻度確率の分布である。平均リンク長同様にリンク長分布もネットワークの構築及び管理コストを考える上で重要な指標である。図 4.23, 4.24 は初期ネットワークサイズが $N_0 = 10000$ の場合である。横軸はリンク長、縦軸にそのリンクと同じ長dfgdfsgさのリンクの頻度確率をとっている。

図 5.13 及び 5.15 より、パケット送受信要求の発生確率の割り当て方及び PR と PA のショートカット追加手法の違いによる大きな区別はない。PR と PA ネットワークには LS ネットワークにはないショートカット付加による長距離リンクの存在を示す 2 つの山がグラフ右側にある。また、分布が Waxman 規則[17]に従うように減衰している。このことから、現実のインターネットや航空路線ネットワークに見られるように長距離リンクが少数であることがわかった。

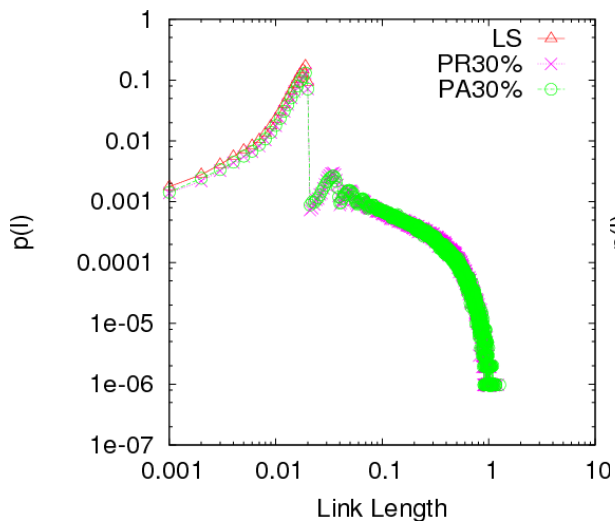


図 5.13 関東の場合のリンク長分布

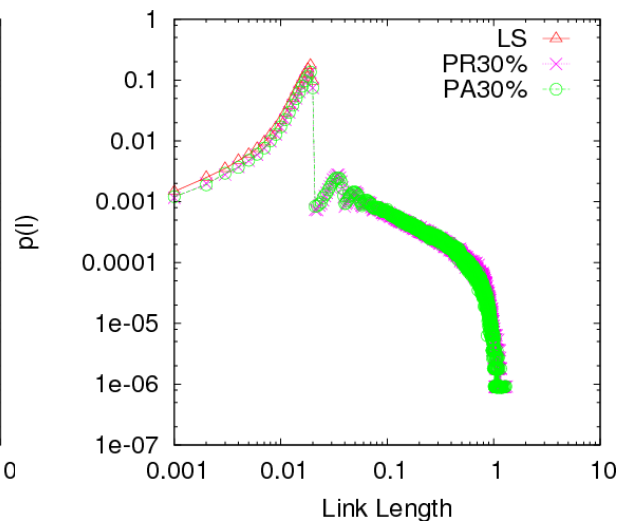


図 5.14 名古屋の場合のリンク長分布

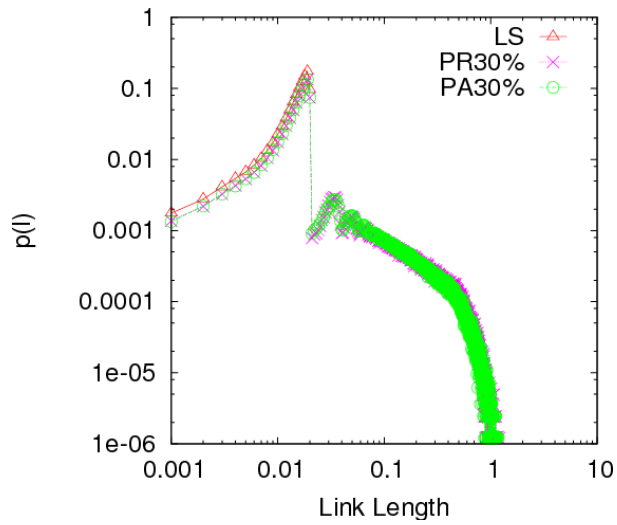


図 5.15 京阪エリアの場合のリンク長分布

5.5.6 通信効率

本項では最小の経由数で宛先に届くようなパスを用いた場合に、任意の2ノード間が平均して何ホップで繋がっているのかという平均最小ホップ数を調べる。平均最小ホップ数が小さい方が宛先により少ない経由数で届けることができるので、値は小さい方が望ましい。図 5.16~5.18 から、縦軸はネットワークサイズであり、縦軸はネットワーク平均最小ホップ数となる。表 5.2~5.4 は $y=k \times \log N \times b$ と仮定して最小二乗近似した際の推進線の傾き k と b の値を示す。

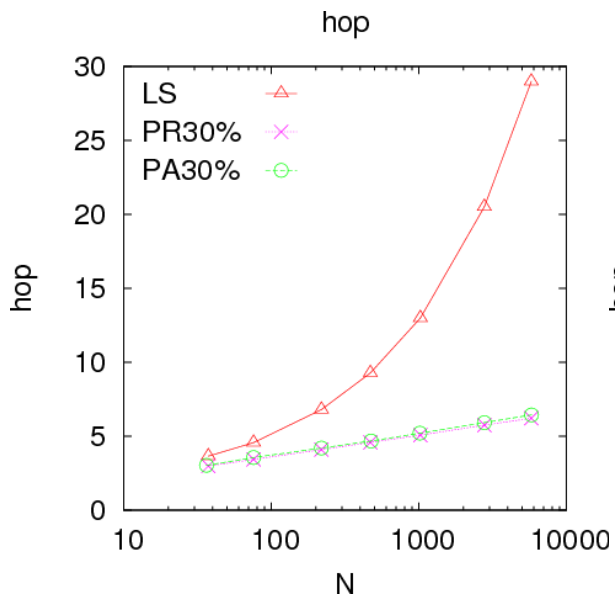


図 5.16 関東の場合の平均最小ホップ数

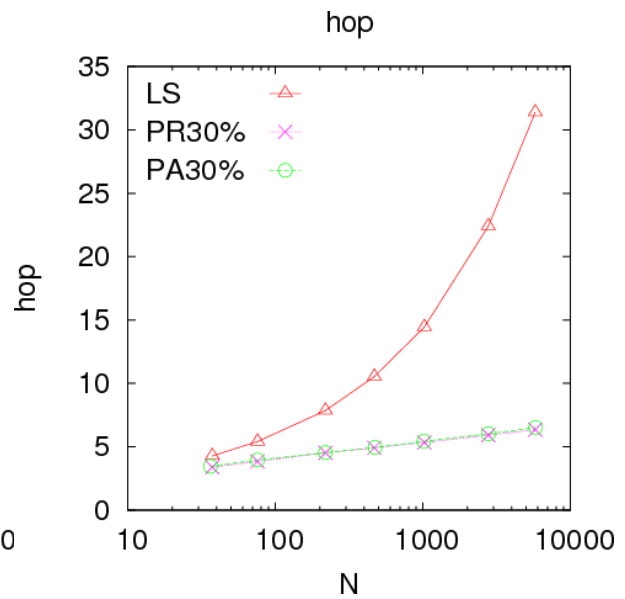


図 5.17 名古屋の場合の平均最小ホップ数

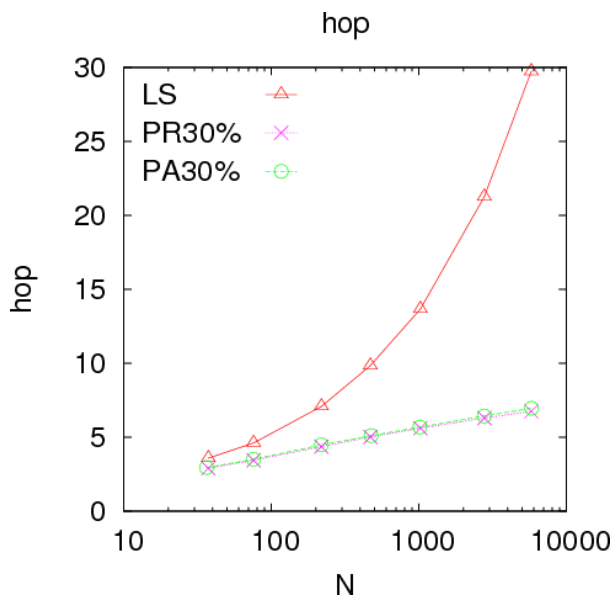


図 5.18 京阪エリアの場合の平均最小ホップ数

図 5.16～5.18 からわかるように LS、PR と PA の次数分布はパケット送受信要求の発生確率の割り当て方の違いによる大きな区別がない。LS ネットワークは近接グラフなので、その平均最小ホップ数は $\log N$ 特性を持たないので、ネットワークサイズの増加によって任意ノードペア間の平均ホップ数は急に増えている。そして、経路

上ショートカットの追加により、PR ネットワーク及び PA ネットワークは平均最小ホップ数が $\log N$ 程度まで小さい SW 性を示した。ネットワークの平均最小ホップ数に対して、PR と PA 手法は大きな区別がない。表 5.2～5.4 から、PA の k と b の値は PR より少しだけで増えたが、その程度の違いはネットワーク全体の通信効率に対して、その影響はほとんどないと考える。

	k	b
PR	1.47	0.65
PA	1.53	0.63

表 5.2 関東エリアの PR と PA の最小二乗近似による a,b の値

	k	b
PR	1.33	1.33
PA	1.36	1.34

表 5.3 名古屋エリアの PR と PA の最小二乗近似による a,b の値

	k	b
PR	1.78	0.15
PA	1.83	0.13

表 5.4 名京阪エリアの PR と PA の最小二乗近似による a,b の値

5.5.7 頑健性

本節では 3 部分に分けてLS、PRとPAネットワークの頑健性について調べる。第 1,2 部分では、初期のネットサイズは $N_0=10000$ の場合のランダム故障に対する頑健性と次数優先攻撃に対する頑健性を調べる。図 5.19～5.21 は次数優先でノードを除去する場合の結果を示す。ランダムでノード除去に対する頑健性は図 5.12～5.24 に示す。一方、第 2、3 章のネットワークと違い、LSネットワークの頑健性がネットサイズの違いによって変化するので、本節の第 3 部分では、最大クラスターの割合 s/N と x 、 y 軸を囲んだ面積を用いて、ネットワーク頑健性の値 R を定義する。従って、 N が変化する場合、PRとPA手法の区別について調べる。 R の計算式は以下に示す。

$$R = \frac{1}{N} \sum_{q=1/N}^1 s(q)$$

(1) 次数優先でノード除去に対する頑健性

次数優先でノード除去に対する頑健性については図 5.19～5.21 に示す。LSネットワークの頑健性はパケット送受信要求の発生確率の割り当て方の違いによる大きな差はない。関東エリアの場合（図 5.19）、平均孤立クラスタサイズの値がピークになる時の臨界値 f_c で比較すると、グラフでもっとも早く平均孤立クラスタサイズのピークが表れるのはLSで、ピーク時の臨界値 f_c は 0.4 程度と脆弱である。次にピークが現れる PR とPAネットワークの場合はピーク時の臨界値 f_c は 0.5、0.6程度である。名古屋エリアの場合（図 5.20）、ピークになる時の臨界値 f_c を比較すると、PRとPAで生成したネットワークの故障率はLSの 0.4 程度から、0.5、0.55 程度へ頑健となる。京阪エリアの場合（図 5.21）、PRとPA手法の平均孤立クラスタサイズがピークになる時の臨界値 f_c は大きな違いがないが、LSネットワークの 0.4 から 0.2 程度で向上できた。ところで、最大クラスターの割合 s/N が x 軸及び y 軸を囲む面積を注目する場合、図 5.19～5.21 の左側のグラフからわかるように三つのエリアともPA手法がPR手法よりもっ

と高い頑健性を表現した。なお、全体的な傾向として次数優先でノードを除去する場合、利用頻度の高い経路を優先でショートカットを追加することで、正の次数相関を考えたショートカット追加法はよりも高い頑健性を表現した。

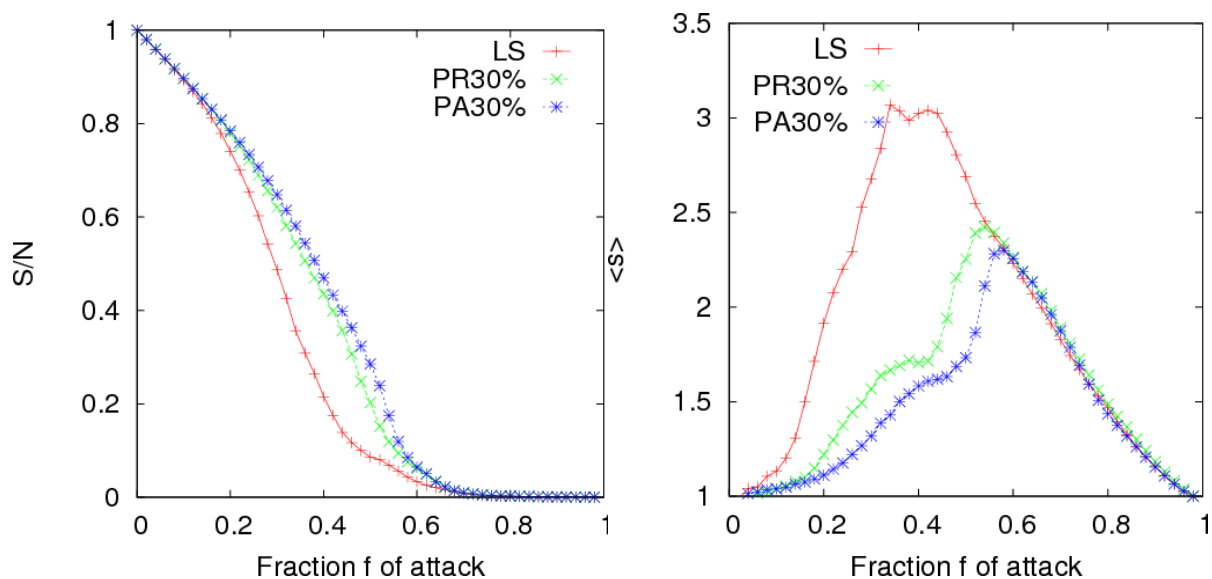


図 5.19 関東エリアの場合の次数優先攻撃に対する頑健性

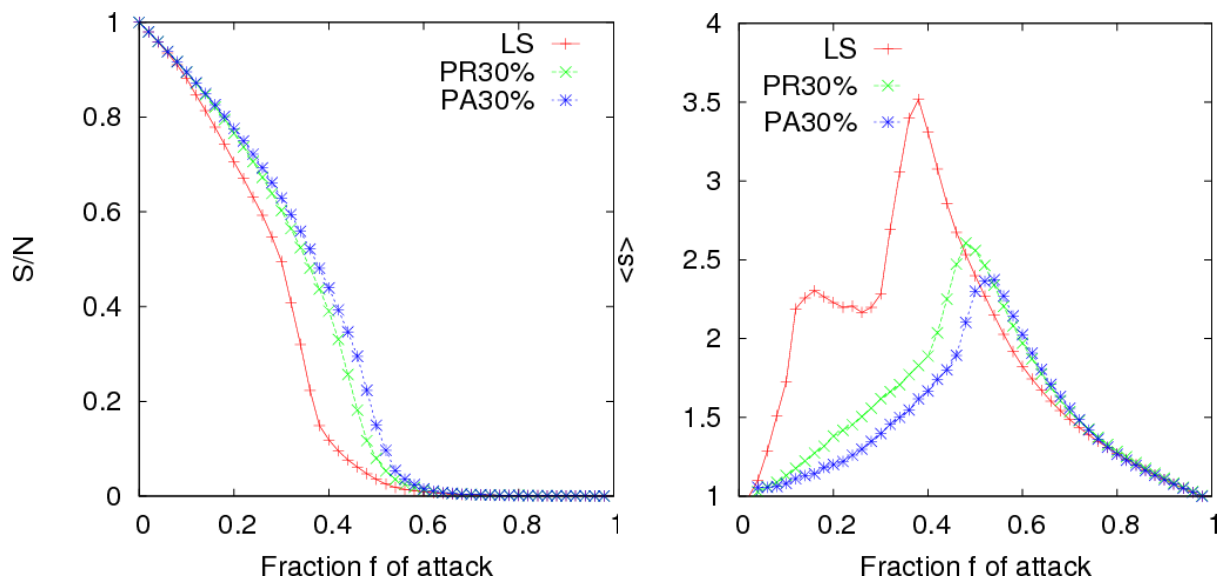


図 5.20 名古屋エリアの場合の次数優先攻撃に対する頑健性

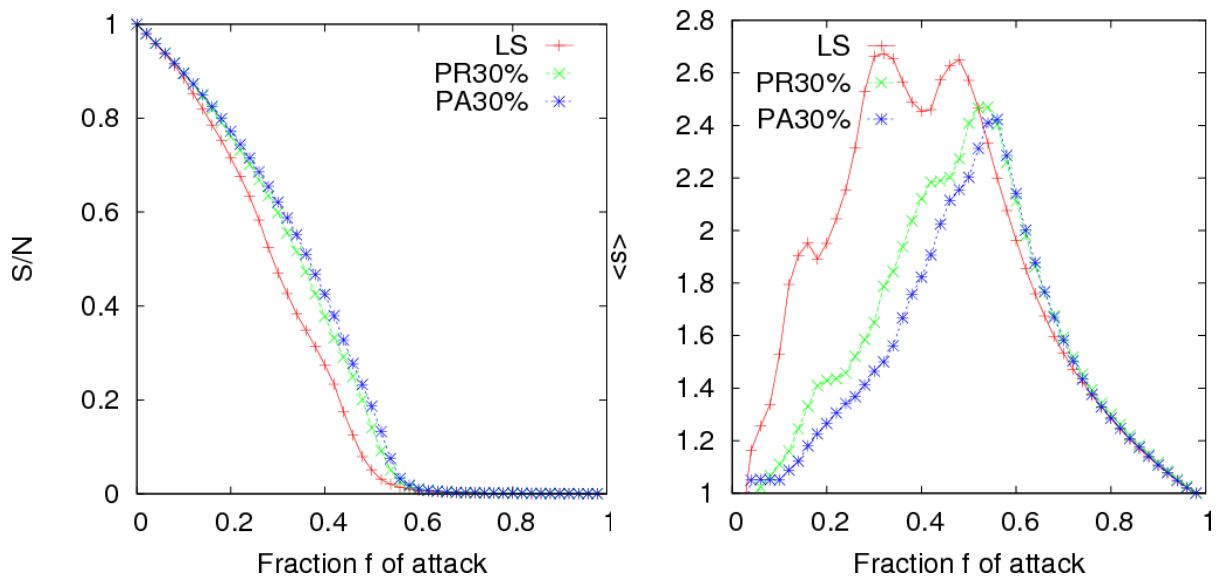


図 5.21 京阪エリアの場合の次数優先攻撃に対する頑健性

(2) ランダムでノード除去に対する頑健性

図 5.19～5.21 からわかるようにに示す。ランダムでノードを除去する場合、LS ネットワーク及びPRとPA手法で作ったネットワークの頑健性はパケット送受信要求の発生確率の割り当て方の違いによる大きな差はない。また、PRとPA手法の違いによる大きな差はないが、30%のショートカットを加えると、ネットワークの平均孤立クラスタサイズのピークになる時の臨界値 f_c はLSネットワークの0.6程度から、0.2程度で向上でき、かなり頑健なネットワークとなる。

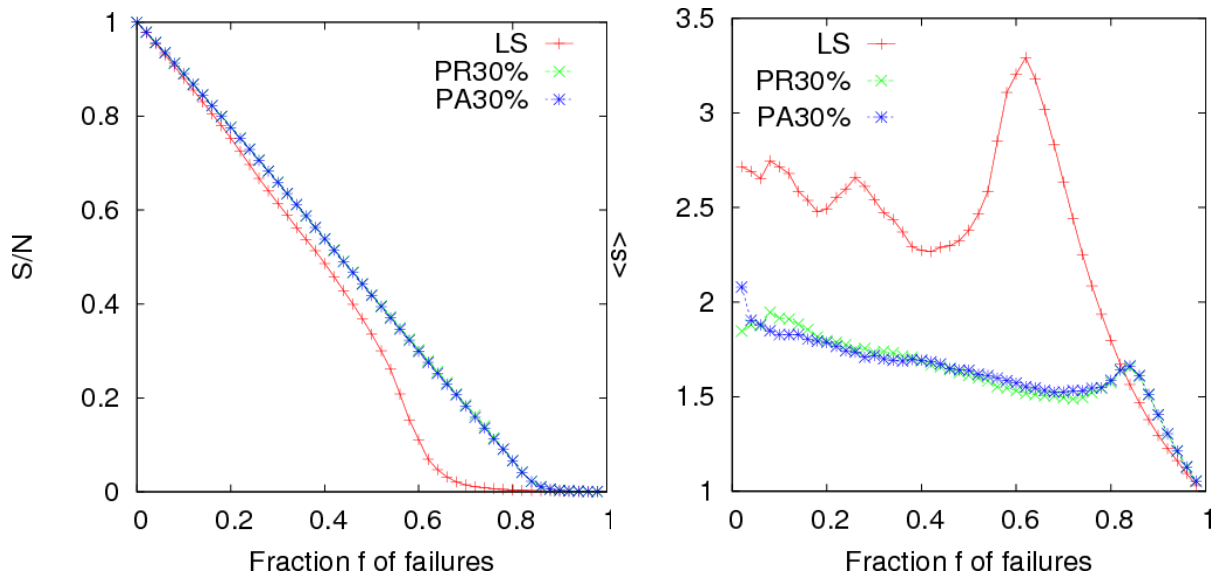


図 5.22 関東エリアの場合のランダム故障に対する頑健性

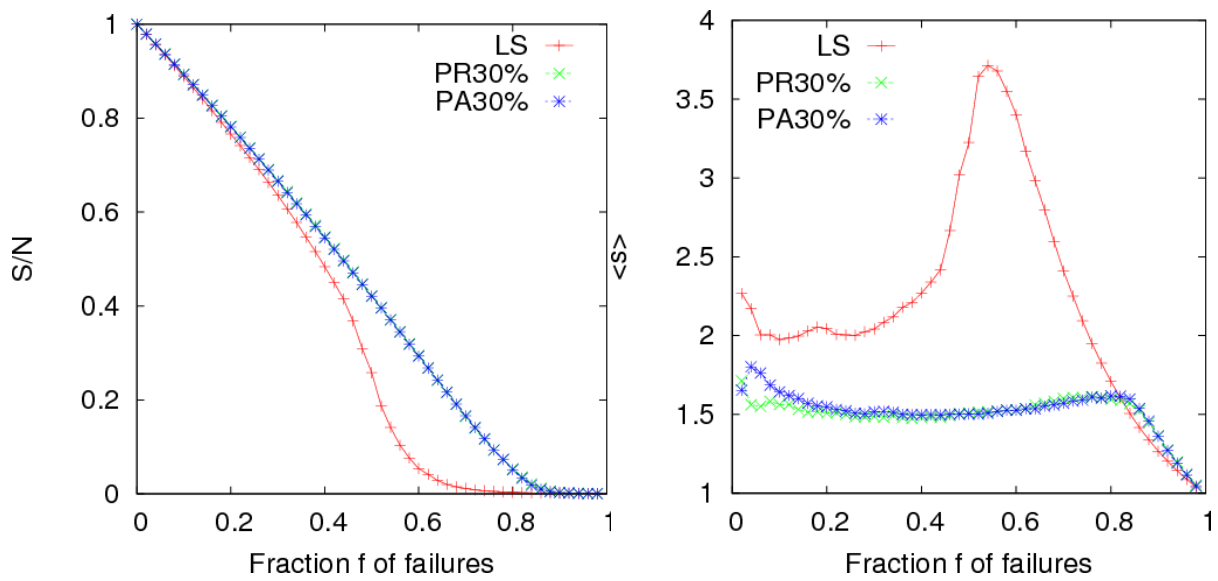


図 5.23 名古屋エリアの場合のランダム故障に対する頑健性

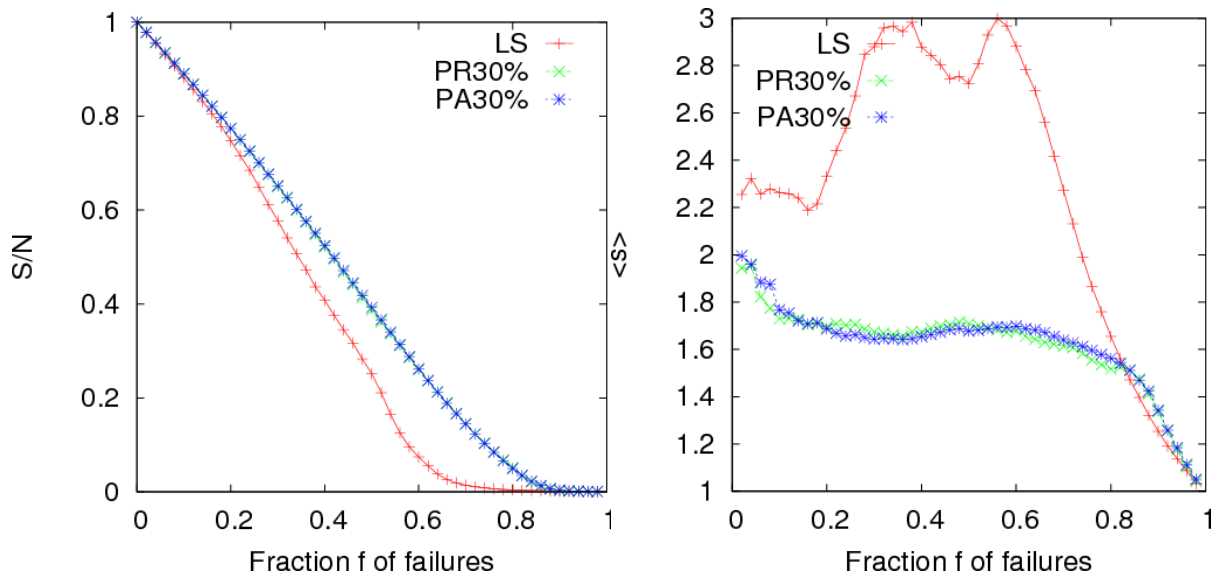
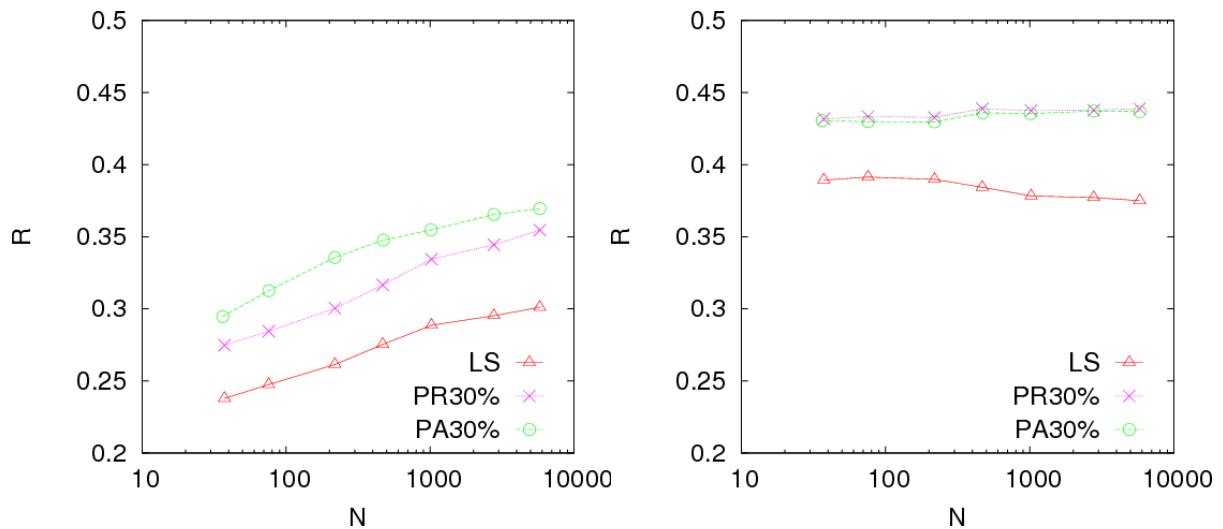


図 5.24 京阪エリアの場合のランダム故障に対する頑健性

(3) ネットサイズ N の違いによる頑健性 R の変化

図 5.25~5.27 は関東、名古屋、京阪の 3 エリアの人口分布を元に生成した LS, PR と PA ネットワークの頑健性を示す。横軸にはネットサイズ N を示す。縦軸では頑健性 R の値を示す。



次数優先でノードを除去する場合

ランダムにノードを除去する場合

図 5.25 関東場合の R の値

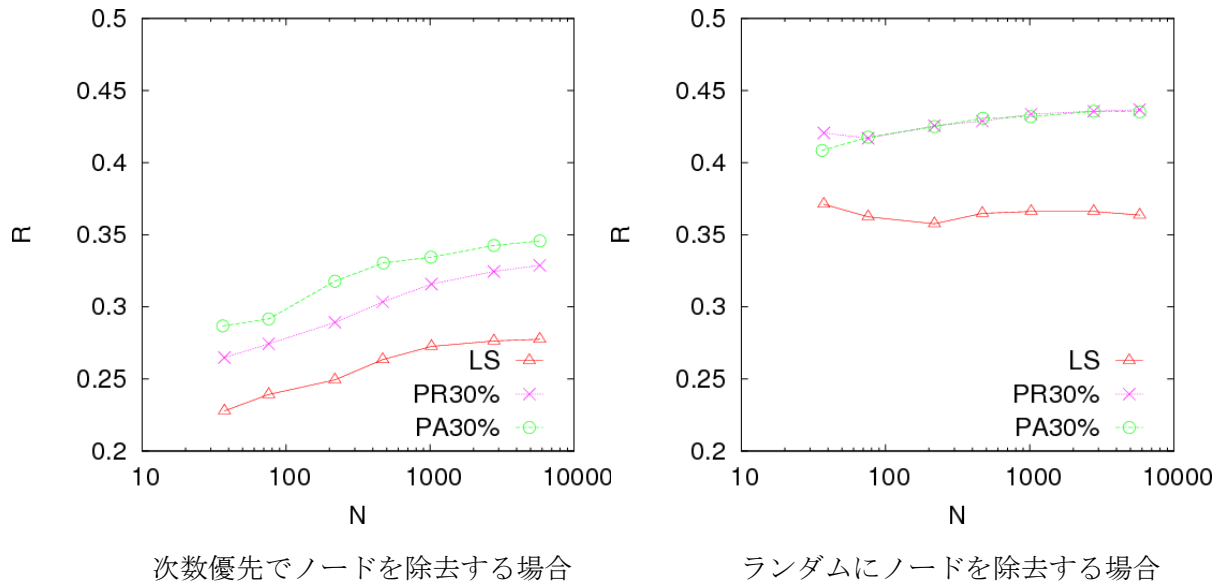


図 5.26 名古屋場合の R の値

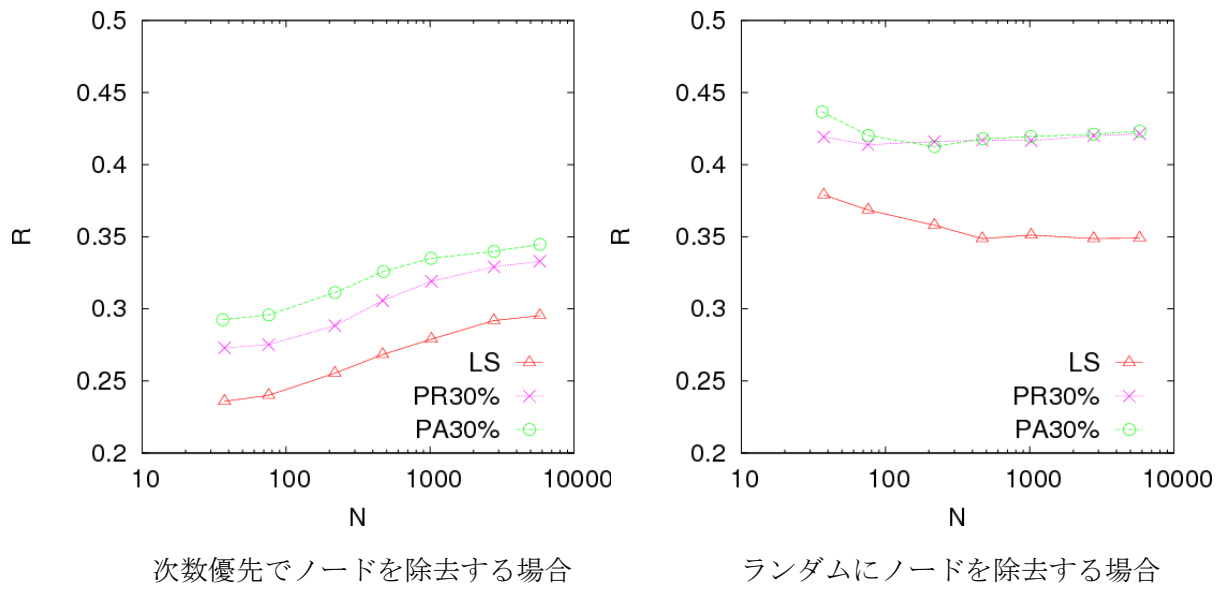


図 5.27 京阪場合の R の値

図 5.25～5.27 から分かるようにネットワークの頑健性は人口分布の違いによって大きな区別がない。また、ランダムにノードを除去する場合に対して、PA 手法と PR

手法が大きな区別がない。30%のショートカットを付加すると、頑健性 R の値が 0.5 程度で増えることが分かった。一方、次数優先でノードを除去する場合、三つのエリアとも、ネットサイズ N の変化によらず、PA 手法で作ったネットワークが PR よりも頑健であり、 R の値は PR より 0.03 程度で向上できる。次数優先攻撃に対する頑健性に注目する場合、利用頻度の高いノード同士を優先的にショートカットを付加する手法は優位性を持つことが分かった。

第6章

結論

本研究は、三つの場合を分けて、次数相関とネットワークの通信効率及び頑健性の関係性について調べた。まず、決めた次数分布上でリンクを張替える場合に対して、従来の SF ネットワークにこだわらず、ネットワーク科学の典型的な次数分布 SF：べき乗分布、EXP：指数分布、POI：ポアソン分布を選び、正の次数相関に従ってリンクを張替える実験を行った。次数相関とネットワークの通信効率及び頑健性の関連性について分析した。次に、ネットワーク上でリンクを付加することで、ランダムにノードを選ぶ場合 (RSA) と次数優先でノードを選ぶ場合 (DSA) の両方に対して、次数相関に従ったリンクの付加を行った。無相関なリンク付加と比較しながら、正の次数相関に従ったリンクの付加がネットワークの通信効率と頑健性に与える影響について調べた。また、地理空間上の人口分布に従ったネットワークに対して、利用頻度の高い経路上のノード同士を優先的にショートカットを追加する手法を提案し、経路上のランダムショートカット追加法と比較しながら、次数相関を考えたショートカット追加法がネットワークの構造特性と機能特性に与える影響について分析した。それぞれの場合に対して、主な結果を以下に示す。

1、 次数相関でリンクを張替える場合

- 通信効率：

SF、EXP と POI の三つの場合とも、相関制御係数(パラメーター a)の増加により、ネットワークの通信効率に関する最小平均ホップ数が増えていく。ホップ

数の増加量を比較すると、SF の場合の増加量が一番大きい。次は EXP の場合、POI の場合はホップ数の順に増加量が小さくなる。一方、第 3 章の実験結果から、SF、EXP と POI の三つの場合とも、無相関なネットワークと比べて、高い正の次数相関をもつネットワークの平均最小ホップ数がある程度で増えたが、ホップ数の $\log N$ (EXP と POI) や $\log(\log N)$ (SF) 特性が変わらない。

- 頑健性 :

SF、EXP と POI の三つの場合とも、相関制御係数(パラメーター a)の増加により、ランダム故障に対する頑健性がほぼ変わらないが、次数優攻撃に対する頑健性が大幅に向上できる。

2、 次数相関でリンクを付加する場合

- 通信効率 :

ランダムにノードを選び次数相関に従ってリンクを付加する RSA 手法を用いた場合、ネットワークの通信効率に関する最小平均ホップ数はパラメーター a とネットワークの初期構成の違いによる大きな差がない。

次数に比例した確率でノードを優先的に選び DSA 手法を用いた場合、初期構成は EXP、POI の際、ネットワークの最小平均ホップ数はパラメーター a の違いによる大きな差がない。SF の場合では、パラメーター a の増加によるネットワークの最小平均ホップ数が増える。

- 頑健性 :

SF、EXP と POI の三つの場合とも、ランダムなリンク付加と比べて、正の次数相関に従ったリンクの付加はランダム故障に対する頑健性がほぼ変わらないが、次数優先攻撃に対する頑健性が向上できる。

3、 人口に従ったネットワーク上で利用頻度の高いノード同士を優先でショートカットを付加する場合

- 通信効率 :

ネットワークの通信効率に関する最小平均ホップ数はリンク付加の手法 PR と PA の違いによって大きな差がない。二つの手法とも、ネットワークの最小平均ホップ数は $\log N$ 程度まで小さくなる SW 性を持つ。

- ネットワーク構築・管理するためコスト

第5章のネットワーク生成コストに関するシミュレーション結果の、リンク長分布や総リンク長等は PR 手法と PA 手法では同程度の値になったが、ネットサイズの増加により、PR 手法と比べて PA 手法の方が短いリンクを生成できることが分かった。つまり、コスト節約の面で、正の次数相関に従ったショートカットの付加法は少しだけ優位性を持つ。

- 頑健性：

人口分布の違いによらず、ランダム故障に対して、PR と PA ($a=5$) 手法で生成したネットワークの頑健性は同程度であるが、次数優先でノードを除去する場合には、経路上次数次数相関でショートカットを追加する手法 (PA) が優位性を示した。

なお、今回の結果から、ネットワークの次数分布の違いによらず、正の次数相関に従ってリンクを張り替える手法とショートカットを付加する手法はネットワークの頑健性の向上に対して有効と考えられる。特に、ショートカットを付加する場合は、第4、5章のシミュレーション結果から、正の次数相関に従うリンクの付加はランダムなリンク付加と同程度の最小平均ホップ数を持つ一方、ランダムなリンク付加よりもっと高い頑健性を示した。頑健性と通信効率の両方を一緒に考えれば、正の次数相関に従ったショートカット追加法の優位性が分かった。

ところで、本研究では、正の次数相関に焦点を当て、リンクを張り替えやショートカット付加等の手法からネットワークの通信効率と頑健性に与える影響について調べた。しかし、実世界では負の次数相関を持つネットワークも多く存在する。負の次数相関に従う時、リンクを張り替えやショートカット付加等がネットワークの構造特性と機能特性に与える影響の解明が今後の課題としたい。

参考文献

- [1] Albert-László Barabási 著, 青木薫 訳, “新ネットワーク思考～世界のしくみを読み解く～”, NHK 出版, ISBN : 4-14-080743-11, 2002.
- [2] Mark Buchanan 著, 阪本芳久 訳, “複雑な世界, 単純な法則”, 草思社, ISBN : 4-7942-1385-9, 2005.
- [3] 林幸雄, “ネットワーク科学の拡がり”, 情報処理学会誌, Vol 49, No.3, 2008.
- [4] 林幸雄, “Scale-free ネットワークの生成メカニズム”, 応用数理, Vol. 14, No.4, 2004.
- [5] Yukio Hayashi, and Jun Matsukubo, “Geographical effects on the path length and the robustness in complex networks”, Physical Review E, Vol. 73, 2006.
- [6] 林幸雄, “ネットワーク科学に基づいたロバストな情報通信ネットワーク”, 電気学会誌, Vol. 140, No. 5, 2010.
- [7] Réka Albert, and Albert-László Barabási, “Error and attack tolerance of complex networks,” Nature, Vol, 406, 2000.
- [8] 林幸雄 編著, “ネットワーク科学の工具箱 つなかりに隠された現象をひもとく”, 近代科学社, ISBN : 978-4-7649-0346-3, 2007.
- [9] Yukio Hayashi, “Evolutionary construction of geographical networks with nearly optimal robustness and efficient routing properties”, Physica A, Vol. 388, 2009.
- [10] Yukio Hayashi, and Jun Matsukubo, “Improvement of the robustness on geographical networks by adding shortcuts”, Physica A, Vol. 380, 2007.
- [11] R. Xulvi-Brunet and I. M. Sokolov, “Reshuffling scale-free networks:From random to

Assortative”, Received 5 May 2004; revised manuscript received 13 July 2004; published 2 December, 2004.

[12] Zhi-Xi Wu and Petter Holme, “Onion structure and network robustness”, Received 2 May 2011; revised manuscript received 14 by July 2011; published 5 August, 2011.

[13] Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H.Eugene Stanley, “Robustness of onion-like correlated networks against targeted attacks”, MA 02215, USA ,2012.

[14] S.-H. Yook, H. Jeong and A.-L. Barabási, “Modeling the Internet’s Large-Scale Topology,” PNAS, Vol.97, No.21, pp.13382-13386, 2002.

[15] Yukio Hayashi, “A Review of Recent Studies of Geographical Scale-Free Networks,” IPSJ Digital Courier, Vol.2, pp155-164, 2006.

[16] Atushi Tero, et al., “Rules for Biologically Inspired Adaptive Network Design”, Science, Vol. 327, No. 22, 2010.

[17] Bernard M. Waxman, “Routing of Multipoint Connection,” IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 6, No. 9, 1988.

[18] M.E.J. Newman. Assortative mixing in networks. Phys. Rev. Lett. 89, 208701, 2002.

[19] M. Newman, “The structure and function of complex networks”, SIAM Rev., vol.45, pp.167--256, 2003.

[20] Yukio Hayashi, Yuki Meguro, “Self-organized network design by link survivals and shortcuts”, PhysRevE.73.066113, 2011.

[21] A. Barrat, M. Barthélémy, and A. Vespignani, “Dynamical Processes on Complex Networks”, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.

[22] M. E. J. Newman, Networks: An Introduction, Oxford University Press, 2010.

[23] R. Cohen and S. Havlin, “Complex Networks: Structure, Stability and Function” Cambridge University Press, Cambridge, 2010.

付録

付録1 人口分布に応じたパケット送受信要求

現実の通信網等では、ノード配置の空間分布とノード毎のパケット送受信要求確率は平等ではなく、人口分布による偏りがあると考えられる。そこで、本研究の第5章ではLSネットワークの生成とPR、PA手法でショートカットを付加する際、各ノードに割り当てられた人口数に応じて、パケットの送受信要求発生確率を決める方法を用いる。具体的には（財）統計情報研究開発センターが提供している関東、京阪と名古屋の3エリアの地域メッシュを利用する。地域メッシュは一辺の長さが80kmの正方形に分割された各地域（第1次地域区画）を均等に $8^2 = 64$ 個の小さな正方形に分割する（第2次地域区画）。分割された正方形を 10^2 個に分割し（第3次地域区画）、さらに4分割することでできた（2分の1地域メッシュ） $8^2 \times 10^2 \times 4 = 25600$ 個の各ブロック内に存在する人口数を表したデータである。

地域メッシュから得られた人口分布の具体的な利用方法は、各ブロックを最近接アクセス点となるノードに割り当て、対象ノードにブロック内の人口数を加算する。という処理を全てのブロックに対して行うことにより各ノードに人口数を割り当てる。なお、各ブロックとノード間の距離はノード及びブロック中心間のユークリッド距離であり、最近接アクセス点となるノードが複数存在した場合は、ユークリッド距離が同値のノード集合の中からランダムに1つ選択して割り当てる。

付録 2 UDGモデルの生成方法

UDG(Unit Disk graph)は地理空間上の ad hoc ネットワークや近傍グラフ等の領域で最も基本的なモデルの一つとして考えられている。以下では UDG モデルの生成方法を示す。

UDG モデルの構築アルゴリズム (図 9.1 参照) :

- Step1:** 既定のノード集合 V に対して、全部のノードに通信半径 R を設定する。
- Step2:** 任意のノード i とノード j に対して、 i, j 間のユークリッド距離を $d(i, j)$ とする。
- Step3:** *if* ($d(i, j) \leq R$)
then i, j 間にリンクを構築する
else
then i, j 間にリンクを構築しない
- Step4:** 全部のノードペアに **Step2** と **Step3** を行うまでに、**Step2** と **Step3** を繰り返す。

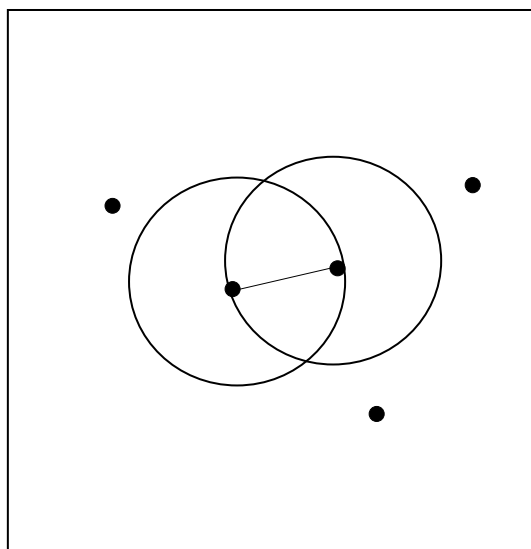


図 9.1 UDG モデル

ところで、UDG モデルはネットワークの連結性を保つことができない。ネットワークの連結性を保証するため、本論文ではパラメーターA を用いて、ノードの通信半径 R をネットサイズ N の相対的半径に設定する。A と R の関係は以下の式に従って定義する。

$$R = \frac{A}{\sqrt{N}}$$

1.0×1.0 の二次元空間上で、ノード座標をランダムに設定する際、A とネットワークの最大連結成分の関係は図 9.1 に示す。図の中、横軸には A の値を示す。縦軸にはネットワークの最大連結成分の割合 Connectivity Ratio を示す。図 9.1 からわかるように A=2 の時から、ネットワークの最大連結成分がネットワークサイズと一致になる。本論文の第 5 章で用いた UDG モデルでは全部に A=2 を設定した。

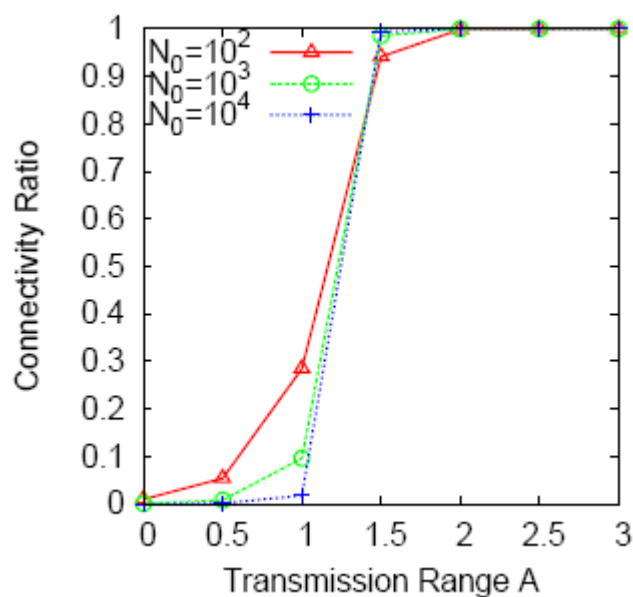


図 9.2 A と最大接続成分の割合の関係